

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL** 31 de marzo de 2009

**NOTA:** El siguiente cuestionario tiene un valor total de **65** puntos. Se califica sobre **50** puntos.

- 1) (15 puntos) Considere la recta  $y = -\frac{1}{2}x - 1$  y los puntos  $A(1,2)$  y  $B(5,3)$ .
  - a) Halle el punto medio del segmento de recta determinado por  $A$  y  $B$ .
  - b) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por  $B$  y es perpendicular a la recta dada.
  - c) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por  $A$  y es paralela a la recta dada.
  - d) Determine el punto de corte de la recta dada y la recta  $y = 3x - 4$ .
  - e) Halle la distancia entre  $A$  y  $B$ .
  
- 2) (9 puntos) La ley de Hooke señala que la fuerza  $f$  requerida para alargar un resorte  $x$  unidades, más allá de su longitud natural, es directamente proporcional a  $x$ .
  - a) Si se requiere una fuerza de 20 *newtons* para alargar un resorte 4 *centímetros*, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?
  - b) ¿Qué peso alargaría el resorte del literal a) una longitud de 7 *centímetros*?
  - c) Trace la gráfica de la relación entre  $f$  y  $x$  para  $x \geq 0$ .
  
- 3) (10 puntos) El salto de una rana desde el origen de coordenadas y en el sentido positivo del eje  $x$ , describe una trayectoria parabólica. El desplazamiento horizontal que alcanza la rana en un salto es de 2 *metros* y la altura máxima es 1 *metro*.
  - a) Escriba la ecuación que representa la trayectoria del salto en la forma  $y = a(x - h)^2 + k$ .
  - b) Determine las abscisas (componentes  $x$ ) de los puntos de la trayectoria parabólica en los cuales la altura de la rana es *medio metro*.
  
- 4) (10 puntos) Determine si la proposición dada es verdadera o falsa y justifique su decisión (respuesta sin justificación no tiene valor).
  - a) La expresión  $\sqrt{x} - 3x + 1$  es un polinomio en  $x$ .
  - b) El polinomio  $x^7 + 2x + i$  no tiene ceros complejos.
  - c) El polinomio  $3x^2 - 1$  es irreducible sobre los racionales.
  - d) El polinomio  $x^5 + 7x - 1$  se puede expresar como el producto de polinomios lineales y cuadráticos con coeficientes reales, donde los factores cuadráticos son irreducibles sobre los reales.
  - e) El polinomio  $x^3 - 2x - 5$  tiene tres ceros reales; dos negativos y uno positivo.
  
- 5) (9 puntos) Encuentre un polinomio con coeficientes reales de grado 4, coeficiente principal 3 y que tiene los siguientes ceros:  $-1, 0$  y  $2 + i$ .
  
- 6) (12 puntos) Considere la función  $f(x) = \frac{4x+5}{3x-8}$ .
  - a) Demuestre que  $f$  es inyectiva.
  - b) Determine  $f^{-1}$ .
  - c) Encuentre el dominio y el rango de  $f$ .
  - d) Verifique que  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$ .