

**COMPARACIÓN DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN EN EL MERCADO DE
RENTA VARIABLE COLOMBIANO**

AUTORES:

ADRIANA DAZA Y FRANCISCO MUÑOZ

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO:

GUILLERMO BUENAVENTURA VERA Ph.D.

UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

SANTIAGO DE CALI, MAYO DE 2013

RESUMEN

Después de que Harry Markovitz desarrollara los fundamentos de la Teoría Moderna de Portafolios en los años 50, se han venido creando diversos modelos de estrategia pasiva de inversión con el objetivo de tomar mejores decisiones de diversificación. En este trabajo se contrastan siete modelos de estrategia de inversión pasiva aplicados a datos históricos del mercado de renta variable colombiano entre los años 2008 y 2012. Los resultados de este estudio muestran que las estrategias pasivas de inversión más sencillas presentan un desempeño superior al de otros modelos más complejos que requieren un procedimiento de optimización. Este hecho pone en duda la efectividad de los modelos clásicos de la Teoría Moderna de Portafolios en mercados emergentes como el colombiano.

Palabras claves: Portafolio de Inversión, Diversificación, Mercado Emergente, Estrategia Pasiva de Inversión, Optimización.

ABSTRACT

After Harry Markovitz developed the fundamentals of Modern Portfolio Theory in the 50's, many different models for passive investment strategy have been created in order to make better decisions on diversification. In this study, seven models for passive investment strategy are assessed and compared based on their application to historical data of the Colombian stock market during 2008 and 2012. As a result, the simplest models showed a better performance over complex methods that require optimization procedures. This fact questions the effectiveness of the Modern Portfolio Theory models in emergent markets such as the Colombian market.

Key words: Investment Portfolio, Diversification, Emergent Market, Passive Investment Strategy, Optimization.

Tabla de Contenido

1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. PRESENTACIÓN	6
2.1. DISCUSIÓN Y JUSTIFICACIÓN	6
2.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	8
2.3. OBJETIVOS.....	8
2.3.1 OBJETIVO GENERAL.....	8
2.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
3. MARCO TEÓRICO	9
3.1. Modelos de estrategia de inversión pasiva.....	9
3.1.1. Modelos de Optimización de Markovitz (Modelo Media-Varianza).....	9
3.1.2. Modelo de Único Índice	13
3.1.3. Modelo de Desviación Absoluta Media (Modelo de Riesgo L1).....	18
3.1.4. Modelo de Optimización con Mayores Momentos	21
3.1.5. Modelo de Optimización Maximum Drawdown	22
3.1.6. Modelos Heurísticos.....	22
Método Equiponderado	22
PIR (ponderación inversa al riesgo	23
3.2. Medidas de Desempeño.....	24
3.2.1. Índice de Sharpe	24
3.2.2. Índice de Treynor.....	25
3.2.3. Alfa Jensen	26
3.3. Métodos de prueba	26
3.3.1. Backtesting.....	27
3.3.2. Decisión Multicriterio	27
3.3.3. Nivel de Diversificación.....	28
4. METODOLOGÍA	28

4.1. Modelos para contraste	28
4.2. Procedimiento.....	29
4.3. Datos	30
5. RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	32
5.2.1. Modelos Heurísticos Vs Modelos de Optimización	33
5.2.2. Diversificación lograda por cada modelo	36
5.2.3. Relación del Índice de Sharpe, Rentabilidad y Riesgo de los modelos	37
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	40
BIBLIOGRAFIA.....	43
ANEXOS	45

1. INTRODUCCIÓN

Las inversiones en activos financieros constituyen hoy en día una de las actividades más lucrativas y dinámicas para los inversionistas. Es muy común que los portafolios de inversiones actuales estén compuestos por títulos valores en su totalidad o en su mayor parte (acciones, bonos corporativos, bonos de deuda soberana, futuros, etc.). La principal razón de esta dinámica tiene que ver con la liquidez y la facilidad para realizar transacciones de compra y venta de estos activos, diferente a inversiones en otros campos como por ejemplo en bienes raíces, donde la liquidez es mucho menor. Además, con la tecnología actual, la inversión puede extenderse fácilmente a activos de diversas economías alrededor del mundo, lo cual constituye una característica única de este tipo de inversiones.

El retorno de las inversiones financieras, como en cualquier tipo de inversión, está asociado necesariamente a un riesgo, y la relación retorno-riesgo es el área fundamental de análisis que los inversionistas deben controlar para cumplir con sus objetivos. Sharpe (2000) señala que “la principal herramienta que existe para controlar el riesgo en el campo de las inversiones financieras es la diversificación” (p.31).

En el Capítulo 2 se plantean los objetivos de este trabajo. En el Capítulo 3 se resume la revisión bibliográfica requerida para realizar este estudio. Se hace un breve resumen de los diferentes modelos de inversión pasiva, las medidas de desempeño, y otras herramientas para el análisis de los resultados. En el Capítulo 4 se define la metodología del contraste. Finalmente en el Capítulo 5 se presentan

los resultados de la aplicación de los modelos en los últimos cinco años en el mercado colombiano y en el Capítulo 6 se destacan las principales conclusiones.

