



CALCULO EN UNA VARIABLE.

PRIMER EXAMEN PARCIAL.

Grupo 7

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE \_\_\_\_\_ CODIGO \_\_\_\_\_

1. (20 pts) De acuerdo con las siguientes condiciones dadas sobre la función  $f$ :

i)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  ii)  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -2$  iii)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 0$  iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$

v)  $f(-3) = -2$ , vi)  $f(3) = 1$ , vii)  $f'(3) \neq$ , viii)  $f(5) = 4$ , ix)  $f'(5) = 0$ .

a) Bosqueje una gráfica de  $f$  que satisfaga dichas condiciones.

b) Determine los puntos de discontinuidad de  $f$  y clasifíquelos según su tipo.

2. (15 pts) Encuentre el valor de los siguientes límites, si existen.

a)  $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{4-t}{2-\sqrt{t}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{x^4+4x^2}{x^6-2x^3+5}\right)}$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^6 - 64}{h}$

3. (26 pts)

a) Encuentre los posibles valores de la constante  $k$  tal que la función  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} k \frac{\text{sen } 4x}{x}, & \text{si } x < 0, \\ 3x^3 + x - k^2, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

sea continua en  $x = 0$ . ¿Puede usted garantizar la existencia de una recta tangente a  $f$  en  $x = 0$ ? Explique.

b) Use el teorema del valor intermedio, escribiendo claramente sus hipótesis, para mostrar que para  $f(x) = x^3 - x^2 + x$  existe un número  $c$  tal que  $f(c) = 10$ .

c) Muestre que la curva  $y = 6x^3 + 5x - 3$  no tiene rectas tangentes con pendiente igual a 4.

4. (18 pts) Calcule la derivada de las siguientes funciones.

a)  $g(x) = \frac{1+x^2}{\text{sen } x + \cos x}$

b)  $h(t) = \tan^{-1}(t + \sqrt{t^2 + 1})$

c)  $f(x) = x^\pi 2^{x^2}$

5. (21 pts)

a) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva  $\cos(y-x) = ye^y$ , en el punto  $(\pi/2, 0)$ .

b) Demuestre que la función  $y = 3e^{-x} + 2xe^{-x}$  satisface la ecuación diferencial  $y'' + 2y' + y = 0$ .

c) Sean  $f$  y  $g$  funciones diferenciables y  $F(x) = f(2x^2)g(\sqrt[3]{x})$ . Calcule  $F'(1)$  si  $f(2) = 1$ ,  $f'(2) = 2$ ,  $f'(1) = 3$ ,  $g(1) = -1$  y  $g'(1) = -2$ .