UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

PARCIAL II
ALGEBRA LINEAL
PROFESOR: OMAR JARAMILLO
4 de Abril de 2013

I. (10 puntos)Decida el valor de verdad, falso o verdadero de cada una de las siguientes afirmaciones. Justifique plenamente sus respuestas.

(a) El punto de intercepto entre las recta $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{-1}$ y $\begin{cases} x = 8 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 8 - 3t \end{cases}$

es el punto $(4, 5, 2)$. ( )

(b) El punto $(2, 3, -4)$ pertenece al plano $2x + 3y - 4z + 10 = 0$. ( )

(c) El conjunto $S = \{(1,0,1), (1,2,3)\}$ es una base para $\mathbb{R}^3$. ( )

II. (10 puntos)RECTAS Y PLANOS

(a) Encuentre la ecuación del plano que pasa por los puntos $(3,2,-7)$, $(4,1,3)$ y $(5,2,-1)$.
(b) Determine la ecuación normal del plano que pasa por el punto $(2,\ 1,-5)$ y es paralelo a la recta que pasa por los puntos $(3,-1,2)$ y $(5,2,1)$.

III. (12 puntos)SUBESPACIOS VECTORIALES
Determine si cada uno de los siguientes subconjuntos W es subespacio del espacio vectorial V. En cada caso escriba en forma compacta el conjunto W.

(a) Sea W el conjunto de los vectores (a, b, c, d), donde $a = b - c$ y $d = 3b + c$.

$V = \mathbb{R}^3$.

(b) Sea W el conjunto de polinomios $p(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$, donde $a_0 = a_2 - 2$.

$V = P_2$.

(c) Sea $W = \{A_{nxn} | A\ antisimetrica\}$, $V = M_{nxn}$.

IV. (10 puntos)BASES Y DIMENSION

(a) Dado el conjunto $S = \{(1,2,1), (2,5,5), (3,4,-3), (4,7,2)\}$, ¿$S$ es linealmente independiente? ¿ S genera a $\mathbb{R}^3$?

(b) Encuentre una base para el espacio $W = gen\, S$, donde $S = \{t^2 + 2\,t - 2,\quad -3t^2 - 4,\ \ 2t^2 + t + 1,\quad -3t^2 + 3t - 9\}$ y determine la dimensión de W.

V. (8 puntos)Demuestre los siguientes enunciados.

(a) Suponga que $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}\}$ es un conjunto linealmente independiente de vectores en un espacio vectorial $\boldsymbol{V}$. ¿Es el conjunto $\boldsymbol{T} = \{\boldsymbol{w_1}, \boldsymbol{w_2}, \boldsymbol{w_3}\}$, donde $\boldsymbol{w_1} = \boldsymbol{v_1} + \boldsymbol{v_2} + \boldsymbol{v_3}$, $\boldsymbol{w_2} = \boldsymbol{v_2} + \boldsymbol{v_3}$ y $\boldsymbol{w_3} = \boldsymbol{v_3}$ linealmente dependiente o independiente? Justifique su respuesta.

(b) Sea $\boldsymbol{x_0}$ un vector fijo en un espacio vectorial $\boldsymbol{V}$. Muestre que el conjunto $\boldsymbol{W}$ que consta de todos los múltiplos escalares $c\boldsymbol{x_0}$ de $\boldsymbol{x_0}$ es un subespacio de $\boldsymbol{V}$.