2. PRESENTACIÓN

2.1. DISCUSIÓN Y JUSTIFICACIÓN

La diversificación en el campo de inversiones financieras consiste en dividir el capital disponible para adquirir varios activos conformando así un portafolio de inversiones con el objetivo de reducir el nivel total de riesgo, sin sacrificar el retorno esperado. Entonces el trabajo del inversionista consiste en tomar las siguientes decisiones:

- (1) *Identificación y análisis de los activos de inversión.* Este primer paso requiere técnica y arte por parte del inversionista, dado que se debe estimar el desempeño futuro de los activos en términos de rentabilidad y riesgo.
- (2) *Análisis de portafolio.* En este paso se analiza de manera probabilística el desempeño del portafolio en términos de retorno y riesgo con el fin de determinar el porcentaje del capital total que se invierte en cada uno de los activos seleccionados en el paso anterior. En este punto lo único que se requiere es capacidad de cálculo y computación para determinar el desempeño de los portafolios factibles.
- (3) *Selección del portafolio.* Finalmente, dadas las restricciones y preferencias de riesgo del inversionista, se escoge el portafolio más favorable en

términos de la relación retorno-riesgo, es decir, el portafolio óptimo para el inversionista.

En el proceso de decisión anterior, el segundo paso es donde se centra la teoría de portafolios y nuestro tema de interés para el desarrollo de este trabajo.

La teoría moderna de portafolios fue planteada por Harry Markovitz en los años 50. Esta teoría provee un marco matemático para maximizar el retorno dado un nivel de riesgo. El eje principal de esta teoría es que la diversificación permite reducir el riesgo total para el inversionista y que el retorno es una función del riesgo. Con base en la teoría de Markovitz, surge la estrategia pasiva de inversiones. Esta estrategia se basa en la premisa de que los títulos valores tienen un precio justo en el mercado, y por ende, se puede evitar el costo implicado en realizar un análisis de tipo fundamental. Con la información de precios del mercado, se calculan diversas estadísticas con las cuales se determina, mediante un proceso matemático, la participación óptima de cada activo dentro del portafolio de inversiones con el fin de cumplir el objetivo del inversionista (Bodie, Kané y Marcus, 2008). Con el paso del tiempo se han creado diferentes modelos para estrategias pasivas de inversión, como el Modelo de Único Índice de Sharpe o el Modelo de Desviación Absoluta Media, entre otros. La gran mayoría de estos modelos son de tipo probabilístico, aunque recientemente también se están desarrollando nuevas estrategias de tipo posibilístico.

Dado que no se encuentra evidencia de la aplicación y comparación de diversas estrategias pasivas de inversión en el contexto del mercado de renta variable colombiano durante los últimos cinco años, se considera la oportunidad de realizar este estudio a modo de proyecto de grado para optar por el título de Magíster en Finanzas.

2.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Al revisar publicaciones y papers colombianos relacionados con el tema de estrategias pasivas de inversión, no se encontró evidencia de publicación de ningún trabajo que para los últimos cinco años aplicara y comparara el desempeño de siete modelos de estrategia pasiva de inversión en el mercado de renta variable colombiano. Este hecho se considera como una oportunidad para generar nueva información en este campo, teniendo en cuenta que el mercado accionario en Colombia es relativamente nuevo y que presenta características particulares por pertenecer a una economía emergente. En este escenario, la pregunta que surge es: ¿son efectivas las estrategias pasivas de inversión de la teoría moderna de portafolios en el contexto del mercado de renta variable colombiano?

2.3. OBJETIVOS

2.3.1 OBJETIVO GENERAL

Contrastar diferentes métodos de estrategia pasiva de inversión aplicados al mercado de renta variable colombiano.

2.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar los diferentes métodos de estrategia pasiva de inversión desarrollados bajo la Teoría Moderna de Portafolios.
- Obtener y ajustar los datos de precios históricos de las acciones de mayor liquidez del mercado colombiano requeridos para realizar el estudio.
- Desarrollar el estudio de comparación del desempeño de los métodos en los últimos cinco años en el mercado de renta variable colombiano.

3. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentará la revisión bibliográfica de los modelos de diversificación de estrategia pasiva a ser comparados en el estudio.

3.1. Modelos de estrategia de inversión pasiva

3.1.1. Modelos de Optimización de Markovitz (Modelo Media-Varianza)

El modelo de optimización de Markovitz presenta los siguientes supuestos (Farrell y Reinhart, 1997):

- (1) “Aversión al riesgo por parte de los inversionistas. El objetivo de los inversionistas es maximizar el retorno dado un nivel de riesgo.
- (2) Los inversionistas escogen sus portafolios basado en los valores esperados de la media y varianza del retorno de cada activo.
- (3) Los inversionistas tienen un único horizonte de planeación, y éste es el mismo para todos los inversionistas.

