Universidad Icesi

Cali, Miércoles 18 de Septiembre del 2002

Examen Parcial #1

Grupo 5

Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: ______________________________

Código:____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener una hoja de formulas.
3. El examén consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las pregutas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Las pregutas 2d y 3f son opcionales. Estas preguntas tienen un valor de 10 puntos cada una. En caso que su respuesta a estas preguntas sea incorrecta, usted NO será penalizado.
5. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
6. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
7. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.
8. Al finalizar su examén entregue su respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)
Falso o Verdadero
Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) $\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) - \text{Var}(Y) - 2 \cdot \text{Cov}(X, Y)$

b) Un investigador plantea el siguiente modelo para estudiar los determinantes del salario de los asalariados caleños: $w_i = \beta_1 \text{añosDeEstudio}_i + \beta_2 D_{1i} + \beta_2 \cdot D_{2i} + \varepsilon_i$, donde

$$D_{1t} = \begin{cases} 1 & si \text{ indiv i es hombre} \\ 0 & o.w.. \end{cases} \qquad D_{2t} = \begin{cases} 1 & si \text{ indiv i es mujer} \\ 0 & o.w.. \end{cases}.$$

El modelo anterior tiene problemas de multicolinealidad perfecta.

c) Después de estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, publiqué en mi página web la siguiente Tabla Anova. Un estudiante me envió un correo con la siguiente afirmación: "La tabla Anova tiene un error porque $SSE + SSR \neq SST$". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Fuente de variación	**SS**	**G de L**	**MS**
Regresión	824	4	206
Error	640	40	16
Total	1364	44	

d) El modelo $Y_i = \dfrac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i}$ no es linealizable.

2. (40 puntos)

Un consultor está interesado en estudiar la demanda de inversión en Colombia para el período 1970 - 1984. Para esto recopiló datos de la Inversión real (I) en trillones de pesos, el PIB real (G) en trillones de pesos y la DTF (R). Además una tendencia (t) es empleada en las estimaciones. El consultor corrió un modelo lineal en EasyReg obteniendo los resultados que se encuentran al final del examen. Usted fue contratado para interpretar estos resultados. Nota: LN[I] representa el logaritmo natural de la variable I.

Responda las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo estimado por el consultor, interprete el significado de cada coeficiente. **(10 Puntos)**

b) Escriba la ecuación estimada. ¿Cuáles coeficientes son significativos? Discuta ***brevemente***. **(15 Puntos)**

c) Finalmente, comente ***brevemente*** los otros resultados que no ha comentado previamente. Por ejemplo discuta el "Fit" de la regresión y cualquier problema que observe en la resgresión. Si encuentra algún tipo de problema, comente como lo resolvería. **(15 Puntos)**

d) PREGUNTA OPCIONAL

Escriba un modelo que pueda ser empleado para probar la siguiente hipótesis: "Las reformas económicas introducidas a inicios de los noventa en el mercado financiero flexibilizaron las restricciones crediticias que existían previamente y por tanto la inversión responde a apartir de esa fecha de una forma diferente a la tasas de interés". Demuestre que su modelo si captura esta hipótesis. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

3. (40 puntos)

Un assesor de inversiones supone para el precio de una acción (y_t en miles de pesos) la siguiente relación estocástica:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ..., 1000.$$

donde X_{2t} represta el cambio % en la DTF en el año t, X_{3t} represta el índice de precios de las acciones del sector industrial (en 10%) en el año t y X_{4t} es el índice de precios de la Bolsa de Bogotá (IBB) medido en 10% para el año t. Además, ε_t representa una perturbación aleatoria.

