

**Taller #8**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Autocorrelación**  
**Econometría 06216**

**Profesor: Julio César Alonso**  
**Monitores: Paul Semaan**  
**Francisco Quevedo**

**Notas:**

- o Recuerde que sólo dos preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 9 de Octubre entre las 8 y 9 AM en mi oficina.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

El gobierno de un pequeño país caribeño está interesado en conocer la relación existente entre el ingreso disponible y el consumo agregado, con el fin de establecer la política impositiva que regirá en el año siguiente. Se cuenta con datos sobre el consumo privado y la renta agregada recolectada desde 1900 hasta 2002, ambos valores medidos en billones de dólares del año 2000. Los datos se encuentran en el archivo T8-02-06.xls.

Para lo cual, su jefe le indica que debe estimar el siguiente modelo:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde  $C_t$  y  $Y_t$  denotan el consumo y el ingreso disponible agregados para el año  $t$ , respectivamente.

La justificación para emplear el consumo del período anterior como variable explicativa es la siguiente: Los hábitos, usos, estándares y niveles asociados con el consumo real disfrutado previamente llega a ser impreso sobre los sistemas fisiológicos y psicológicos humanos y eso produce una inercia o histéresis en la conducta del consumidor. A causa de esta inercia, la demanda reacciona a los cambios en la renta disponible con cierta lentitud y entonces el consumo real pasado ejerce un efecto estabilizador sobre el consumo corriente.

(Para tener una comprensión mejor del modelo, ver el archivo adjunto sobre la función de consumo de Brown)

De acuerdo con la siguiente información:

1. Estime el modelo. Reporte sus resultados en una tabla.

2. Efectúe el análisis gráfico de los errores estimados. ¿Qué tipo de problema puede intuir a partir de este análisis? Explique.
3. Realice las pruebas que considere necesarias para determinar la existencia o no de un problema de autocorrelación en el modelo. Especifique siempre las hipótesis que sustentan cada prueba y muestre claramente la conclusión a la que llega.
4. Según las conclusiones que extrajo del punto anterior:
  - a. ¿A qué conclusión llega? ¿explique por medio de la teoría econométrica cómo solucionaría el problema si es que este existe?
  - b. Ahora, demuestre que el problema ha desaparecido (realice las pruebas pertinentes). Además estime el nuevo modelo e interprete los coeficientes estimados (siempre y cuando halla encontrado un problema econométrico en el modelo original)
5. Según lo estudiado en el documento de Brown, calcule la propensión marginal a consumir de largo plazo..
6. Pruebe si la propensión marginal a consumir de largo plazo y constante es estadísticamente igual a 0.8 ó no., ¿esto que significa?.

**Taller #8**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Autocorrelación**  
**Econometría 06216**

**Profesor: Julio César Alonso**  
**Monitores: Paul Semaan**  
**Francisco Quevedo**

**Notas:**

- o Recuerde que sólo dos preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller debe ser entregado en la puerta de la oficina de Julio, entre las 8 y 9 AM del próximo martes 17 de Octubre.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

El gobierno de un pequeño país caribeño está interesado en conocer la relación existente entre el ingreso disponible y el consumo agregado, con el fin de establecer la política impositiva que regirá en el año siguiente. Se cuenta con datos sobre el consumo privado y la renta agregada recolectada desde 1900 hasta 2002, ambos valores medidos en billones de dólares del año 2000. Los datos se encuentran en el archivo T8-02-06.xls.

Para lo cual, su jefe le indica que debe estimar el siguiente modelo:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \gamma C_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde  $C_t$  y  $Y_t$  denotan el consumo y el ingreso disponible agregados para el año , respectivamente.

La justificación para emplear el consumo del período anterior como variable explicativa es la siguiente: Los hábitos, usos, estándares y niveles asociados con el consumo real disfrutado previamente llega a ser impreso sobre los sistemas fisiológicos y psicológicos humanos y eso produce una inercia o histéresis en la conducta del consumidor. A causa de esta inercia, la demanda reacciona a los cambios en la renta disponible con cierta lentitud y entonces el consumo real pasado ejerce un efecto estabilizador sobre el consumo corriente.

