

CALCULO EN UNA VARIABLE.

PRIMER EXAMEN PARCIAL.

Grupo 5

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE _____ CODIGO _____

1. (20 ptos) De acuerdo con las siguientes condiciones dadas sobre la función f :

i) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = 1$ ii) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = -1$ iii) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$ iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$

v) $f(-4) = 0$, vi) $f(-1) = 2$, vii) $f'(-1) \nexists$, viii) $f(0) = 0$, ix) $f'(0) = 0$.

a) Bosqueje una gráfica de f que satisfaga dichas condiciones.

b) Determine los puntos de discontinuidad de f y clasifíquelos según su tipo.

2. (15 ptos) Encuentre el valor de los siguientes límites, si existen.

a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-t} - 2}{t}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - 2x + 5} \right)$ c) $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^{100} - 1}{t - 1}$

3. (24 ptos)

a) Encuentre los posibles valores de la constante k tal que la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} k^2 \frac{\text{sen } x}{x}, & \text{si } x < 0, \\ x^2 + 3x + k, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$. ¿Puede concluir que $f'(0)$ existe?. Explique.

b) Utilizando el teorema del valor intermedio, escribiendo claramente sus hipótesis, muestre que la ecuación $x^5 - 3x^3 + 1 = 0$ tiene al menos una raíz real.

c) Encuentre los puntos sobre la curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ donde las rectas tangentes son horizontales.

4. (20 ptos) Calcule la derivada de las siguientes funciones.

a) $g(x) = e^{\frac{x}{\text{sen } x + \cos x}}$ b) $h(t) = \tan^2(t^3 + t + 1)$

5. (21 ptos)

a) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $\text{sen}(x + y) = y^2 \cos x$, en el punto $(\pi, 0)$.

b) Encuentre los valores de a y b tales que la parábola $y = ax^2 + x + b$, tenga una recta tangente en el punto $(-1, 2)$ paralela a la recta $y = 2x - 3$.

c) Sea f una función diferenciable y $F(x) = x^\pi f(2^{3x})$. Encuentre una expresión para F' .