



Cálculo Diferencial
Segunda prueba corta

Septiembre 11 de 2009
Profesor: Frank Didier Suárez Motato

Nombre _____

Código: _____

1. (12 puntos) Determine si la afirmación es verdadera o falsa. Si es falsa dé un contraejemplo y si es verdadera demuéstrela.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) = 1$

b) Si f es una función definida sobre $[a, b]$ tal que $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos, entonces debe existir un $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$

c) Las funciones polinómicas carecen de asíntotas.

d) Si $y = \pi^2$ entonces $\frac{dy}{d\pi} = 2\pi$

e) Si la recta tangente a la gráfica de $y = g(x)$ en el punto $P(1, 2)$ pasa por el punto $Q(2, 1)$ entonces $g'(1) = -1$.

2. (8 puntos) Determinar el valor de c para el que la función es continua en toda la recta real

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ cx + 6 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

3. (8 puntos) Para la función $g(x)$ dada a continuación, determine $g'(0)$.

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

4. (6 puntos) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $3(x^2 + y^2)^2 = 100(x^2 - y^2)$ en el punto $P(4, 2)$.

5. (8 puntos) Un campo de beisbol tiene forma de un cuadrado con lados de 90 pies. Si un jugador corre de segunda base a tercera base a 28 pies por segundo y se encuentra a 30 pies de la tercera base, ¿a que ritmo está cambiando su distancia s con respecto a home?

6. (8 puntos) Calcule las siguientes derivadas (no simplifique):

a) $g(y) = \cos^3(\sin(2y))$

b) $f(x) = \left(\frac{3x^2 - 2}{2x + 3}\right)^3$

Bono 5 puntos Demuestre que la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ en (x_0, y_0) es

$$\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$$