

**Octubre 11 de 2005**

**2 Parcial. Álgebra y funciones.**

**Grupo 09**

**Profesor: Carlos Ernesto Ramírez Ovalle**

- 1) Pruebe usando el teorema del factor que el polinomio  $5x^3 + 7a^3 - 12a^2x$  es divisible por  $x - a$  y luego factorice completamente la expresión. **[10 Puntos]**
- 2) Factorice completamente el polinomio  $x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc$  (sugerencia: Verifique que  $(x + a)$ ,  $(x + b)$  y  $(x + c)$  son divisores del polinomio) **[10 puntos]**
- 3) Determine el valor de  $k$  que hace falta para que  $p(x) = x^3 + kx^2 - kx + 10$  sea divisible por  $x + 3$ . **[10 puntos]**
- 4) Siendo  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  y  $g(x) = \sqrt{x+5}$  calcule:  
Dominio de  $f$  y dominio de  $g$  **[5 puntos]**  
 $f\left(\frac{1}{x}\right)$  **[5 puntos]**  
Dominio  $(g \circ f)(x)$  **[15 puntos]**
- 5) Suponga que se da la gráfica de  $f$ . Describa cómo puede obtenerse la gráfica de las siguientes funciones a partir de la de  $f$ :  
 $y = -f(x-2) - 2$   
 $y = -4f(x+2) + 1$  **[5 puntos]**
- 6) Si  $f(x) = 1 + \sqrt[5]{x-2}$  determine  $f^{-1}$  (Compruebe su respuesta) **[5 puntos]**
- 7) Exprese el área  $A$  de un triángulo equilátero como una función de la longitud  $x$  de un lado. Obtenga una fórmula para la función descrita e indique cual es su dominio. **[15 puntos]**
- 8) Suponga que  $z = a + bi$  y  $w = c + di$ . Pruebe que  
 $\frac{z}{z} - \frac{\bar{z}}{z} = \frac{4abi}{a^2 + b^2}$  **[5 puntos]**
- 9) Cual es el residuo cuando  $p(x) = x^{500} + 6x^{201} - x^2 - 2x + 4$  se divide por  $x-1$ ? **[5 puntos]**
- 10) Sea  $f(x) = \frac{3x-12}{x+1}$ . Muestre claramente todas las intersecciones en  $x$  y  $y$ , así como las asíntotas de la función. Realice un bosquejo de la gráfica. **[10 puntos]**