Para 1000 observaciones se obtuvieron los siguientes valores:

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} = 3000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 1000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{4t} = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t = 6000$$

$$\sum_{t=1}^{n} \left(X_{2t}\right)^2 = 12000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(X_{3t}\right)^2 = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(X_{4t}\right)^2 = 6000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{3t} = 8000$$

$$\sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{3t} = 3000 \qquad \sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{4t} = 4000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} \cdot X_{4t} = 2000$$

$$\sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{2t} = 13000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(y_t\right)^2 = 49099.6 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{4t} = 16000$$

a) Construya la matriz $X^T X$ **(8 Puntos)**

b) ¿Cuáles propiedades deben cumplirse para obtener estimadores MELI (BLUE) para los párametros β, por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(10 puntos)**

c) Explique ***brevemente*** las propiedades de un estimador MELI (BLUE) **(5 puntos)**

d) La inversa de la matriz $X^T X$ es $\frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$. Calcule el vector de los estimadores MCO para β y explique el significado de cada uno de los valores estimados. **(10 Puntos)**

e) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO de β. **(7 Puntos)**

f) PREGUNTA OPCIONAL

¿Cómo probaría usted la siguiente hipótesis: ni el índice de las acciones del sector industrial, ni el IBB influyen en el precio de la acción? NO tiene que efectuar los cálculos. Simplemente, plantee la hipótesis y muestre como calcularía usted el estadístico relevante. Además describa como tomaría usted la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

Resultados de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = LN[I]

Characteristics:
LN[I]
  First observation = 1(=1970)
  Last observation  = 15(=1984)
  Number of usable observations: 15
  Minimum value: 2.0299887E+000
  Maximum value: 2.6590000E+000
  Sample mean:   2.3585267E+000

X variables:
X(1) = LN[G]
X(2) = LN[R]
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.


OLS estimation results
Parameters  Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                       [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)        0.79786      9.688          11.229
                        [0.00000]       [0.00000]
b(2)        0.16347      3.135           4.697
                        [0.00172]       [0.00000]
b(3)       -1.28453     -4.490          -5.034
                        [0.00001]       [0.00000]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 15
Variance of the residuals = 0.002546
Standard error of the residuals = 0.050463
Residual sum of squares (RSS)= 0.030558
Total sum of squares (TSS) = 0.688440
R-square = 0.955613
Adjusted R-square = 0.948215

Overall F test: F(2,12) = 129.17
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          2.81       3.89
Conclusions:            reject     reject
```

Resultados de EasyReg. (Cont.)

```
If the model is correctly specified, in the sense that the conditional
expectation of the model error U relative to the X variables and all
lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then
the OLS parameter estimators b(1),..,b(3), minus their true values,
times the square root of the sample size n, are (asymptotically)
jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

 0.10 -0.04 -0.34
-0.04  0.04  0.09
-0.34  0.09  1.20


provided that the conditional variance of the model error U is constant
(U is homoskedastic), or