(4) La distribución de los retornos de los activos es normal” (p.55)

Dadas entonces las condiciones y supuestos anteriores, este modelo calcula el retorno esperado \bar{R}_p y la varianza esperada S_p^2 del portafolio de la siguiente manera:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i$$

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

Donde:

x_i : “participación porcentual del i -ésimo activo dentro del portafolio”

\bar{R}_i : “retorno esperado del i -ésimo activo”

σ_{ij} : “covarianza de los retornos entre el i -ésimo y j -ésimo activo”

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Una forma técnica de calcular estos valores es suponer que los retornos de los activos siguen una función de distribución para la cual se estiman los valores medios, varianzas y covarianzas a partir de los datos de rendimientos históricos r_{it} , tomando un horizonte de tiempo que permita estimar estos parámetros de forma significativa (Autores). De esta forma se puede calcular el rendimiento esperado como el promedio de los últimos k periodos bajo análisis y las

covarianzas de forma matricial (matriz S de covarianzas) como (Benninga y Czaczkes, 1999):

$$\bar{R}_i = \sum_{t=1}^k \frac{r_{it}}{k}$$

$$S = [\sigma_{ij}] = \frac{A^T A}{k}$$

Donde A es la matriz de excesos de retornos que se obtiene previamente restando el retorno de cada activo en cada periodo con el promedio de retorno del activo. Si se grafica el retorno esperado contra el riesgo de cada portafolio posible, entonces se obtiene visualmente un área cóncava de forma ovalada (o semi-ovalada). Dado el supuesto de aversión al riesgo y racionalidad por parte de los inversionistas, de todos los portafolios posibles, sólo interesarán aquellos que para cualquier nivel de riesgo se maximice el retorno esperado (lo que equivale a decir que minimiza el riesgo para cualquier nivel de retorno esperado). Estos portafolios conforman la frontera eficiente. De forma matemática, un portafolio eficiente es aquel que resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \right\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \geq \mu_0$$

Donde μ_0 es la rentabilidad deseada para el inversionista.

Finalmente el inversionista selecciona el portafolio sobre la frontera eficiente que mejor se ajuste a su perfil de riesgo, es decir, aquel que maximiza su utilidad esperada. Normalmente la función de utilidad se modela como una línea recta en el gráfico retorno-varianza (\bar{R}_p vs S_p^2) de los portafolios factibles. Por los supuestos del modelo, dicha recta tendrá una pendiente positiva ω (a mayor riesgo se espera mayor retorno) cuyo valor dependerá del perfil de riesgo del inversionista y el problema general de optimización del modelo de Markovitz queda definido de la siguiente manera:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i - \omega \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \right) \right\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Un caso especial del modelo de optimización de Markovitz ocurre cuando uno de los activos es un activo libre de riesgo. Aunque en la realidad no existe ningún activo libre de riesgo, normalmente se puede asumir que los bonos soberanos son libres de riesgo (su varianza es mínima y se puede despreciar). El efecto de incluir un activo libre de riesgo en un portafolio de renta variable hace que la frontera

eficiente se transforme y pase de ser una línea curva a una línea recta en el gráfico $(\bar{R}_p \text{ vs } S_p)$, que pasa por la coordenada que representa al activo libre de riesgo y es tangente al conjunto de portafolios factibles.

Finalmente vale la pena resaltar que el modelo de Markovitz puede resultar muy tedioso en cuanto a la cantidad de cálculo requerido cuando el número de activos disponibles para la conformación del portafolio es muy grande (Farrell,1997). Para un modelo que considera N activos se requieren en total $N \left(\frac{N+3}{2} \right)$ estimaciones, así que por ejemplo, para analizar 100 activos se requerirían $100 \left(\frac{100+3}{2} \right) = 5150$ estimaciones¹.

3.1.2. Modelo de Único Índice

El modelo de único índice establece que la rentabilidad de un activo de renta variable puede calcularse como una función lineal del rendimiento del mercado. Así se establece una relación entre la rentabilidad esperada del activo \bar{R}_i y la rentabilidad del mercado \bar{R}_m de la siguiente forma:

$$\bar{R}_i = \alpha_i + \beta_i \bar{R}_m + \epsilon_i$$

De este modo, el coeficiente β_i es una medida de riesgo (sensibilidad) del activo que mide la volatilidad o riesgo del activo con respecto al mercado. Los coeficientes β_i y α_i se obtienen mediante el análisis de regresión lineal. El término ϵ_i es un término de error de la estimación de la regresión lineal. Bajo este modelo

¹ Los Autores: esta cantidad de estimaciones resulta de estimar N medias, N varianzas, y $(1/2)(N^2 - N)$ covarianzas (dado que la matriz de covarianzas es simétrica sólo se deben estimar la mitad de los coeficientes de dicha matriz excluyendo la diagonal principal que corresponde a las covarianzas)

los cálculos del modelo se simplifican respecto al modelo de Markovitz. La varianza en el retorno del activo se calcula como:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\epsilon_i}^2$$

Y la matriz de covarianzas se estima así:

$$S = [\sigma_{ij}] = [\beta_i \beta_j \sigma_m^2]$$

Donde σ_m^2 es la varianza del mercado. Bajo este modelo, la varianza en el retorno de un activo tiene dos componentes: la varianza explicada por el índice de mercado ($\beta_i^2 \sigma_m^2$, riesgo sistemático) y la varianza particular del activo ($\sigma_{\epsilon_i}^2$, riesgo no sistemático que corresponde a la varianza residual). Una forma práctica de calcular el riesgo no sistemático a partir de los datos es simplemente:

