

Examen Final de Álgebra y funciones

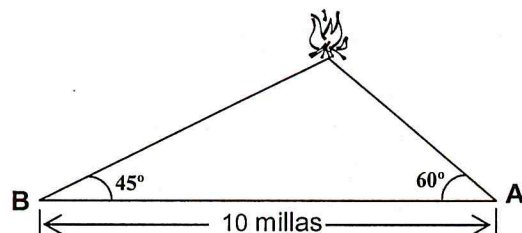
Cali, Mayo 16 de 2007

Nombre: _____ Código: _____

Grupo: _____ Profesor: _____

TENGA EN CUENTA: En este examen no se permite el uso de calculadora. Sus respuestas numéricas deben quedar indicadas en la forma más simplificada posible.

1. **(10 puntos).** Trace la gráfica de la sección cónica cuya ecuación es $9x^2 - 72x + 4y^2 + 16y + 124 = 0$. Localice en ella sus focos y sus vértices.
2. **(15 puntos)** Dados los puntos del plano $A(-7, 4)$ y $B(5, -12)$. Determine:
 - a. La longitud del segmento AB
 - b. El punto medio del segmento AB
 - c. La ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B
 - d. La ecuación de la recta perpendicular al segmento AB que pasa por su punto medio
 - e. Encuentre la ecuación del círculo para el cual el segmento AB es un diámetro
3. **(10 puntos)** En un bosque hay torres de observación para tratar de localizar inicios de incendios. Suponga que hay dos torres de la misma altura. Una en el punto A y otra a 10 millas hacia el oeste, en el punto B (observe la figura). Un guardabosque localiza un incendio hacia el noroeste, y su visual forma un ángulo de 60° con la línea que une las torres. Llama al otro guardabosque del punto B , y éste último dice que el fuego está en una visual que forma un ángulo de 45° con la línea que une las torres. ¿A qué distancia de cada torre está el incendio?



$\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ = \frac{1}{2}$
$\text{sen } 60^\circ = \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{sen } 45^\circ = \text{cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. **(20 puntos)** Dada la función $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
 - a. Determine un dominio de f donde la función sea inyectiva
 - b. Calcule f^{-1}
 - c. Utilice la propiedad de las funciones inversas para comprobar su respuesta de c.
 - d. Trace las gráficas de f y f^{-1} en el mismo plano

5. (20 puntos) Resuelva las siguientes ecuaciones:

a. $3 \operatorname{sen} x = 2 \cos^2 x$, $x \in [0, 2\pi)$

b. $2 \ln(x+2) - \ln x = \ln 8$

c. $2 \cdot 3^{-x} = 2^{3x}$

d. $x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18 = 0$, sabiendo que $-3i$ es una solución

6. (10 puntos) Resuelva la desigualdad y exprese su respuesta en forma de intervalo

$$\left| \frac{2x+1}{x-3} \right| < 4$$

7. (15 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{3x-2}{x^2-2x-3}$, determine sus ceros, sus

asíntotas, la intersección con el eje Y y trace su gráfica.