

Segundo examen parcial de Matemáticas Discretas (A. Bustamante A., 30 de marzo de 2007)

Nombre _____ Código _____

1. (60%, igual valor cada punto)

En cada uno de los puntos siguientes proceda como se le indica en la expresión resaltada. **Se exige justificación en cada punto.**

Ejemplo: **Inserte una palabra** en el texto siguiente, para obtener un enunciado verdadero:

El algoritmo de Dijkstra proporciona la longitud más corta entre dos vértices en un grafo ponderado, simple, conexo.

Solución: El algoritmo de Dijkstra proporciona la longitud más corta entre dos vértices **dados**, en un grafo

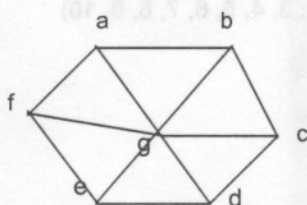
ponderado, simple, conexo. **Explicación:** El enunciado original significa que se toman todas las distancias entre cada par de vértices distintos y luego se escoge la menor. Por lo tanto, si entre dos vértices adyacentes la distancia es 1, esta sería la respuesta inmediata.

1.1 **Dibuje, si existe**, un grafo de 4 vértices cuyos grados son 1, 2, 4 y 5.



1.2 **Determine** número de vértices, número de aristas y grado de cada vértice, del grafo completo bipartito $K_{m,n}$. Verifique sus resultados para el caso particular $K_{2,6}$.

1.3 El grafo complementario G^c de un grafo simple G tiene los mismos vértices que G . Dos vértices son adyacentes en G^c si y solo si no son adyacentes en G . **Dibuje**, al lado de G en la figura adjunta, su grafo complementario.



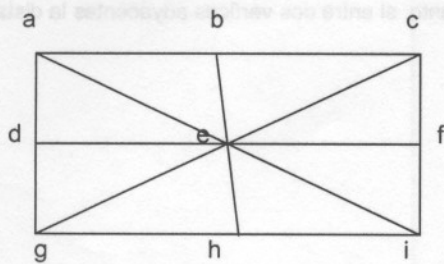
Responda: si el grafo simple G tiene n vértices y s aristas, ¿Cuántas aristas tiene G^c ?

1.4 En un grafo G cada vértice E_1, E_2, \dots, E_{20} representa un estudiante de un curso X . Además, existe la arista e_{ij} si y solo si los estudiantes E_i y E_j se conocieron antes del curso. **Pruebe** que el número de estudiantes que se conocían con un número impar de estudiantes antes del curso no puede ser 5.

1.5 **Dibuje** dos grafos no isomorfos, tales que cada uno tiene sólo dos vértices, ambos de grado 3.
 ¿Qué invariante no se conserva?

1.6 **Describa** el proceso para determinar el número de caminos de longitud n entre dos vértices de un grafo, mediante la matriz de adyacencia.

1.7 Si el grafo adjunto contiene un camino de Hamilton, **determínelo**. Si no lo tiene, **argumente** por qué no existe uno.



1.8 ¿**Cuántos** enteros se deben escoger del conjunto $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ para asegurar que al menos una pareja de ellos suma 16?

1.9 **Pruebe** que si se sacan al azar 6 números del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ por lo menos dos de ellos suman 11.



1.10 **Determine** el menor número de códigos de área necesarios para garantizar que los 25 millones de teléfonos de un país tienen números distintos. Suponga que los números de teléfono tienen el formato NXX-NXX-XXXX donde los tres primeros dígitos forman el código de área, N representa un dígito del 2 al 9, ambos inclusive, y X representa un dígito cualquiera. **No se acepta respuesta sin argumento justificativo.**