

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
PRIMER PARCIAL

Importante:

- Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
- No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros (causal de anulación)
- Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE: _____ código: _____

- (10 puntos). Sea A una matriz diagonal con entradas de la diagonal $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$, distintas de cero. Demuestre que A^{-1} es no singular y que A^{-1} es una matriz diagonal con entradas de la diagonal $1/a_{11}, 1/a_{22}, 1/a_{33}, \dots, 1/a_{nn}$.
- (15 puntos) Una compañía paga un salario a sus ejecutivos y les da un porcentaje de sus acciones como un bono anual. El año pasado el presidente de la compañía recibió \$80.000 y 50 acciones, se pagó a cada uno de los vice presidentes \$ 45.000 y 20 acciones y el tesorero recibió \$ 40.000 y 10 acciones.
 - Expresar los pagos a los ejecutivos en dinero y acciones como una matriz de 2×3 .
 - Expresar el número de ejecutivos de cada nivel como un vector columna.
 - Utilice la multiplicación de matrices para calcular la cantidad total de dinero y el número total de acciones que pago la compañía a los ejecutivos el año pasado

3. (5 puntos). Si $|A| = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ b_1 & b_2 & b_2 \\ c_1 & c_2 & c_2 \end{vmatrix}$

Calcule el determinante de la siguiente matriz

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_2 \\ b_1 + 4c_1 & b_2 + 4c_2 & b_2 + 4c_2 \\ c_1 & c_2 & c_2 \end{pmatrix}$$

- (10 puntos). Determine los valores de λ para los que el sistema lineal homogéneo tenga solución no trivial

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \lambda + 2 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & \lambda - 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda + 4 & 0 \end{array} \right)$$

- Dado el cuadrilátero con vértices en $P_1(2, 2, 2)$; $P_2(2, 0, 1)$; $P_3(4, 1, -1)$ y $P_4(4, 3, 0)$ (2.5 puntos).
 - Pruebe usando el producto punto, que el cuadrilátero es un rectángulo (2.5 puntos).
 - Represente el triángulo gráficamente en \mathbb{R}^3 (2.5 puntos).
 - Determine un vector unitario en la dirección $\vec{P_1 P_2}$ (2.5 puntos).
 - Halle el área del rectángulo. (2.5 puntos).

UNIVERSIDAD ICESI
EVALUACION DE ALGEBRA LINEAL
PRIMER PARCIAL

Importante:

- a) Marque su nombre con lapicero en las hojas de respuestas
- b) No saque apuntes, no pregunte a sus compañeros (causal de anulación)
- c) Lea cuidadosamente y tenga en cuenta los signos en las operaciones.

NOMBRE: _____ código: _____

1). (10 puntos). En una evaluación de algebra lineal, un estudiante de segundo semestre de ingeniería, dejó sin terminar el punto, donde le pedían que resolviera el sistema lineal.

$$\begin{aligned} x + 2y - z - 2w &= 2 \\ 2x + y - 2z + 3w &= 2 \\ X + 2y + 3z + 4w &= 5 \\ 4x + 5y - 4z - w &= 6 \end{aligned}$$

Su trabajo es terminarlo y deducir si el sistema: tiene solución única, o infinitas soluciones, o es inconsistente. En caso de infinitas soluciones escriba la forma general de la solución y una solución particular.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & -4 & -1 & 6 \end{array} \right) \begin{array}{l} -2F_1 + F_2 \\ \approx \\ -F_1 + F_3 \\ -4F_1 + F_4 \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & 6 & 3 \\ 0 & -3 & 0 & 7 & -2 \end{array} \right) \approx \dots \text{?????}$$

2). a). (5 puntos). Demuestre que si A es simétrica, también adjA es simétrica.

b). (5 puntos). Determine los valores de λ , para los cuales el sistema tiene solución no trivial.

$$\begin{aligned} (\lambda - 1)x - y - 2z &= 0 \\ (\lambda - 2)y + 2z &= 0 \\ (\lambda - 3)z &= 0 \end{aligned}$$

3). (10 puntos). Un ebanista fabrica muebles de tipos A, B y C. En cada mueble de tipo A, se requiere 10 minutos para lijar, 6 para pintar y 12 para barnizar. En cada mueble de tipo B, se requiere 12 minutos para lijar, 8 para pintar y 12 para barnizar. Y en cada mueble de tipo C, son necesarios 15 minutos para lijar, 12 para pintar y 18 para barnizar. El centro de lijado está disponible 16 horas a la semana, el de pintura 11 horas a la semana y el de barnizado 18 horas a la semana. Si el ebanista puede vender todo lo que produzca y los centros de lijado, pintura y barnizado trabajan a toda capacidad, ¿cuántas unidades de cada tipo de muebles se pueden fabricar? **Resuelva el sistema por el método de Gauss**

4). (10 puntos). Calcule, si existe, la inversa de la matriz A. En el caso de existir A^{-1} , compruebe la validez de la igualdad $\det(A)\det(A^{-1})=1$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5). Dado el triángulo con vértices en $P_1(6, 3, -2)$; $P_2(-2, 6, 3)$ y $P_3(4, 9, 1)$ es:

- (2 puntos). a). Pruebe usando el producto punto, que el triángulo es un triángulo rectángulo
- (2 puntos). b). Represente el triángulo gráficamente en \mathbb{R}^3
- (2 puntos). c). Determine un vector unitario en la dirección $\vec{P_1 P_2}$
- (2 puntos). d). Halle el ángulo que se forma entre los vectores $\vec{P_1 P_2}$ y $\vec{P_1 P_3}$
- (2 puntos). e). Halle el área del triángulo.