

Taller 2: Regresión lineal simple  
Econometría 06216  
08-02-2010

**Profesor:** Julio César Alonso

**Monitores:** Sasha Magyaroff - Carolina Restrepo

**Notas:**

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 9 de agosto de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

**Instrucciones:**

- Este taller debe ser escrito en computador. Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo individual. Por tanto el taller debe reflejar únicamente el trabajo del estudiante.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con todos ellos.

**Pregunta 1**

Explique por qué cada uno de los siguientes modelos puede estimarse o no por MCO:

a.  $Y_t = \gamma_1 + \gamma_2 X_{1t}^{\gamma_3} + \varepsilon_t$

Este modelo no es linealizable. No todos los coeficientes asociados a las variables entran linealmente en el modelo ( $\gamma_3$  no entra linealmente).

b.  $\ln\left(\frac{\rho_1}{1-\rho_1}\right) = \alpha + \beta_1 X_{1i} \varepsilon_t$

Este modelo es linealizable pero no se puede estimar a través de MCO. Si se divide ambos lados por el término de error, se obtendría que:

$$\frac{\ln\left(\frac{\rho_1}{1-\rho_1}\right)}{\varepsilon_t} = \frac{\alpha}{\varepsilon_t} + \beta_1 X_{1i}$$

Nótese que aunque  $\frac{\ln\left(\frac{\rho_1}{1-\rho_1}\right)}{\varepsilon_t}$  haría las veces de variable dependiente, el numerador es en principio una constante dado que  $\rho_1$  es un parámetro, y  $\varepsilon_t$  NO es observable, por tanto, es imposible estimar el modelo.

c.  $M_t = \frac{\varepsilon_t^\theta}{R_t^\delta}$

Este modelo es linealizable y por lo tanto es posible estimarlo a través de MCO:

$$\ln(M_t) = \ln\left(\frac{\varepsilon_t^\vartheta}{R_t^\delta}\right)$$

$$\ln M_t = \vartheta \ln \varepsilon_t - \delta \ln R_t$$

Reparametrizando  $\gamma = -\delta$ ,  $\mu_t = \vartheta \ln \varepsilon_t$ :  $\ln M_t = \gamma \ln R + \mu_t$

### Pregunta 2

El Banco Central de la República de Villa Grande ha encontrado que históricamente, el comportamiento de la velocidad con la que el dinero circula la economía del país, es decir, el número de veces que una unidad monetaria cambia de manos durante un año sigue la relación expuesta por:

$$v_t = Ar_t^{\beta_2} \quad (1.1)$$

donde A es una constante y r el tipo de interés. Usted, un reconocido economista del medio, ha sido contratado para analizar la relación existente entre la velocidad de circulación del dinero y el tipo de interés real. Para ello usted cuenta con datos anuales del período comprendido entre 1990 y 2009 (Ver archivo de Excel adjunto.).

- a. Escriba un modelo estimable que incluya todas las variables mencionadas y que a su vez sea acorde con la teoría económica.
  - b. Posteriormente interprete los coeficientes a priori. Sea breve y preciso(a).
- a. El modelo descrito por la ecuación (1.1) debe transformarse con el objeto de encontrar la forma funcional de línea recta y poder estimar por MCO:

$$\ln(v_t) = \ln(Ar_t^{\beta_2})$$

$$\ln(v_t) = \ln(A) + \beta_2 \ln(r_t)$$

Reparametrizando se tendría que la forma funcional lineal es:

$$\ln(v_t) = \beta_1 + \beta_2 \ln(r_t)$$

Dado que un modelo estadístico tiene tanto una parte determinística como una parte aleatoria, a la forma funcional encontrada se le debe incluir un término error:

$$\ln(v_t) = \beta_1 + \beta_2 \ln(r_t) + \varepsilon_t$$

Donde  $\varepsilon_t$  tiene media cero y varianza constante igual a  $\sigma_\varepsilon^2$

- b. Interpretación de los coeficientes:  
 $\beta_1$ : No tiene interpretación económica.

$\beta_2$ : Correspondería a la elasticidad de la velocidad del dinero con respecto al tipo de interés real (el cambio porcentual en la velocidad de circulación del dinero derivado del cambio en un 1% en el tipo de interés real). Se espera que el coeficiente sea positivo dado que en teoría, el tipo de interés representa el costo de oportunidad del dinero demandado por motivo transaccional, entre más alto, menor demanda de saldos reales, y mayor el número de transacciones en las que la misma cantidad de dichos saldos interviene durante un período de tiempo determinado.

