UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

PRIMER PARCIAL DE CALCULO EN VARIAS VARIABLES

1. Halle e identifique las trazas de la superficie cuadrática $z^2+x^2-y^2=1$, y dibuje la superficie.

2. (a) Demuestre que la curvatura de una recta es cero.

   (b) La función vectorial $r(t)=(sent-1, t+1, \cos t+1)$ describe la posición en cada instante de un móvil. Si el movimiento se inicia en $t=0$ encuentre la distancia recorrida cuando el móvil se encuentra en el punto $(-1, \pi+1, 0)$.

3. Muestre que si una partícula se mueve con rapidez constante, entonces los vectores velocidad y aceleración son ortogonales.

4. (a) Calcule el límite siguiente: $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^2+y^2}$.

   (b) Determine el conjunto en el que la función

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2y}{x^4+y^2} & si\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & si\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$$ sea continua.

   Justifique su respuesta, usando la definición de continuidad.

5. (a) Si $z=f(x,y)$ donde $x=e^s\cos t$ y $y=e^s sent$, muestre que

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2=e^{-2s}\left[\left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2\right].$$

   (b) Suponga que las derivadas direccionales de $f(x,y)$ se conocen en un punto dado, en dos direcciones que no son paralelas y que están dadas por los vectores unitarios u y v. ¿Es posible encontrar ∇f en ese punto ? Si es así, ¿cómo lo haria?