$$\sigma_{\epsilon_i}^2 = \sigma_i^2 - \beta_i^2 \sigma_m^2$$

En la práctica, usualmente los valores de β_i se calculan por medio de regresión lineal a partir de datos diarios, semanales, mensuales o trimestrales, y los valores estimados dependerán del índice de mercado que se utilice por parte del analista (Farrell y Reinhart, 1997). En caso de trabajar con datos históricos diarios, semanales, mensuales o trimestrales, el promedio y la varianza anual se puede calcular a partir de rendimientos logarítmicos como (Benninga, 1997):

$$\bar{R}_{i-anual} = 252 \bar{R}_{i-diarario} \quad ; \quad \sigma_{i-anual} = \sqrt{252} \sigma_{i-diarario}$$

$$\bar{R}_{i-anual} = 52 \bar{R}_{i-semanal} \quad ; \quad \sigma_{i-anual} = \sqrt{52} \sigma_{i-semanal}$$

$$\bar{R}_{i-annual} = 12\bar{R}_{i-mensual} \quad ; \quad \sigma_{i-annual} = \sqrt{12}\sigma_{i-mensual}$$

$$\bar{R}_{i-annual} = 4\bar{R}_{i-trimestral} \quad ; \quad \sigma_{i-annual} = \sqrt{4}\sigma_{i-trimestral}$$

Después de estudiar diversas fuentes académicas, no se halló evidencia de que exista una periodicidad definida para el cálculo de los parámetros β_i y α_i . Sin embargo, en caso de tener datos de al menos 4 años, se recomienda calcular estos parámetros a partir de datos mensuales, ya que en este marco de tiempo los retornos se aproximan mejor a una distribución normal. Normalmente se ha convenido trabajar con una cantidad de datos entre 45 y 60.² En caso de no tener los datos suficientes, puede trabajarse con datos diarios o semanales, periodicidades que son muy usadas especialmente en análisis de derivados, y que incluso algunos analistas prefieren por encima de la periodicidad mensual, dado que refleja con mayor exactitud la volatilidad de los activos.³ Otro aspecto importante que vale la pena resaltar es que para el cálculo de los parámetros normalmente se usa la regresión lineal con excesos de rentabilidad sobre la tasa libre de riesgo. Es decir, se modifica la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$(\bar{R}_i - R_f) = \alpha_i^* + \beta_i(\bar{R}_m - R_f) + \epsilon_i$$

La medida β_i es aproximadamente igual con cualquiera de las dos ecuaciones, sin embargo, el coeficiente α_i^* calculado en la segunda ecuación tiene un significado importante dado que se trata de la medida Alpha de Jensen, la cual se detallará

² Tomado de Notas de Clase – Inversiones, Universidad ICESI, Profesor Samuel Mongrut, 2013.

³ Tomado de Notas de Clase – Derivados, Universidad ICESI, Profesor Julián Benavides, 2012.

más adelante. Bajo el modelo de único índice, el coeficiente β_p , el retorno \bar{R}_p y la varianza σ_p^2 del portafolio se pueden calcular a partir de los coeficientes β_i de la siguiente forma:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N x_i \beta_i$$

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N x_i \alpha_i + \beta_p \bar{R}_m$$

$$\sigma_p^2 = \sigma_m^2 \left(\sum_{i=1}^N x_i \beta_i \right)^2 + \left[\sum_{i=1}^N x_i^2 \sigma_{\epsilon_i}^2 \right]$$

El número de periodos de análisis k usado para poder calcular los valores de β_i debería permitir que este estimador de regresión lineal resulte significativo, dado el nivel de confianza determinado por quien realiza el análisis. Usualmente en el análisis econométrico aplicado a finanzas es común usar un nivel de confianza del 90%⁴. De este modo, el número de periodos usados en el cálculo de β_i debería conducir a que la siguiente hipótesis nula sea rechazada (prueba de significancia del parámetro de regresión):

$$H_0: \beta_i = 0$$

$$H_A: \beta_i \neq 0$$

Cuando se usa este modelo de único índice, Sharpe determinó la forma de encontrar el portafolio óptimo de títulos de renta variable, cuando se incluye un

⁴ Tomado de Notas de Clase – Econometría, Universidad ICESI, Profesor Klénder Cortez, 2012.

activo libre de riesgo. Este modelo permite escoger los activos que deben incluirse en un portafolio óptimo y además establece su ponderación. Conceptualmente este modelo busca seleccionar los activos de acuerdo al exceso de retorno respecto a la medida de beta, es decir, usando la medida de Treynor:

$$\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$$

Donde la tasa libre de riesgo normalmente corresponde a un título nacional de deuda pública (bono del Estado). El procedimiento del modelo es el siguiente⁵:

- *Paso 1:* Calcular para activo la medida de exceso de retorno respecto a beta (medida de Treynor): $\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i}$
- *Paso 2:* Ordenar los activos de mayor a menor de acuerdo a la medida de Sharpe. Nombrar estos activos como $j = 1, 2, \dots, N$, donde $j = 1$ corresponde al activo con el mayor valor según la medida Sharpe, y $j = N$ el activo con el menor valor.
- *Paso 3:* Calcular para cada activo la medida:

$$C_j = \left[\sigma_m^2 \sum_{i=1}^j \frac{(\bar{R}_i - R_f) \beta_i}{\sigma_{\epsilon_i}^2} \right] / \left[1 + \sigma_m^2 \sum_{i=1}^j \frac{\beta_i^2}{\sigma_{\epsilon_i}^2} \right]$$
- *Paso 4:* Identificar el activo para el cual la medida C_j se maximiza. Denominar dicho valor máximo como (C^*) y al respectivo activo como activo j^* . De esta forma, los activos que conformarán el portafolio óptimo de Sharpe son desde $j = 1$ hasta $j = j^*$.