### Pregunta 3

Estime el modelo, muestre todo su procedimiento, las fórmulas que utilizó y los valores que se remplazaron, de lo contrario no se considerará válida su respuesta.

Para estimar los parámetros se emplean las fórmulas:

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (\ln r_t \ln v_t) - 20 \overline{\ln r} \overline{\ln v}}{\sum_{i=1}^{20} (\ln r_t)^2 - 20 (\overline{\ln r})^2} = \frac{269.24 - 20 \cdot 2.3 \cdot 5.85}{105.98 - 20 \cdot 5.29} = \frac{-0.02473345}{0.159} = -0.15$$

$$\widehat{\beta}_0 = \overline{\ln v} - \widehat{\beta}_1 \overline{\ln r} = 5.83 - 2.3 \cdot (-0.15) = 5.83 - (-0.356) = 6.21$$

En este caso, se encuentra que los coeficientes estimados son:  $\widehat{\beta}_1 = -0.155$  y  $\widehat{\beta}_0 = 6.21$ , por lo tanto, la ecuación estimada es:

$$\ln(v_t) = 6.21 - 0.155 \ln(r_t) + \varepsilon_t$$

### Pregunta 4

- Interprete los signos de los coeficientes estimados y discuta si son coherentes con la teoría económica. ¿Son estos coeficientes significativos? Muestre todos sus cálculos y explique su respuesta. Sea breve y preciso(a).
- ¿Qué puede decir de la bondad de ajuste del modelo? Muestre todos sus cálculos y explique su respuesta. Sea breve y preciso(a).

Como se mencionó en la pregunta anterior, el coeficiente asociado a la pendiente no tiene interpretación económica alguna. Por otra parte y sin tener en cuenta la significancia estadística, la interpretación de la primera pendiente ( $\widehat{\beta}_1$ ) corresponde a que la velocidad de circulación del dinero disminuye un 0.45% como respuesta a cada aumento del 1% en la tasa de interés. Este resultado no concuerda con la teoría en la medida en que una disminución en la tasa de interés generaría, ceteris paribus, un aumento en la demanda de saldos reales y por lo tanto es de esperar que el número de transacciones que involucren una misma cantidad de dinero dentro de la economía sea menor.

Para determinar si el intercepto y la primera pendiente asociados al modelo son estadísticamente diferentes de cero, es conocer la varianza estimada del error, y las

varianzas respectivas de ambos coeficientes, las cuales pueden ser calculadas de la siguiente forma:

$$\hat{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (\ln v_t - \widehat{\ln v_t})^2}{n-2} = \frac{0.674}{18} = 0.037$$

$$s_{\widehat{\beta}_1}^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^{20} (\ln r_t - \widehat{\ln r_t})^2} = \frac{0.0375}{0.16} = 0.23$$

$$s_{\widehat{\beta}_0}^2 = \frac{s^2 \sum_{i=1}^{20} (\ln r_t)^2}{n \sum_{i=1}^{20} (\ln r_t - \widehat{\ln r_t})^2} = \frac{0.037 \cdot 105.98}{3.19} = 1.24$$

En este caso particular, los cálculos asociados son:  $s^2 = 0.037$ ;  $s_{\widehat{\beta}_1}^2 = 0.23$ ;  $s_{\widehat{\beta}_0}^2 = 1.24$ . Con estos resultados ya se pueden hacer las pruebas de hipótesis de significancia individual de los parámetros. Para el intercepto, la prueba de hipótesis nula y la hipótesis alterna corresponderían a:

$$H_0: \beta_0 = 0$$

$$H_1: \beta_0 \neq 0$$

El t calculado resulta de la ecuación  $t = \frac{\widehat{\beta}_0}{s_{\widehat{\beta}_0}} = \frac{6.21}{1.11} = 5.569$ . Como  $|t| > |t_{18}^{0.05/2}|$ , es decir  $|5.569| > |2.1009|$ , se concluye que con un nivel de confianza del 5% es posible rechazar la hipótesis nula de que  $\beta_0 = 0$ . En otras palabras, el intercepto es estadísticamente significativo. En el caso de la primera pendiente, el t calculado corresponde a  $t = \frac{\widehat{\beta}_1}{s_{\widehat{\beta}_1}} = -0.320$ . Por lo tanto, dado que  $|-0.320| < |2.1009|$ , no existe evidencia suficiente para rechazar la idea de que el coeficiente asociado al tipo de interés es estadísticamente igual a cero.

