

**PRUEBA CORTA 2 CÁLCULO DIFERENCIAL GRUPO 01**

Profesor: Edwin Barrios Rivera

Marzo 15 de 2012

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** Apague todo tipo de instrumento tecnológico no autorizado. No se responden preguntas que tengan que ver con el desarrollo del examen.

1. Generalidades (27%)

Complete la proposición para que sea verdadera. Justifique claramente su respuesta.

a) La función  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)$  tiene exactamente \_\_\_\_\_ (cantidad) puntos críticos.

Responda *falso* o *verdadero*. En caso verdadero realice una demostración que argumente su afirmación, si es falso de un contraejemplo.

b) Un función polinómica de grado  $n$  tiene exactamente  $(n - 1)$  puntos críticos.

c) Si  $f''(4) = 0$ , entonces la gráfica de  $f$  debe tener un punto de inflexión en  $(4, f(4))$ .

2. (24%) Derive y simplifique la siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{\frac{4x + 1}{x^2 + 3}}$

b)  $f(t) = \ln\left(\frac{e^t + 1}{e^t - 1}\right)$

c)  $z = 100e^{x/(x^2+1)}$

3. (30%) Sea  $f$  una función con dominio los números reales y cuyas derivadas son

$f'(x) = \frac{10}{3} \left(\frac{1-x}{x^{1/3}}\right)$  y  $f''(x) = -\frac{10}{9} \left(\frac{1+2x}{x^{4/3}}\right)$ . Halle:

a) La coordenada en  $x$  de los máximos y mínimos locales, y los puntos de inflexión.

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f$ .

c) Intervalos de concavidad hacia arriba y hacia abajo de la función  $f$ .

4. (19%) La productividad laboral unitaria  $P$  (producción por hora de trabajo) es una función del capital invertido  $K$  en planta y maquinaria. Suponga que  $P = 0,5K^2 + K - 5$ , donde  $K$  está medido en millones de dólares y  $P$  en dólares por hora de trabajo. Si  $K$  es 10 y está creciendo a razón de 2 por año, ¿con qué rapidez está creciendo  $P$ ?