

El examen se califica sobre 50 puntos

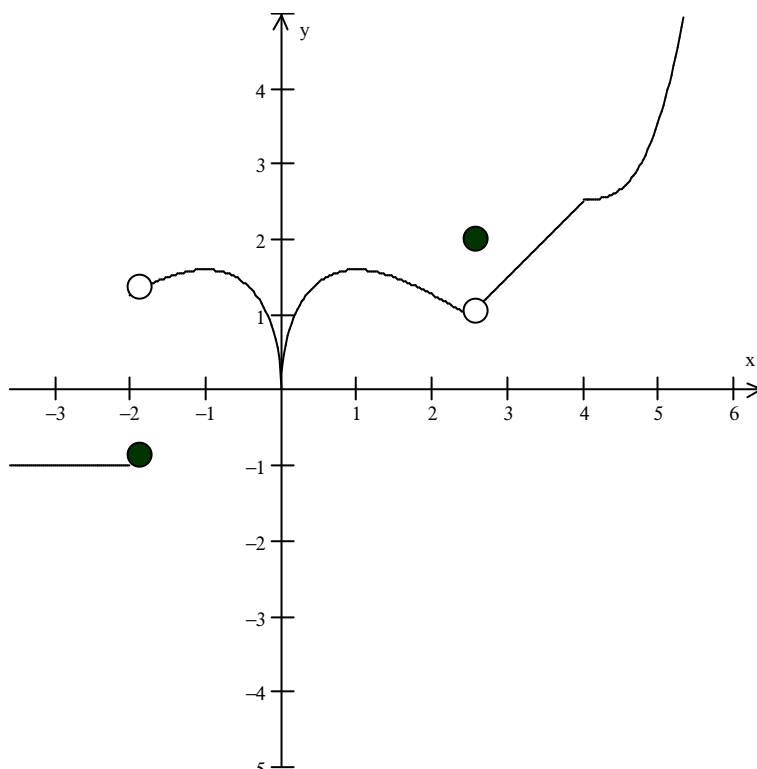
1.1. Considere el gráfico de la derecha de una función f definida a trozos y determine si las siguientes preguntas son verdaderas o falsas justificando adecuadamente sus respuestas:

a. (3 puntos) $\lim_{x \rightarrow 2.7} f(x)$ no existe

b. (3 puntos) f es continua y derivable en $x=4$

c. (3 puntos) f es derivable en $x=0$

d. (3 puntos) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ es aproximadamente 1.3



1.2. (3 puntos) Como $f(-2.5) < 0$ y $f(-1.5) > 0$, según el teorema del valor intermedio debería existir un x en $(-2.5, -1.5)$ tal que $f(x) = 0$. Pero esto no es cierto de acuerdo al gráfico. Por que la función f no contradice dicho teorema?

2. Calcule los siguientes límites, si existen:

a. (2 puntos) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^4 - 6x^2 - 14}{x^3 - 4x^2 - 8}$

b. (2 puntos) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 \cos x}{x^4 - \sin^4 x}$

c. (2 puntos) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^4 - x^2 - 12}$

3. Calcule las derivadas de las siguientes funciones

a. (3 puntos) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

b. (3 puntos) $g(x) = \sec^2(x^{-2} \sin x)$

c. (3 puntos) $h(x) = \cos x \tan(\sqrt[5]{x^3})$

4. (10 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y^4 + xy^2 = x^3 - x + 2$ cuando x es 1.

5. (6 puntos) Suponga que la función g esta definida por $g(x) = \begin{cases} kx^2 + x & \text{For } 0 \leq x \leq 4 \\ mx + 2 & \text{For } 4 < x \leq 6 \end{cases}$

donde k y m son constantes. Si g es continua y derivable en $x = 4$, ¿Cuales son los valores de k y m ?

6. (8 puntos) Un espía observa un cohete por medio de un telescopio para determinar su velocidad. El cohete viaja verticalmente y ha sido lanzado desde una plataforma ubicada a 10 Km. de la posición del espía. El telescopio del espía gira a un ritmo de 0.5 rad/min. Cual es el ritmo de cambio en el desplazamiento del cohete cuando el ángulo de elevación del telescopio llega a $\frac{\pi}{3}$?