ALGEBRA LINEAL.
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL.
Grupo 1

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ______________________________ CODIGO ____________

1. (15 ptos) Considere los puntos $P_1(1,0,1)$, $P_2(-1,2,1)$ y $P_3(3,3,-1)$. Resuelva los siguientes ejercicios:
   (a) Calcule dos vectores distintos $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ utilizando los tres puntos dados. ¿Son estos vectores paralelos? Explique.
   (b) Escriba $\boldsymbol{u}$ como combinación lineal de 3 vectores distintos de $\mathbb{R}^3$.
   (c) Halle la ecuación del plano que contiene a los tres puntos dados.

2. (20 ptos) Encuentre una recta perpendicular a la recta intersección de los planos $\pi_1 : -x+2y+z=0$ y $\pi_2 : 2x-y+2z+8=0$ que intersecte a dicha recta en algún punto.

3. (35 ptos) Determine para cada una de las siguientes afirmaciones su veracidad, argumentando en cada caso su respuesta:
   (a) Si $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{v}=0$ para todo $\boldsymbol{v}$ entonces $\boldsymbol{u}=0$.
   (b) El conjunto $V=\mathbb{R}^2$ dotado con las operaciones $(x,y)\oplus(x',y')=(x-x',y+y')$ y $c\odot(x,y)=(cx,cy)$, es un espacio vectorial.
   (c) El conjunto de todas las matrices $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ tales que $a=-2c$ y $f=2e+d$, es un subespacio de $M_{2\times 3}$ de dimensión 2.
   (d) Suponga que $S=\{\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\boldsymbol{v}_3\}$ es un conjunto linealmente independiente de vectores en un espacio vectorial V, entonces $T=\{\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\boldsymbol{w}_3\}$ donde $\boldsymbol{w}_1=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{v}_3$, $\boldsymbol{w}_2=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_3$ y $\boldsymbol{w}_3=\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{v}_3$ también es linealmente independiente .
   (e) Si $\dim V=n$, entonces ningún conjunto con $n-1$ vectores de V puede generar a V.

4. (30 ptos) Considere el sistema no homogéneo

$$\begin{aligned} x+2y-z-w &= 3 \\ x+y+3z+2w &= -2 \\ 2x-y+4z+3w &= 1 \\ 2x-2y+8z+6w &= -4 \end{aligned}$$

   (a) Escriba las soluciones $\boldsymbol{x}$ del sistema en la forma $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_p+\boldsymbol{x}_h$, donde $\boldsymbol{x}_p$ es una solución particular y $\boldsymbol{x}_h$ es una solución del sistema homogéneo asociado.
   (b) Encuentre una base y la dimensión del espacio solución del sistema homogéneo asociado, justificando por qué los vectores escogidos forman dicha base.