



PRIMER PARCIAL DE CALCULO EN VARIAS VARIABLES

1. Halle e identifique las trazas de la superficie cuadrática $z^2 + x^2 - y^2 = 1$, y dibuje la superficie.
2. (a) Demuestre que la curvatura de una recta es cero.
(b) La función vectorial $r(t) = (\sin t - 1, t + 1, \cos t + 1)$ describe la posición en cada instante de un móvil. Si el movimiento se inicia en $t = 0$ encuentre la distancia recorrida cuando el móvil se encuentra en el punto $(-1, \pi + 1, 0)$.
3. Muestre que si una partícula se mueve con rapidez constante, entonces los vectores velocidad y aceleración son ortogonales.

4. (a) Calcule el límite siguiente: $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^2}{x^2 + y^2}$.

- (b) Determine el conjunto en el que la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ sea continua.}$$

Justifique su respuesta, usando la definición de continuidad.

5. (a) Si $z = f(x, y)$ donde $x = e^s \cos t$ y $y = e^s \sin t$, muestre que

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = e^{-2s} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 \right].$$

- (b) Suponga que las derivadas direccionales de $f(x, y)$ se conocen en un punto dado, en dos direcciones que no son paralelas y que están dadas por los vectores unitarios u y v . ¿Es posible encontrar ∇f en ese punto? Si es así, ¿cómo lo haría?