*(Para tener una comprensión mejor del modelo, ver el archivo adjunto sobre la función de consumo de Brown)*

De acuerdo con la siguiente información:

1. Estime el modelo. Reporte sus resultados en una tabla.

**Tabla 1. Estimación de ecuaciones (1) y (2).**

	VARIABLE DEPENDIENTE: $C_t$	
	Estadísticos t entre paréntesis	
	Ecuación 1 1900-2002 MCO	Ecuación 2 1900-2002 MCG
<b>Constante</b>	21.1300 (6,308) ***	-13.1358 N.A.
$Y_t$	0.94997 (16.02) ***	0.9303 (31.53) ***
$C_{t-1}$	0.62606 (20,878) ***	0.5124 (18.39) ***
$R^2$	0.8827	0.9167
$R^2$ Ajustado	0.8803	0.9150
# de Obs.	102	101

(\*) nivel de significancia: 10%

(\*\*) nivel de significancia: 5%

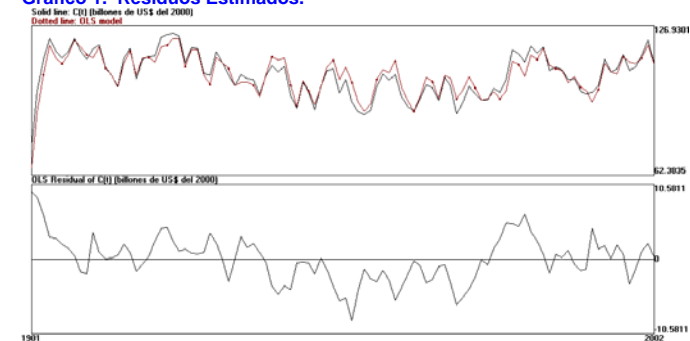
(\*\*\*) nivel de significancia: 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

MCG: Mínimos Cuadrados Generalizados

2. Efectúe el análisis gráfico de los errores estimados. ¿Qué tipo de problema puede intuir a partir de este análisis? Explique.

**Gráfico 1. Residuos Estimados.**



Según lo observado en el Gráfico 1, parece existir un problema de autocorrelación pues los errores tienden a seguir un comportamiento. Particularmente, puede ser autocorrelación positiva ya que existen muchos residuos de signo positivo que son seguidos por errores de igual signo. Sin embargo, serán necesarias más pruebas para realizar una conclusión.

- Realice las pruebas que considere necesarias para determinar la existencia o no de un problema de autocorrelación en el modelo. Especifique siempre las hipótesis que sustentan cada prueba y muestre claramente la conclusión a la que llega.

**Prueba de Rachas**

La hipótesis nula es la existencia de no autocorrelación ( $H_0 : \rho = 0$ ), versus la hipótesis alterna de autocorrelación ( $H_A : \rho \neq 0$ ). Para el modelo (1) ,se tiene que  $k = 17$ ,  $N_+ = 53$  y  $N_- = 49$ . Entonces se hace necesario conocer  $E[k] = 51.92$  y  $Var[k] = 25.16$  con

estos datos podemos hallar el estadístico  $RA = \frac{k - E(k)}{\sqrt{Var(k)}} = -6.96$ . La regla de decisión es

rechazar la hipótesis nula si  $|RA| > z_{\alpha/2}$ . Si deseamos contrastar a un nivel de significancia del 5% y el 1%, tendríamos los valores críticos 1.96 y 2.575 respectivamente, por lo que podemos rechazar la hipótesis nula y por lo tanto aceptar la existencia de autocorrelación con una confianza del 95 y 99%.

**h de Durbin**

Dado que una variable explicativa corresponde a la variable dependiente rezagada, entonces no es posible realizar el test de Durbin-Watson, en cambio se hace necesario realizar la prueba de la h de Durbin. Para esto se contrasta la hipótesis nula que supone no correlacion entre los residuos o  $\rho = 0$  y la hipótesis alterna presencia de autocorrelacion o  $\rho \neq 0$  comparando un estadístico de prueba h con un valor crítico que

sigue una distribución normal, dado por  $h = \left(1 - \frac{DW}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n(Var(\hat{\alpha}))}}$  tal que

$\sim N(0,1)$ , este valor corresponde a 8.02, y comparandolo con los valores críticos al 1%, 5% y 10% (2.576; 1.96; 1.645) se puede rechazar la hipótesis nula a favor de la presencia de autocorrelacion.

**Prueba de Box-Pierce**

La hipótesis nula es la no existencia de autocorrelación, versus la hipótesis alterna de la existencia de la misma. De esta manera, los diez primeros rezagos que se muestran en el Cuadro 1, nos permite rechazar la hipótesis nula, con lo cual se concluye la existencia de este problema en el modelo.

