

Nombre:

Código:

1. (1 pto.) Sea $f(x) = \begin{cases} 2a + bx & \text{si } x < 0 \\ \frac{b}{x-1} + a & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$ una función tal que $f(2) = a + 3$ ¿Para qué valores de las constantes a y b , $f(x)$ es continua?

2. (1 pto.) :

a) Muestre que la ecuación $x^4 + 7x - 5 = 0$ tiene al menos una raíz real en el intervalo $[-1, 1]$

b) Calcule la pendiente de la recta tangente a la curva $y = \cos^3 x + \sec x$ en el punto en que $x = \pi$

3. (1 pto.) Halle una ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ definida implícitamente por la ecuación $2x \cos x - y^2 = y - x$ en el punto $(0, -1)$

4. (0.4 ptos.) Si $y^3 = 4x^2 + 4z$, $\frac{dz}{dt} = -2$ y $\frac{dy}{dt} = 2$, calcule $\frac{dx}{dt}$ cuando $x = 1$ y $y = 2$

5. (1.2 ptos.)

a) Muestre que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} 3x}{x} & \text{si } x < 0 \\ 3 + \frac{1 - \cos x}{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ es continua en $x = 0$

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4}$

c) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{|1-x|}{x-1} + 2 - x}{x-3}$

d) Calcule la derivada de $f(x) = 2 \sec^2(2\sqrt{2x-3} + x)$

6. (0.6) Bosqueje en el plano xy la gráfica de una función que satisfaga las siguientes condiciones.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0, f(0) = \frac{3}{4}, f(-1) = 0, f \text{ tiene una discontinuidad evitable en } x = 1$$