



Profesor Michell A. Gómez L.

26 de Marzo de 2009.

Cálculo de varias variables. Período Académico 091. G-19. Segundo parcial.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) Verifique que la curva de nivel de la función $f(x, y) = \frac{12x}{x^2+y^2-1}$ en el nivel $c = 3$ es un círculo. Represente la curva con una función vectorial.

2. (10 puntos) Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 + y^2 - 2}{x^2y - 1}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + x^2y^2 + y^2}{x^2 + y^2}$

3. (12 puntos) a) Halle las segundas derivadas parciales de $g(x, y) = \int_y^x t \sin t \, dt$.

b) Considere las funciones $u = \arctan(y/x)$ y $v = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ donde $x = r \cos \theta$ y $y = r \sin \theta$. Determine si se satisface la ecuación $\frac{\partial u}{\partial \theta} = r \frac{\partial v}{\partial r}$.

4. (10 puntos) a) Encuentre las direcciones en que la derivada direccional de $h(x, y) = y + \sin(xy)$ en el punto $(0, 1)$ tiene el valor de 1.

b) Halle un vector normal unitario a la curva $3x^2 - 2y^2 = 1$ en el punto $P(1, 1)$.

5. (8 puntos) a) Demuestre que si un objeto se mueve con rapidez constante, entonces sus vectores velocidad y aceleración son ortogonales.

b) Calcule $f_y(0, 1)$ para $f(x, y) = y^2 e^{xy} (x^2 + y^2)^{-3/2}$.

c) Utilice diferenciales para aproximar el cambio en $z = x^2 + 5y^2$ cuando (x, y) se desplaza del punto $(2, 1)$ al punto $(2.1, 1.05)$.

d) Suponga que $z = f(x, y)$, $w = g(x, y)$, $z + w = xy$ y $zw = x - y$. Determine si $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1+xz}{z-w}$.

Opcional (5 puntos) El radio de un cilindro circular recto crece a razón de 6 pulgadas por minuto, y la altura decrece a razón de 4 pulgadas por minuto. ¿Cuál es el ritmo de cambio del volumen cuando el radio es 12 pulgadas y la altura es 36 pulgadas?