Con respecto a la bondad de ajuste del modelo, es fácil encontrar que el coeficiente de determinación del modelo es demasiado pequeño e igual a 0.56%. Es decir que la capacidad explicativa del modelo es muy pobre. De hecho, como se encontró anteriormente, la única variable explicativa analizada es significativamente igual a cero.

### Pregunta 5

En la República de Villa Chica hay serios indicios de que la demanda agregada de dinero se comporta de la forma:

$$M_t = \beta + \gamma Y_t \quad (1.1)$$

Donde M es la cantidad de dinero demandada, y Y la renta de la población de Villa Grande.

- Estime el modelo, determine la significancia del coeficiente y discuta su interpretación. Muestre todos los cálculos.

- b. Usted es además contratado para que realice una proyección y un intervalo de confianza para el nivel de demanda de dinero para el año 2010, si el nivel de renta esperada es de 302 millones de pesos. Muestre todos sus cálculos.
- a. Estimando el modelo con el mismo proceso utilizado en 2 se obtiene que el coeficiente estimado asociado a la renta de la población es 0.002, su correspondiente error estándar es  $4.812e-04$  y su  $t$  calculado 4.462 (usted debió haber mostrado todos los cálculos necesarios). Por lo tanto,  $\gamma$  es significativo a un nivel de confianza del 5% y su interpretación es que cada incremento de un millón de pesos en la renta de los individuos, genera un incremento en la demanda de 0.002 millones de pesos. Por otra parte, el intercepto estimado es 139.83 aunque es estadísticamente igual a cero por cuanto su interpretación no vale la pena realizar.
- b. En este caso, suponiendo que el modelo estimado es el adecuado, el valor esperado de la demanda de dinero para 2010 teniendo en cuenta que se espera una renta de 302 millones de pesos, es  $M_t = 139.83 + 0.002(302) = 140.485$  millones de pesos. El intervalo de confianza para este valor esperado esta dado por:

$$140.485 \pm t_{18}^{0.05/2} s \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{(302 - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right)} = 140.485 \pm 2.1009 \cdot 107.41 \cdot 1.31$$

Finalmente se tiene que el intervalo de confianza del 95% para el valor esperado de la demanda de dinero es: [-154.77, 435.74].

### Pregunta 6

El ministro de hacienda de Villa Chica asegura que si se lograra elevar la renta agregada de los habitantes del país en tres millones de pesos, la demanda agregada se incrementaría en 0.007 millones y se generaría crecimiento económico. A usted se le pide que con un nivel de confianza del 95% determine si eso es cierto. Muestre todos sus cálculos y argumente.

De las estimaciones anteriores se encontró que por cada aumento en un millón de pesos en renta, la demanda agregada de Villa Chica se incrementaría en 0.002 millones de pesos. Por lo tanto, por un aumento de tres millones de pesos se estima que la demanda agregada se incrementaría en 0.006 millones. Para que la demanda se incrementara en 0.007 millones como lo cree el ministro de hacienda, el beta estimado correspondiente a la variable independiente tendría que haber sido 0,0023 y no 0.002. Sin embargo, si se tiene en cuenta que el modelo estimado en la pregunta anterior tiene un componente aleatorio y por tanto hay probabilidad de error, el problema se reduce a determinar si el coeficiente de la renta estimado es estadísticamente diferente de 0,0023. Es decir que se debe realizar una prueba de hipótesis en la que se pruebe que:

$$H_0: \beta = 0,0023$$

$$H_1: \beta \neq 0,0023$$

Para probar la hipótesis se obtiene el t-estadístico así:

$$t: \frac{\hat{\beta} - 0,00233}{s_{\hat{\beta}}} = \frac{0,002 - 0,0023}{0,00048} = -0,38$$

Dado que Como  $|\hat{t}| < |t_{18}^{0,05/2}|$ , es decir  $|-0,386| < |2,1009|$ , se concluye que con un nivel de confianza del 5% no existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis de que  $\beta = 0,0023$ . Por lo tanto, es imposible decir que el coeficiente es estadísticamente diferente de 0,0023 y en esa medida, el ministro de hacienda estaría en lo correcto con una confianza del 95%.