 0.07 -0.02 -0.26
-0.02  0.01  0.07
-0.26  0.07  0.97

if the conditional variance of the model error U is not constant
(U is heteroskedastic).
```

Universidad Icesi

Cali, Miércoles 18 de Septiembre del 2002

Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Grupo 5

Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _______________________________

Código:_____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener una hoja de formulas.
3. El examén consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las pregutas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Las pregutas 2d y 3g son opcionales. Estas preguntas tienen un valor de 10 puntos cada una. En caso que su respuesta a estas preguntas sea incorrecta, usted NO será penalizado.
5. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
6. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
7. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.
8. Al finalizar su examén entregue su respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)
Falso o Verdadero
Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) $\mathrm{Var}(X - Y) = (\mathrm{Var}(X) - \mathrm{Var}(Y)) - 2\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$

Falso. Por propiedades de la varianza sabemos que $\mathrm{Var}(aX + bY) = a^2\cdot\mathrm{Var}(X) + b^2\cdot\mathrm{Var}(bY) + 2\cdot a\cdot b\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$. En este caso $a = 1$ y $b = -1$, entonces $\mathrm{Var}(X - Y) = \mathrm{Var}(X) + \mathrm{Var}(Y) - 2\cdot\mathrm{Cov}(X, Y)$.

b) Un investigador plantea el siguiente modelo para estudiar los determinantes del salario de los asalariados caleños: $w_i = \beta_1\,\text{añosDeEstudio}_i + \beta_2 D_{1i} + \beta_3\cdot D_{2i} + \varepsilon_i$, donde

$$D_{1t} = \begin{cases} 1 & si \text{ indiv i es hombre} \\ 0 & o.w.. \end{cases} \qquad D_{2t} = \begin{cases} 1 & si \text{ indiv i es mujer} \\ 0 & o.w.. \end{cases}.$$

El modelo anterior tiene problemas de multicolinealidad perfecta.

<u>Falso.</u> En clase vimos que no existe ningú problema de multicolinealidad perfecta sí incluimos en el modelo todas las variables dummy yi eliminamos el intercepto.

c) Después de estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, publiqué en mi página web la siguiente Tabla Anova. Un estudiante me envió un correo con la siguiente afirmación: "La tabla Anova tiene un error porque $SSE + SSR \neq SST$". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Fuente de variación	SS	G de L	MS
Regresión	824	4	206
Error	640	40	16
Total	1364	44	

<u>Falso.</u> Si el intercepto es omitido, entonces SSE + SSR no necesariamente es igual al SST. Así el la tabla Anova no esta mal porque $SSE + SSR \neq SST$. noten que si exitstía un error. P k=2, entonces los grados de libertad de la regrsión serán 2-1 = 1 y no 4. Por tanto MSR = 824 y los grados de libertad totales son 41 y no 44.

d) El modelo $Y_i = \dfrac{1}{\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i}$ no es linealizable.

Falso. Pues:

$$Y_i = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2\cdot X_{2i} + \beta_3\cdot X_{3i} + \varepsilon_i}$$

$$\frac{1}{Y_i} = \beta_1 + \beta_2 \cdot X_{2i} + \beta_3 \cdot X_{3i} + \varepsilon_i$$

Ahora reparametricemos, ess decir, sea $z_i = \frac{1}{Y_i}$. Claramente el modelo resultante es lienal.

2. (40 puntos)

Un consultor está interesado en estudiar la demanda de inversión en Colombia para el período 1970 - 1984. Para esto recopiló datos de la Inversión real (I) en trillones de pesos, el PIB real (G) en trillones de pesos y la DTF (R). El consultor corrió un modelo lineal en EasyReg obteniendo los resultados que se encuentran al final del examen. Usted fue contratado para interpretar estos resultados. Nota: LN[I] representa el logaritmo natural de la variable I.

Responda las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo estimado por el consultor, interprete el significado de cada coeficiente. **(10 Puntos)**

El modelo estimado por el consultor es el siguiente:

$$\ln(I_t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(G_t) + \beta_2 \cdot \ln(R_t) + \varepsilon_t$$

O lo que es equivalente

$$I_t = \gamma \cdot (G_t)^{\beta_1} \cdot (R_t)^{\beta_2} \cdot \mu_t$$

donde

$$\beta_0 = \ln(\gamma) \qquad \varepsilon_t = \ln(\mu_t)$$

