



**SUPLETORIO DEL EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES.**

29 de noviembre de 2008

NOMBRE: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

PROFESOR: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

**NOTA:** i) El valor total de las preguntas del presente cuestionario es de **120** puntos. **SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS.**

ii) En este examen **no se permite el uso de calculadora.** Aquellas respuestas que involucren raíces, logaritmos o exponenciales, deben quedar indicadas en la forma más simplificada posible.

1. (15 puntos) Resuelva las siguientes ecuaciones

- (a)  $2|5x + 2| - 1 = 5$
- (b)  $\ln x^2 = (\ln x)^2$
- (c)  $4^{2x+3} = 5^{x-2}$
- (d)  $\cos(4x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad x \in [0, 2\pi)$
- (e)  $\cos 2x + \cos x = 0 \quad x \in [0, 2\pi)$

2. (15 puntos)

- (a) Halle el dominio de la función  $f(x) = \frac{\sqrt{1 - |x|}}{3x - 1}$
- (b) Calcule  $\sin(\arctan(2/3))$
- (c) Demuestre que  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

3. (16 puntos) En la última década se ha observado que debido a la deforestación, la extensión de un bosque se ha venido reduciendo en un 10% anual. Actualmente el bosque tiene una extensión de  $200 \text{ Km}^2$

- (a) Escriba la expresión que permite obtener la extensión  $E$  del bosque en función del tiempo  $t$  transcurrido. Dibuje la gráfica de esta relación  $E$  vs.  $t$ .
- (b) Determine la extensión del bosque después de 2 años.
- (c) Escriba una expresión que permita calcular el tiempo  $t$  en el cual el bosque tendrá una extensión de  $130 \text{ Km}^2$

4. (15 puntos) Considere la función  $f(x) = \frac{3x - 4}{2x + 5}$
- (a) Demuestre que  $f$  es inyectiva.
  - (b) Encuentre la función inversa de  $f$ .
  - (c) Verifique que  $f(f^{-1}(x)) = x$  para todo  $x$  del dominio de  $f$ .
5. (14 puntos)
- (a) Halle la distancia entre el punto  $(2,3)$  y la recta  $3x + 4y + 7 = 0$
  - (b) Justifique por qué la gráfica de la ecuación  $9x^2 - 4y^2 - 54x - 16y + 29 = 0$  es una hipérbola y encuentre: los focos, los vértices, el centro y las ecuaciones de las asíntotas.
6. (15 puntos) Considere la función  $f(x) = x^3 + 2x - 1$
- (a) Use la regla de los signos de Descartes para demostrar que  $f(x)$  tiene exactamente un cero real.
  - (b) Use el teorema sobre los ceros racionales para demostrar que el cero real del que se habla en el ítem anterior no es racional.
  - (c) Use el teorema del valor intermedio para encontrar un intervalo  $(a, b)$  que contenga al cero de  $f$ .
7. (15 puntos) Encuentre un polinomio  $p(x)$  de cuarto grado con ceros  $2, -3, y 1+i$  y que satisfaga la condición  $p(0) = 24$
8. (15 puntos) Considere un triángulo  $ABC$  que satisface las condiciones:  $a = 5, c = 8$  y  $\angle B = 60^\circ$ . Determine los valores de  $b$  y  $\text{sen}(\angle A)$