**Cuadro 1. Prueba Box-Pierce**

Q(p)	Valor	p-valor	valor crítico	Decision	valor crítico	Decision
			5%		10%	
			significancia	significancia		
1	57.62	0.00000	3.84	rechazar	2.71	rechazar
2	83.92	0.00000	5.99	rechazar	4.61	rechazar
3	97.17	0.00000	7.81	rechazar	6.25	rechazar
4	107.05	0.00000	9.49	rechazar	7.78	rechazar
5	113.13	0.00000	11.07	rechazar	9.24	rechazar
6	116.34	0.00000	12.59	rechazar	10.64	rechazar
7	118.48	0.00000	14.07	rechazar	12.02	rechazar
8	121.10	0.00000	15.51	rechazar	13.36	rechazar
9	125.19	0.00000	16.92	rechazar	14.68	rechazar
10	129.90	0.00000	18.31	rechazar	15.99	rechazar

- Según las conclusiones que extrajo del punto anterior:
  - ¿A qué conclusión llega? ¿explique por medio de la teoría econométrica cómo solucionaría el problema si es que este existe?

De acuerdo con las pruebas realizadas y teniendo en cuenta el análisis gráfico, se llega a la conclusión de que existe un problema de autocorrelación positiva en este modelo. Dado que la prueba de la h de Durbin nos permitió concluir sobre la existencia de AR1, podemos utilizar el método de los Mínimos Cuadrados Generalizados. Para ello, rezagamos cada una de las variables un periodo, las multiplicamos por su coeficiente de correlación y se las restamos a las variables no rezagadas, de esta manera se obtiene el modelo (2).

$$C_t^* = \alpha^* + \beta Y_t^* + \gamma C_{t-1}^* + \varepsilon_t^* \tag{2}$$

En donde,  $\varepsilon_t^* = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1}$ ,  $\alpha^* = \alpha(1 - \rho)$ ,  $C_t^* = C_t - \rho C_{t-1}$ ,  $Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$  y  $C_{t-1}^* = C_{t-1} - \rho C_{t-2}$

Primero, se encontró que  $\hat{\rho} = 1.39042$ , el cual resulta después de estimar el modelo:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + \rho C_{t-1} + \theta Y_{t-1} + \varphi C_{t-1} + \varepsilon_t$$

Realizados estos pasos, los errores ya no presentarían el problema de autocorrelación en el modelo (2), los resultados se reportan en la Tabla 1.

- Ahora, demuestre que el problema ha desaparecido (realice las pruebas pertinentes). Además estime el nuevo modelo e interprete los coeficientes

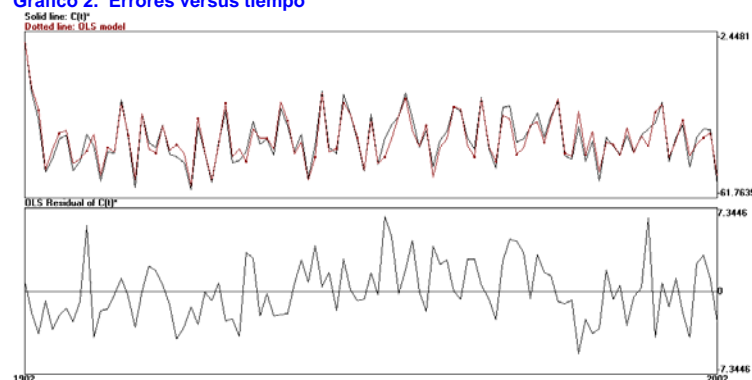
estimados (siempre y cuando halla encontrado un problema econométrico en el modelo original)

Nuevamente realizamos las pruebas de Rachas, Durbin-Watson, Box-Pierce y el método Gráfico, para comprobar la desaparición del problema.

**Análisis Gráfico**

Del Gráfico 2, podemos seguir detectando un comportamiento en los errores pues unas veces mantienen el signo, por lo tanto, según esta noción el problema se ha solucionado.

**Gráfico 2. Errores versus tiempo**



Como se observa en el Gráfico 2, parece que los errores siguen un comportamiento, sin embargo, es necesario realizar otras pruebas que nos permitan sacar mejores conclusiones al respecto.

**Prueba de Rachas**

Nuevamente se tiene que la hipótesis nula es la presencia de no autocorrelación versus la hipótesis alterna de autocorrelación. Para el modelo (2) se tiene que  $k = 42$ ,  $N_+ = 46$  y  $N_- = 56$ . Entonces se hace necesario conocer  $E[k] = 50.90$  y  $Var[k] = 24.40$  pues con estos datos podemos hallar el estadístico  $RA = \frac{k - E(k)}{\sqrt{Var(k)}} = -1.8018$ . La regla de decisión es rechazar la hipótesis nula si  $|RA| > z_{\alpha/2}$ . Con los t-valores de 1.96 y 2.575 respectivamente, entonces no podemos rechazar la hipótesis nula de la no existencia de

autocorrelación con un nivel de confianza del 95% y el 99%, de esta manera se comprueba la corrección del problema, sin embargo cuando se contrasta la hipótesis nula con un nivel de significancia del 10% esta se rechaza.