⁵ Descripción del procedimiento mejorado por los Autores respecto a la referencia bibliográfica para mayor claridad.

- **Paso 5:** Calcular la ponderación de los activos dentro del portafolio. Primero se calcula la medida $Z_j = \frac{\beta_i}{\sigma_{\epsilon_i}^2} \left[\frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C_j^* \right]$; $1 \leq j \leq j^*$. Finalmente calcular la ponderación de cada activo dentro del portafolio óptimo como: $x_j = \frac{Z_j}{\sum_{j=1}^{j^*} Z_j}$; $1 \leq j \leq j^*$.

La principal ventaja computacional de este modelo en comparación con el de Markovitz, es que requiere $3N + 2$ estimaciones⁶. Así que para 100 activos, se requiere estimar $3(100) + 2 = 302$ parámetros (mucho menos que en el modelo de Markovitz, el cual para 100 activos requiere 5150 estimaciones).

3.1.3. Modelo de Desviación Absoluta Media (Modelo de Riesgo L1)

Dado que los dos modelos presentados anteriormente conducen a una complejidad computacional elevada para determinar los portafolios óptimos cuando el número de activos que se consideran es alto, Konno y Yamazaki (1997) crearon un nuevo modelo denominado el “Modelo de Riesgo L1” ó “Modelo de Desviación Absoluta Media”. Con este modelo, el riesgo del portafolio se calcula mediante una función de desviación absoluta γ_p de la siguiente forma:

$$\gamma_p = E \left[\left| \sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i - E \left[\sum_{i=1}^N x_i \bar{R}_i \right] \right| \right]$$

⁶ Los Autores: esta cantidad de estimaciones resulta de estimar N medias, N coeficientes beta, N desviaciones estándar, la media del índice y la desviación del índice.

Estos autores demuestran que si los retornos de los activos se distribuyen de manera normal, lo cual es un supuesto fundamental del modelo de Markovitz, entonces se cumple que:

$$\gamma_p = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_p$$

De este modo, minimizar el riesgo de portafolio σ_p calculado bajo el modelo de Markovitz equivale a minimizar γ_p . Con esto, Konno y Yamazaki (1991) formularon el modelo de optimización teniendo en cuenta los datos de rendimientos históricos de cada activo r_{it} (rendimiento del activo i en el periodo t) y el rendimiento promedio de cada activo \bar{R}_i en un total de T periodos de análisis, de la siguiente forma:

$$\min \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N (r_{it} - \bar{R}_i) x_i \right| \right\}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N \bar{R}_i x_i \geq \mu_0$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Entre las principales ventajas de este modelo comparado con el de Markovitz se encuentran:

- No es necesario calcular una matriz de covarianzas, lo cual también simplifica el análisis cuando se agrega un nuevo activo al estudio.
- La solución se obtiene mediante programación lineal en vez de programación cuadrática, lo cual simplifica el aspecto computacional del método.
- El portafolio óptimo contiene a lo sumo $2T + 2$ activos independiente del total de N activos bajo estudio en vez de los posibles N activos que pueden conformar la solución óptima del modelo de Markovitz. Esto resulta interesante dado que se puede usar el parámetro T para limitar el número máximo de activos en el portafolio óptimo. Este aspecto tiene una ventaja importante si se consideran los costos de transacción de rebalanceo de portafolios.

La aplicación de este modelo a la bolsa de Tokyo durante 1982 y 1987 mostró que el portafolio generado obtuvo un rendimiento superior a los índices NIKKEI 225 y TOPIX, al tiempo que tuvo un mejor desempeño que el modelo de Markovitz. Sin embargo, en una aplicación reciente en el mercado de Estambul, se encontró que este modelo L1 incurre en un riesgo mayor que el modelo original de Markovitz, aplicando ambos modelos a datos entre el años 2000 y 2004. Este hecho plantea un interrogante respecto a la eficiencia de dicho modelo en un contexto de mercado emergente. Vale la pena anotar que no se puede comparar directamente la medida de riesgo del modelo de Markovitz (σ_p) con el riesgo del modelo L1 (γ_p),

ya que corresponden a enfoques diferentes sobre el cálculo del riesgo (Karacabely, 2006).

3.1.4. Modelo de Optimización con Mayores Momentos

Una extensión del modelo de Markovitz que resulta natural es la idea de incorporar la asimetría y la curtosis en el proceso de optimización de portafolios. Aunque existe prueba de que esta idea ha sido tema de discusión desde 1958, durante varios años no hubo avances significativos, ya que la inclusión de estos dos conceptos (denominados el tercer y cuarto momento) conduce a una complejidad computacional elevada que no era posible resolver con la tecnología computacional disponible. Una aplicación reciente al mercado de Estambul, usando datos históricos entre los años 2005 y 2010, muestra que la inclusión de las preferencias del inversionista respecto a la asimetría y la curtosis como criterios adicionales para estructurar portafolios, tiene un impacto significativo en el desempeño (Kemalbay, Özkut, Franko, 2011). Sin embargo, en este caso el proceso de optimización de portafolios incluye múltiples objetivos, para lo cual se han propuesto diferentes formas de optimización. Aunque esto resulta en un tema académicamente interesante y extenso, no se incluyen este tipo de modelos al presente trabajo dada la gran cantidad de enfoques que existen para solucionar el problema de múltiples objetivos y la complejidad computacional que implica los cálculos para este tipo de optimización.

