

I- Seleccione la respuesta correcta según corresponda y justifique su elección: **(3 puntos)**.

1. Si dos planos son ortogonales, entonces podemos decir que sus vectores normales son:

a) paralelos. b) multiples c) ortogonales d) linealmente dependientes.

2. Los vectores $U = (a, 2, a)$ y $w = (4, -3, 2)$ son ortogonales si a vale:

a) 0 b) 1 c) -1 d) cualquier valor.

3. Los valores de a y b para los cuales el vector $(a, b, 2)$ son ortogonales a $w = (2, 1, 1)$ y $x = (1, 0, 1)$ son:

a) 1, 2 b) 1, -1 c) -2, 2 d) -1, 2

4. Si el plano $ax+by+cz+d=0$ es ortogonal a la recta $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{b_1} = \frac{z-z_0}{c_1}$

entonces:

a) (a, b, c) es ortogonal a (a_1, b_1, c_1) ;

b) los vectores (a, b, c) y (a_1, b_1, c_1) son linealmente independientes;

c) $(a, b, c) \times (a_1, b_1, c_1) = 0$

d) (x_0, y_0, z_0) pertenece al plano $ax+by+cz+d=0$.

5. Una de las siguientes proposiciones es cierta

a) Si A y B son matrices $n \times n$ entonces $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

b) El punto $(2, 3, 4)$ pertenece al plano $2x-3y+z=5$.

c) Los planos $2x-3y+3z=2$ y $2x+y-z=4$ son perpendiculares.

d) Si $u \times v = 0$ y $u \times w = 0$ entonces $u \times (v + w) = 0$.

6. Una de las siguientes proposiciones es falsa.

a) En \mathbb{R}^n $\|u + v\| = \|u\| + \|v\|$

b) En \mathbb{R}^n , si u es ortogonal a v y w , entonces u es ortogonal a $2u + 3w$.

c) Si u y v son vectores en \mathbb{R}^n , $u \cdot v = 0$ si y sólo si $\|u + v\| = \|u - v\|$.

d) Si u y v son soluciones del sistema lineal $Ax = b$ entonces $w = 0.25u + 0.75v$ también es solución del sistema $Ax = b$.

II- Realice las operaciones o demostración indicada según corresponda. **(2 puntos)**

7. Determine los valores de a para los cuales el sistema

$$x + y - z = 3$$

$$x - y + 3z = 4$$

$$x + y + (a^2 - 10)z = a$$

a) Tiene solución única.

b) tiene infinitas soluciones

c) no tiene soluciones.

8. Determine las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $(3, -1, -3)$ y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $(3, -2, 4)$ y $(0, 3, 5)$.

9. Determine la ecuación del plano que pasa por el punto $(2, 4, -3)$ y sea paralelo al plano $-2x+4y-5z+6=0$.

10. Demuestre que $\|u \times v\|^2 + (u \cdot v)^2 = \|u\|^2 \|v\|^2$