**h de Durbin**

Al igual que en el modelo (1) se hace necesario realizar la prueba de la h de Durbin. Para esto se contrasta la hipótesis nula que supone no correlacion entre los residuos vs la hipótesis alterna de presencia de autocorrelacion donde el estadístico de prueba h iguala 2.42 dados los valores criticos al 1%, 5% y 10% (2.576; 1.96; 1.645) se puede rechazar la hipótesis nula a favor de la presencia de autocorrelación con el 5% de significancia, por lo tanto parece ser que el problema de autocorrelación no ha sido solucionado.

**Prueba de Box-Pierce**

En el Cuadro 2 se muestran los resultados para los 10 primeros rezagos. De esta manera, se observa que los rezagos observados rechazan la hipótesis nula de no autocorrelación.

**Cuadro 2. Prueba Box-Pierce**

Q(p)	Valor	p-valor	valor critico 5% significancia	Decision	valor critico 10% significancia	Decision
1	5.57	0.01829	3.84	rechazar	2.71	rechazar
2	6.54	0.03808	5.99	rechazar	4.61	rechazar
3	6.67	0.08316	7.81	no rechazar	6.25	rechazar
4	9.16	0.05713	9.49	no rechazar	7.78	rechazar
5	10.92	0.05306	11.07	no rechazar	9.24	rechazar
6	12.03	0.06316	12.59	no rechazar	10.64	rechazar
7	12.03	0.09962	14.07	no rechazar	12.02	rechazar
8	12.23	0.14116	15.51	no rechazar	13.36	no rechazar
9	14.87	0.09469	16.92	no rechazar	14.68	rechazar
10	14.92	0.13485	18.31	no rechazar	15.99	no rechazar

**Conclusión**

Dado que los resultados de las pruebas de Rachas va en la misma direccion que los resultados de la prueba de la h de Durban y Box-Pierce entonces se llega a la conclusión de que el problema de autocorrelacion es de un orden superior a un AR(1), y por lo tanto no puede ser solucionado, esto se puede observar dado que el parámetro  $\hat{\rho}$  es estadísticamente mayor a 1 lo que sugiere la presencia de raíces unitarias.

Dado que no se pudo solucionar el problema no tiene sentido interpretar los coeficientes estimados toda vez que estos son ineficientes.

5. Según lo estudiado en el documento de Brown, calcule la Propensión Marginal a Consumir de Largo Plazo (PMCLP).

A pesar de que el problema de autocorrelación no ha sido corregido, continuaremos con el cálculo de la PMCLP. De acuerdo al documento de Brown, primero se debe considerar un consumo de largo plazo, para esto se supone que  $C_t^* = C_{t-1}^* = \bar{C}$ , por lo tanto la ecuación (1) será modificada de la siguiente manera:  $\bar{C} = \alpha + \beta Y_t + \gamma \bar{C} + \varepsilon_t$ , por el paso a seguir será despejar  $\bar{C}$  y luego derivar con respecto a  $Y_t$  por lo tanto:

$$\bar{C}(1-\gamma) = \alpha + \beta Y_t; \text{ y } \bar{C} = \frac{\alpha + \beta Y_t}{(1-\gamma)}; \text{ entonces la PMCLP será igual a } \frac{\partial \bar{C}}{\partial Y_t} = \frac{\beta}{(1-\gamma)}, \text{ esto}$$

es: 1.9080, esto se explica porque es posible que en el período  $t$  se presente un nivel de desahorro, a costa del nivel de consumo del período  $t+1$

6. Pruebe si la propensión marginal a consumir de largo plazo es estadísticamente igual a 0.8 ó no., ¿esto que significa?.

Esto se puede probar mediante un test de wald sobre las restricciones lineales, de la forma  $R \cdot \beta = C$ , donde  $R = [0.8 \quad 1]$  y  $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$  y  $C = [0.8]$ , dado que nuestra hipótesis

alterna sería igual a  $0.8(1-\gamma) = \beta$ , contra la hipótesis nula  $0.8(1-\gamma) \neq \beta$  por lo tanto el estadístico de wald será igual a 165.4 con un p-valor igual a 0, entonces se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia del 1%, esto significa que la PMCLP no es igual a 0.8, y por lo tanto en el largo plazo por cada billón de dolares del año 2000 en que aumente el ingreso del pequeño país caribeño, el consumo no aumentará en 0.8 billones de dolares del año 2000.