3.1.5. Modelo de Optimización Maximum Drawdown

Este modelo se enfoca en los rendimientos históricos de los activos, dejando a un lado el supuesto de normalidad en la distribución de los datos. Propone una reducción máxima del riesgo junto a la combinación de una medida creación de riqueza para definir un nuevo espacio de optimización de la cartera. El estudio se enfoca hacia carteras basadas en rendimientos de largo plazo, como los fondos de pensiones en Colombia.

Propone una medida alternativa de la evaluación de riesgo llamada Maximum Drawdown (MDD). Reveiz y León definen MDD “como el porcentaje de disminución máxima, que ocurre en una inversión (activo o cartera individual) dentro de un período, el MDD proporciona una medida intuitiva y fácil de entender de la pérdida producida por el potencial eventos extremos” (2008).

3.1.6. Modelos Heurísticos

A pesar de que todos los modelos estudiados hasta el momento tienen como base el principio de optimización de cierta medida sujeta a un conjunto de restricciones, existen también otros métodos heurísticos que son reglas sencillas que vale la pena considerar.

Método Equiponderado: consiste en asignar la misma ponderación a todos los activos dentro del portafolio. Expresado matemáticamente se tiene que el peso de cada activo dentro del portafolio, considerando N activos, es:

$$x_i = 1/N$$

La eficiencia de este sencillo modelo se basa por completo en el poder de la diversificación por sí sola, ya que se puede demostrar matemáticamente que la desviación del portafolio se reduce a medida que se agregan activos de varianza semejante. Por ejemplo, si se calcula el riesgo de un portafolio para N activos con exactamente la misma varianza σ^2 y que no estén correlacionados (independientes entre sí, es decir $\sigma_{ij} = 0$ para $i \neq j$ y $\sigma_{ij} = \sigma^2$ para $i = j$), el riesgo del portafolio medido como la desviación estándar basada en el modelo de Markovitz sería:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} = \frac{\sigma^2}{N}$$

Lo que equivale decir que $\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$. Esto implica que el riesgo del portafolio bajo las condiciones descritas disminuye a medida que aumenta el número de activos que lo compone.

PIR (ponderación inversa al riesgo): Este modelo se aplicó recientemente en el mercado colombiano (Puerta, Laniado, 2010), usando datos históricos entre los años 2007 y 2010. El modelo no requiere de la estimación de covarianzas ni proceso de optimización. En el trabajo se demostró que a medida que se extendía el tiempo de análisis, el portafolio estructurado bajo el método PIR resultaba más eficiente que el método de mínima varianza y de portafolio óptimo de mercado

basado en el modelo de Markovitz. El peso de cada activo dentro del portafolio bajo este modelo es:

$$x_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N 1/\sigma_i^2}$$

Con este modelo, a medida que la varianza de un activo es mayor, menor será su participación dentro del portafolio.

3.2. Medidas de Desempeño

Las medidas de desempeño ajustadas por riesgo son utilizadas con el fin de establecer tanto la medición del riesgo como del retorno de los activos, con el fin de escoger aquella inversión que guarde la mejor relación beneficio - riesgo. Las medidas de desempeño clásicas utilizadas son:

3.2.1. Índice de Sharpe⁷

Este índice calcula cuál ha sido el rendimiento en exceso promedio (sobre la tasa libre de riesgo) que ha obtenido un portafolio por unidad de riesgo incurrido, utilizando como medida de riesgo la desviación estándar del retorno del portafolio.

El índice de Sharpe se calcula así:

$$Sharpe = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{pt} - r_{ft}) \right) / \sigma_p$$

⁷ Desarrollado por el premio Nobel William Forsyth Sharpe, de la Universidad de Stanford en 1966.

Donde r_{ft} es el rendimiento del activo libre de riesgo en cada periodo, r_{pt} el rendimiento del portafolio seleccionado en cada periodo, y σ_p la desviación estándar del portafolio seleccionado. Cuanto mayor es el Índice de Sharpe, mejor es la rentabilidad del portafolio en relación a la cantidad de riesgo que se ha tomado en la inversión. Si el índice es negativo, indica un rendimiento promedio inferior a la tasa libre de riesgo. Y si el índice es inferior a uno, supone que el rendimiento del activo es inferior al riesgo que se está asumiendo al invertir en el portafolio.

3.2.2. Índice de Treynor⁸

Este índice calcula el rendimiento del portafolio por unidad de riesgo sistemático, empleando como medida de riesgo el parámetro beta (β_p). Este índice se expresa así:

$$Treynor = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{pt} - r_{ft}) \right) / \beta_p$$

Donde r_{ft} es el rendimiento del activo libre de riesgo en cada periodo, r_{pt} el rendimiento del portafolio seleccionado en cada periodo, y β_p el parámetro del modelo CAPM, aplicado al portafolio. El índice permite comparar de forma racional varios portafolios o carteras con el fin de determinar si estos superaron al mercado o no, evaluando así la gestión del administrador del portafolio.

