



**CÁLCULO DE UNA VARIABLE.** Grupo 17

Profesor: Carlos A Quintero

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL** 9 de abril de 2010.

- 1) (8 puntos) Determine si el teorema del valor medio puede aplicarse a la función  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  en el intervalo  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ . En caso afirmativo, encuentre todos los valores de  $c$  que satisfacen la conclusión de dicho teorema.
- 2) (12 puntos) Un sector circular con un ángulo central  $\theta$  se corta de un círculo de 10 *centímetros* de radio, y los bordes del sector que queda se juntan para formar un cono.
  - a) Escriba el volumen  $V$  del cono en función de su altura  $h$ .
  - b) Halle el dominio admisible de la función  $V(h)$ .
  - c) Encuentre el valor de  $h$  que hace que el volumen  $V$  del cono sea máximo.
- 3) (8 puntos) Considere la función  $f(x) = \sin x$ .
  - a) Determine la aproximación lineal de  $f$  en el punto  $(0,0)$ .
  - b) Utilice la aproximación encontrada en el literal **a)** para explicar por qué  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ .
- 4) (8 puntos) Considere la función  $f(x) = x^2 + \cos x$ .
  - a) Justifique por qué  $f$  es continua y no negativa en el intervalo  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .
  - b) Encuentre el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones  $y = x^2 + \cos x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ , y  $x = \frac{\pi}{2}$ .
- 5) (15 puntos) Sea la función  $g(x) = \int_0^x f(t) dt$  para todo  $x$  en el intervalo  $[0,8]$ , donde  $f$  es la función cuya gráfica se muestra.
  - a) Calcule  $g(0)$ ,  $g(2)$ ,  $g(4)$ ,  $g(5)$ ,  $g(7)$  y  $g(8)$ .
  - b) Determine los intervalos abiertos donde  $g$  es creciente y los intervalos abiertos donde  $g$  es decreciente.
  - c) Encuentre los extremos absolutos de  $g$  en el intervalo  $[0,8]$ .
  - d) Determine los intervalos abiertos donde la gráfica de  $g$  es cóncava hacia arriba y los intervalos abiertos donde la gráfica de  $g$  es cóncava hacia abajo.
  - e) Dibuje la gráfica de  $g$  en el mismo plano donde se muestra la gráfica de  $f$ .