

CALCULO EN UNA VARIABLE.

PRIMER EXAMEN PARCIAL.

Grupo 7

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE _____ CODIGO _____

1. (20 ptos) De acuerdo con las siguientes condiciones dadas sobre la función f :

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ii) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -2$ iii) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 0$ iv) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$

v) $f(-3) = -2$, vi) $f(3) = 1$, vii) $f'(3) \nexists$, viii) $f(5) = 4$, ix) $f'(5) = 0$.

a) Bosqueje una gráfica de f que satisfaga dichas condiciones.

b) Determine los puntos de discontinuidad de f y clasifíquelos según su tipo.

2. (15 ptos) Encuentre el valor de los siguientes límites, si existen.

a) $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{4-t}{2-\sqrt{t}}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\left(\frac{x^4+4x^2}{x^6-2x^3+5}\right)}$ c) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^6 - 64}{h}$

3. (26 ptos)

a) Encuentre los posibles valores de la constante k tal que la función f definida por

$$f(x) = \begin{cases} k \frac{\sin 4x}{x}, & \text{si } x < 0, \\ 3x^3 + x - k^2, & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

sea continua en $x = 0$. ¿Puede usted garantizar la existencia de una recta tangente a f en $x = 0$? Explique.

b) Use el teorema del valor intermedio, escribiendo claramente sus hipótesis, para mostrar que para $f(x) = x^3 - x^2 + x$ existe un número c tal que $f(c) = 10$.

c) Muestre que la curva $y = 6x^3 + 5x - 3$ no tiene rectas tangentes con pendiente igual a 4.

4. (18 ptos) Calcule la derivada de las siguientes funciones.

a) $g(x) = \frac{1+x^2}{\sin x + \cos x}$ b) $h(t) = \tan^{-1}(t + \sqrt{t^2 + 1})$ c) $f(x) = x^\pi 2^{x^2}$

5. (21 ptos)

a) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $\cos(y-x) = ye^y$, en el punto $(\pi/2, 0)$.

b) Demuestre que la función $y = 3e^{-x} + 2xe^{-x}$ satisface la ecuación diferencial $y'' + 2y' + y = 0$.

c) Sean f y g funciones diferenciables y $F(x) = f(2x^2)g(\sqrt[3]{x})$. Calcule $F'(1)$ si $f(2) = 1$, $f'(2) = 2$, $f'(1) = 3$, $g(1) = -1$ y $g'(1) = -2$.