Explicación:

- β_1**,** la elasticidad de la Inversión con respecto al PIB. Es decir un aumento del 1% en el PIB provocará un aumento del β_1% en la inversión real .
- β_2**,** la elasticidad de la inversión con respecto a la DTF. Es decir un aumento del 1% en la DTF provocará un aumento del β_2% en la inversión real.
- β_0, e^{β_0} es la inversión real en trillones de pesos constantes cuando las otras variables son iguales a uno!!!! (Porque $\ln(1) = 0$!! Noten que $\ln(0)$ no esta definido!!!).

b) Escriba la ecuación estimada. ¿Cuáles coeficientes son significativos? Discuta ***brevemente***. **(15 Puntos)**

La ecuación estimada es:

$$\ln(\text{Ihat}_t) = -1.28453 + 0.79786 \cdot \ln(G_t) + 0.16347 \cdot \ln(R_t)$$

Según nuestra estimación, todos los coeficientes son significativos al 1%. Esto era suficiente.

Noten que es muy sospechoso que el R^2 y el F global de la regresión son muy altos.

c) Finalmente, comente ***brevemente*** los otros resultados que no ha comentado previamente. Por ejemplo discuta el "Fit" de la regresión y cualquier problema que observe en la resgresión. Si encuentra algún tipo de problema, comente como lo resolvería. **(15 Puntos)**

Como lo decia anteriormente, esta regresión es bastante sospechosa. El R^2 y el F global de la regresión son muy altos. Estos son síntomas de multicolinealidad. Otra forma de comprobar esta multicolinealidad, usando la informacioón que ustedes tenian, es mirar la correlación entre los β's estimados. noten que la matriz de correlaciones entre los betas se puede calcular a apartir de la matriz de varianzas y covarianzas suministrada. La matriz de varianzas y covarianzas de los β's estimados es

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{-4}{100} & \frac{-34}{100} \\ \blacksquare & \frac{4}{100} & \frac{9}{100} \\ \blacksquare & \blacksquare & \frac{12}{10} \end{pmatrix}$$

Por tanto la matriz de correlaciones entre los β's estimados es

$$\begin{pmatrix} 1 & \dfrac{\frac{-4}{100}}{\sqrt{\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{100}}} & \dfrac{\frac{-34}{100}}{\sqrt{\frac{1}{10}\cdot\frac{12}{10}}} \\ \blacksquare & 1 & \dfrac{\frac{9}{100}}{\sqrt{\frac{4}{100}\cdot\frac{12}{10}}} \\ \blacksquare & \blacksquare & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{\frac{-4}{100}}{\frac{2}{10}\sqrt{\frac{1}{2\cdot 5}}} & \dfrac{\frac{-34}{100}}{\frac{2}{10}\cdot\sqrt{3}} \\ \blacksquare & 1 & \dfrac{\frac{9}{100}}{\frac{4}{10}\cdot\sqrt{\frac{3}{10}}} \\ \blacksquare & \blacksquare & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{5}\cdot\sqrt{10} & \frac{-17}{30}\cdot\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Como $\sqrt{2} = 1.414$

$$\begin{pmatrix} \blacksquare & 1 & \frac{3}{40}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{10} \\ \blacksquare & \blacksquare & 1 \end{pmatrix}$$

$\sqrt{3} = 1.732$

$\sqrt{10} = 3.162$

Entonces tenemos que la matriz de correlaciones es

$$\begin{bmatrix} 1 & (-0.2)\cdot 3.162 & \frac{-17}{30}\cdot 1.733 \\ \blacksquare & 1 & \frac{3}{40}\cdot 1.732\cdot 3.162 \\ \blacksquare & \blacksquare & 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0.632 & -0.982 \\ \blacksquare & 1 & 0.411 \\ \blacksquare & \blacksquare & 1 \end{pmatrix}$$

Noten la altisima correlacion entre el estimador del intercepto y el estimador de la elasticidad con respecto al PIB. Luego hay claros síntomas de multicolinealida. Ahora,¿cómo resolver este problema? Este problema no lo podemos resolver facilmente pues la teoría económica nos dice que ambas variables (G y R) deben estar en el modelo. Así no hay forma de resolver el problema. Lo mejor es estar concientes que el problema esta presente!!

d) PREGUNTA OPCIONAL

Escriba un modelo que pueda ser empleado para probar la siguiente hipótesis: "Las reformas económicas introducidas a inicios de los noventa en el mercado financiero flexibilizaron las restricciones crediticias que existían previamente y por tanto la inversión responde a apartir de esa fecha de una forma diferente a la tasas de interés". Demuestre que su modelo si captura esta hipótesis. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

Para capturar esta hipótesis creemos la siguiente variable dummy:

$$D_t = \begin{cases} 1 & si \quad t \geq 1990 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