⁸ Desarrollado por el economista Jack Treynor en 1965.

3.2.3. Alfa Jensen⁹

El índice Alfa de Jensen mide el exceso de rentabilidad obtenido por la cartera ajustada al riesgo respecto a la cartera de mercado. Es una medida de evaluación en términos absolutos que expresa la habilidad del administrador del portafolio, para obtener diferencias positivas o negativas respecto a la rentabilidad ajustada al riesgo sistemático de la cartera. Se estima a partir de un modelo de regresión, su ecuación es:

$$(r_{pt} - r_{ft}) = \alpha_p^* + \beta_p(r_{mt} - r_{ft}) + \epsilon_t$$

Donde r_{pt} es el rendimiento del portafolio en cada periodo, r_{ft} el rendimiento del activo libre de riesgo en cada periodo, r_{mt} el rendimiento del mercado en cada periodo, β_p la sensibilidad del portafolio al mercado (Riesgo Sistemático), ϵ_t el término de error y α_p^* el índice de Alfa Jensen.

El Alfa de Jensen calcula la diferencia entre el exceso de rentabilidad obtenido por el título o portafolio, con respecto al título sin riesgo y el exceso que debería haber obtenido según el CAPM. Si al calcular el indicador el resultado es una alfa positiva, puede concluirse que el administrador del portafolio tiene una capacidad de gestión por encima del mercado.

3.3. Métodos de prueba

A continuación se presenta la revisión bibliográfica de algunas herramientas que resultan de gran utilidad para la metodología del trabajo y para el análisis de los

⁹ Desarrollado por Michel Jensen en 1968.

resultados. Estas tres herramientas son: backtesting, decisión multicriterio y nivel de diversificación.

3.3.1. Backtesting

El backtesting es una técnica muy usada para la evaluación y comparación de estrategias de inversión. Este enfoque consiste simplemente en aplicar una estrategia de inversión a datos históricos, tomando un conjunto de ellos como conocidos hasta cierto punto para aplicar la estrategia, y evaluar luego el desempeño de la estrategia en los datos siguientes (Kahn, 1990).

3.3.2. Decisión Multicriterio

En la teoría de decisión multicriterio, una de las herramientas que se usa con frecuencia es la estandarización y normalización de los valores de los criterios de decisión. La transformación más usada es la transformación de escala lineal (Osturk, 2011). Entre las fórmulas más comunes para la estandarización lineal se encuentran las siguientes:

$$x_{ij}^* = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad \text{ó} \quad x_{ij}^* = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}}$$

Donde x_{ij}^* es el valor estandarizado para la alternativa i y el criterio j . La primera ecuación se usa cuando se quiere maximizar el criterio, y la segunda cuando se quiere minimizar. Esta escala estandarizada genera puntuaciones con valores entre cero y uno, asignados a la alternativa con el peor y mejor desempeño respectivamente, con referencia al criterio usado.

3.3.3. Nivel de Diversificación

En la revisión bibliográfica se encontró que el análisis de los resultados de estrategias de inversión mediante backtesting normalmente incluye una medida de diversificación sencilla tal como el número de activos que componen el portafolio. En este caso, los autores van a calcular esta medida como un porcentaje del total de firmas disponibles para la diversificación.

4. METODOLOGÍA

4.1. Modelos para contraste

Después de la investigación de varios modelos de estrategias pasivas de inversión, se propone la aplicación de los siguientes 7 modelos al contexto del mercado colombiano de renta variable:

- Portafolio Equiponderado
- Portafolio PIR (Ponderación Inversa al Riesgo)
- Portafolio de Mínima Varianza de Markovitz
- Portafolio de Máxima Razón de Sharpe de Markovitz
- Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Único Índice
- Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Desviación Absoluta Media
- Portafolio de Algoritmo Óptimo de Sharpe

Los modelos a estudiar en ese trabajo se pueden clasificar entonces en 3 grandes familias:

- *Modelos Heurísticos de comparación.* Comprende los modelos que no usan ningún tipo de optimización para la definición del portafolio. En este caso se trata del Portafolio Equiponderado, Portafolio PIR y Portafolio de Mercado.
- *Modelos de optimización para minimizar riesgo.* Esta familia comprende los modelos Portafolio de Mínima Varianza de Markovitz, Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Único Índice y Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Desviación Absoluta Media.
- *Modelos de optimización para maximizar índice de Sharpe.* Esta última comprende los modelos Portafolio de Algoritmo Óptimo de Sharpe y Portafolio de Máxima Razón de Sharpe con Modelo de Markovitz.

Esta clasificación es importante a la hora de evaluar el desempeño de los modelos. Se supondría que en teoría los modelos de optimización de mínimo riesgo tendrán menor varianza que los demás modelos, y que los modelos de optimización de índice de Sharpe presentarán un mejor desempeño respecto a dicha medida.

