UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES. Grupo 07 Profesor: Hendel Yaker A.

QUIZ No. 4 30 de abril de 2011

1. (16 puntos)

   (a) Encuentre los puntos críticos de la función dada y clasifique uno de ellos como máximo, mínimo o punto silla:

   $$f(x,y) = \tfrac{x^3}{3} - x^2 - \tfrac{x^2}{2}y + 2xy + y^2$$

   (b) El área de una elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ es πab. Dada una suma fija $a + b = s$, demuestre que la elipse de área máxima es una circunferencia (utilice multiplicadores de Lagrange, identificando claramente la función objetivo y la o las restricciones).

2. (14 puntos) Considere la curva de intersección de las superficies: $S_1 : z = x^2+y^2$ y $S_2 : x+y+6z = 33$

   (a) Verifique que el punto $P(1,2,5)$ pertenece a la curva. Determine la ecuación del plano π_1 que es tangente en el punto P a la superficie S_1.

   (b) Determine un vector director para la recta tangente a la curva en el punto P.

3. (20 puntos) Calcule las integrales siguientes (debe dibujar, en cada caso, el dominio de integración):

   (a) $\displaystyle\int_0^{16}\int_{\sqrt{y}}^{4} \sqrt{64 - x^3}\, dxdy$

   (b) $\displaystyle\int_0^{3}\int_{y/3}^{1} \frac{1}{1+x^4}\, dxdy$

4. (Opcional. 10 puntos) Muestre que todo plano tangente al cono $z^2 = a^2x^2 + b^2y^2$ pasa por el origen.

NOTA: Se califica sobre 50 puntos.