Así el nuevo modelo sería:

$$\ln(I_t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(G_t) + \beta_2 \cdot \ln(R_t) + \beta_4 \cdot D_t \cdot \ln(R_t) + \varepsilon_t$$

Para demostrar que el modelo anterior si captura la hipotesis, se requiere calcular el valor esperado del modelo.

$$E[I_t] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 \ln(G_t) + (\beta_2 + \beta_4)\ln(R_t) & si \quad t \geq 1990 \\ \beta_0 + \beta_1 \ln(G_t) + \beta_2 \ln(R_t) & o.w. \end{cases}$$

Luego el modelo si captura una nueva relación entre la DTF y la Inversión real despues de 1990

3. (40 puntos)

Un assesor de inversiones supone para el precio de una acción (y_t en miles de pesos) la siguiente relación estocástica:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots, 1000.$$

donde X_{2t} represta el cambio % en la DTF en el año t, X_{3t} represta el índice de precios de las acciones del sector industrial (en 10%) en el año t y X_{4t} es el índice de precios de la Bolsa de Bogotá (IBB) medido en 10% para el año t. Además, ε_t representa una perturbación aleatoria.

Para 1000 observaciones se obtuvieron los siguientes valores:

$$\sum_{t=1}^{n} X_{2t} = 3000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 1000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{4t} = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t = 6000$$

$$\sum_{t=1}^{n} \left(X_{2t}\right)^2 = 12000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(X_{3t}\right)^2 = 2000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(X_{4t}\right)^2 = 6000 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{3t} = 8000$$

$$\sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{3t} = 3000 \qquad \sum_{t=1} X_{2t} \cdot X_{4t} = 4000 \qquad \sum_{t=1}^{n} X_{3t} \cdot X_{4t} = 2000$$

$$\sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{2t} = 13000 \qquad \sum_{t=1}^{n} \left(y_t\right)^2 = 49099.6 \qquad \sum_{t=1}^{n} y_t \cdot X_{4t} = 16000$$

a) Construya la matriz $X^T X$ **(8 Puntos)**

$$X^T X = \begin{pmatrix} 1000 & 3000 & 1000 & 2000 \\ 3000 & 12000 & 3000 & 4000 \\ 1000 & 3000 & 2000 & 2000 \\ 2000 & 4000 & 2000 & 6000 \end{pmatrix}$$

b) ¿Cuáles propiedades deben cumplirse para obtener estimadores MELI (BLUE) para los párametros β, por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(10 puntos)**

De acuerdo al teorema de Gauss-Markov para obtener estimadores MELI para los párametros β, se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Exista una relacion lineal entre y y las X´s
2. Las X´s son no estocasticas y linealmente independientes entre si.
3. El término de error debe cumplir los siguientes supuestos:

- Media cero, es decir $E\left(\varepsilon_t\right) = 0$
- Varianza constante (Homocedasticidad) ($\operatorname{Var}\left(\varepsilon_t\right) = \sigma^2$), y

- Linealmente independientes entre sí (Autocorrelación) ($E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$)

c) Explique ***brevemente*** las propiedades de un estimador MELI (BLUE) **(5 puntos)**

MELI significa Mejor Estimador Lineal Insesgado. Entonces las propiedades son:

1. El estimador es insesgado es decir $E(\beta hat) = \beta$.
2. El estimador tiene la mínima varianza posible cuando se le compara con los otros posibles estimadores lineales

d) La inversa de la matriz $X^T X$ es $\frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$. Calcule el vector de los estimadores MCO para β y explique el significado de cada uno de los valores estimados. **(10 Puntos)**

Noten que $X^T y = \begin{pmatrix} 6000 \\ 13000 \\ 8000 \\ 16000 \end{pmatrix} = 1000 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix}$, entonces

$$\beta hat = \frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \cdot \left[1000 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} \right]$$

$$\beta hat = \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Explicación:

$\beta hat_2 = -1$**,** un aumento del uno porciento en la DTF produce un aumento de $1000 en el precio de la acción.

$\beta hat_3 = 2$, un aumento de 10 puntos porcentuales en el índice de las acciones del sector industrual incrementará en dos mil pesos el precio de la acción.

$\beta hat_4 = 1$, un aumento de 10 puntos porcentuales del IBB incrementará en mil pesos el precio de la acción.

$\beta hat_1 = 5$, el precio medio de la acción cuando no hay cambios en la DTF, y el índice de las acciones industriales y el IBB son cero será de cinco mil pesos.

e) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO de β.
(7 Puntos)

Recuerden que

$$s^2 = \frac{y^T \cdot y - \beta hat^T \cdot X^T \cdot y}{n - k}$$

En este caso $y^T y = 49099.6$, entonces

$$s^2 = \frac{49099.6 - \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left[1000 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 8 \\ 16 \end{pmatrix} \right]}{1000 - 4} = \frac{49099.6 - (49000)}{9996} = \frac{1}{10}$$

Y la matriz de varianzas y covarianzas delos estimadores MCO es

$$s^2 \cdot \left(X^T X\right)^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \left[\frac{1}{1000} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \right] = 10^{-4} \cdot \begin{pmatrix} 29 & -5 & -1 & -6 \\ -5 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

f) PREGUNTA OPCIONAL

¿Cómo probaría usted la siguiente hipótesis: ni el índice de las acciones del sector

¿Cómo probaría usted la siguiente hipótesis: ni el índice de las acciones del sector industrial, ni el IBB influyen en el precio de la acción? NO tiene que efectuar los cálculos. Simplemente, plantee la hipótesis y muestre como calcularía usted el estadístico relevante. Además describa como tomaría usted la decisión de rechazar o no la hipótesis nula. **(10 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

En este caso queremos probar la siguiente hipótesis nula: H_0: $\beta_2 = \beta_4 = 0$ versus la hip[otesis alterna no H_0. Esta H_0 se puede rescribir como H_0: $R\beta = C$, donde $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Entonces sabemos que el F calculado esta dado por

$$F_c = \frac{\dfrac{\left(\left(C - R\cdot\beta hat\right)\right)^T \cdot \left(R\left((X)^T \cdot X\right)^{-1} \cdot (R)^T\right) \cdot \left(C - R\cdot\beta hat\right)}{r}}{s^2}$$

Ustedes no necesitaban calcular este número. Sólo necesitaban mostrar la anterior fórmula y decir que este F calculado se compara con el F de la tabla con 2 grados de libertad en el númerador y 996 grados de libertad en el denominador. En caso que el F calculado es mayor que el F de la tabla se rechaza la hipótesis nula. En caso contrario no se puede rechazar la hipótesis nula.

Resultados de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = LN[I]

Characteristics:
LN[I]
  First observation = 1(=1970)
  Last observation  = 15(=1984)
  Number of usable observations: 15
  Minimum value: 2.0299887E+000
  Maximum value: 2.6590000E+000
  Sample mean:   2.3585267E+000

X variables:
X(1) = LN[G]
X(2) = LN[R]
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.


OLS estimation results
Parameters  Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                      [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)        0.79786     9.688          11.229
                      [0.00000]       [0.00000]
b(2)        0.16347     3.135           4.697
                      [0.00172]       [0.00000]
b(3)       -1.28453    -4.490          -5.034
                      [0.00001]       [0.00000]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 15
Variance of the residuals = 0.002546
Standard error of the residuals = 0.050463
Residual sum of squares (RSS)= 0.030558
Total sum of squares (TSS) = 0.688440
R-square = 0.955613
Adjusted R-square = 0.948215

Overall F test: F(2,12) = 129.17
p-value = 0.00000
Significance levels:      10%        5%
Critical values:          2.81      3.89
Conclusions:             reject    reject
```

Resultados de EasyReg. (Cont.)

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional expectation of the model error U relative to the X variables and all lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then the OLS parameter estimators b(1),..,b(3), minus their true values, times the square root of the sample size n, are (asymptotically) jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

```
 0.10 -0.04 -0.34
-0.04  0.04  0.09
-0.34  0.09  1.20
```

provided that the conditional variance of the model error U is constant (U is homoskedastic), or

```
 0.07 -0.02 -0.26
-0.02  0.01  0.07
-0.26  0.07  0.97
```

if the conditional variance of the model error U is not constant (U is heteroskedastic).