4.2. Procedimiento

La propuesta metodológica está basada en la misma metodología usada por **Konno y Yamazaki** (1991) para comparar la aplicación de estrategias pasivas en el mercado de renta variable japonés publicada en el año 1991. De acuerdo a esta metodología se propone crear cinco conjuntos de 48 datos de retornos mensuales

de las acciones más líquidas en el mercado colombiano, referenciados para este trabajo de la siguiente forma: D1 datos desde 2004 hasta 2007, D2 datos desde 2005 hasta 2008, D3 datos desde 2006 hasta 2009, D4 datos desde 2007 hasta 2010 y D5 datos desde 2008 hasta 2011. Con estos cinco conjuntos de datos se obtienen las estadísticas requeridas para cada uno de los modelos a estudiar, y se evalúa el desempeño del portafolio durante los siguientes 12 meses. En la comparación se tendrá en cuenta el índice IGBC como portafolio de mercado.

4.3. Datos

A continuación se detallan las decisiones con relación a los datos tomados por los autores para realizar el backtesting de los métodos que se quieren comparar en su aplicación al mercado colombiano:

- Títulos a incluir en el análisis: las acciones más representativas del IGBC a finales del 2012, que a diciembre del 2012 tuvieran una historia de precios superior a 48 meses. En orden de antigüedad (desde 2004), los nemotécnicos de las 24 acciones en estudio son: BCOLOMBIA, GRUPOSURA, EXITO, ISA, GRUPOAVAL, FABRICATO, TABLEMAC, NUTRESA, MINEROS, INTERBOLSA, CELSIA, PAZRIO, BOGOTA, ODINSA, CEMARGOS, CORFICOLCF, INVERARGOS, VALOREM, ETB, BVC, ENKA, ISAGEN, ECOPETROL y PFHELMBANK.
- Periodo de análisis: los últimos 8 años, desde 2004 hasta 2012.

- Periodicidad de análisis y recomposición de portafolio: datos mensuales y recomposición anual.
- No se consideran costos de transacción. Este supuesto simplifica los cálculos y por otro lado permite centrarnos en lo que realmente buscamos con este estudio.
- Precios de activos mensuales: último precio oficial de cierre del mes. En caso de que un activo no se negocie en un mes específico, se aplica el precio de cierre del mes anterior. Este procedimiento es consistente dado que refleja lo que realmente le pasa a un inversionista que posee un título que no se negocia durante un mes específico.
- Fuente de precios: datos publicados por el GrupoAval en su página web: www.grupoaval.com.co, en la sección “Datos Históricos” de “Renta Variable”.
- Ajustes a los precios históricos: para el periodo de estudio, se tuvo que ajustar el precio a las seis siguientes acciones:
 - INTERBOLSA: ajuste a precios correspondientes al mes de febrero de 2006 y anteriores, debido a split 5:1 realizado en dicho mes.
 - CELSIA: ajuste a precios correspondientes al mes de marzo de 2010 y anteriores, debido a split 10:1 realizado en dicho mes.
 - ODINSA: ajuste a precios correspondientes al mes de marzo de 2009 y anteriores, debido a split 10:1 realizado en dicho mes.

- CEMARGOS: primer ajuste a precios correspondientes al mes de abril de 2006 y anteriores, debido a split 5:1 realizado en dicho mes. Segundo ajuste a precios correspondiente al mes de mayo del 2012 y anteriores, debido a escisión de inversiones en activos fijos, con un factor de 0.519642 calculado en base de datos Reuters y aplicado a precios históricos.¹⁰
- Índice de mercado: IGBC. Aunque este índice está actualmente siendo reemplazado por el COLCAP y el COL20, éstos últimos sólo reportan datos desde el año 2008 y por esta razón no sirven para este estudio.
- Tasa libre de riesgo: Se asume la tasa DTF como tasa libre de riesgo, cuyo comportamiento no dista mucho del comportamiento de las tasas de bonos de corto plazo. La fuente para esta tasa es la DTF mensual publicada por el Banco de la República en su página en internet: www.banrep.gov.co en la sección “Series Estadísticas” y luego “Tasas de Interés”.

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS:

5.1. Resultados esperados

Con el fin de analizar los resultados de la relación riesgo – rentabilidad para cada modelo de estudio, se procede a mapear los resultados esperados teóricamente en de acuerdo al esquema de la Gráfica 1:

¹⁰ Precios históricos de Cemargos en base de datos Reuters, Punto de Bolsa, Universidad ICESI.

Gráfica 1. Esquema general de cuadrantes en la relación Riesgo – Rentabilidad
(elaborado por los autores)



Bajo los supuestos de los modelos de optimización, se espera que a mayor rentabilidad se presente un mayor riesgo y viceversa. Por lo tanto, teóricamente los datos deberían ubicarse en los dos cuadrantes correspondientes. Dentro de los resultados observamos tres aspectos relevantes para discutir: (1) comparación de los resultados de los modelos Heurísticos con los de optimización, (2) nivel de diversificación lograda por cada modelo, y (3) relación del índice de sharpe, rentabilidad y riesgo entre los modelos.

5.2. Análisis de los resultados

5.2.1. Modelos Heurísticos Vs Modelos de Optimización

En los resultados se observa que en términos generales los modelos Heurísticos presentan un mejor desempeño en su relación riesgo – rentabilidad que los modelos de optimización. Centrando la observación en los periodos donde la rentabilidad fue positiva, periodos D2 (2005 – 2008), D3 (2006 – 2009) y D5 (2008-2011), se observa gráficamente (Graficas 2, 3 y 4) como los portafolios de la

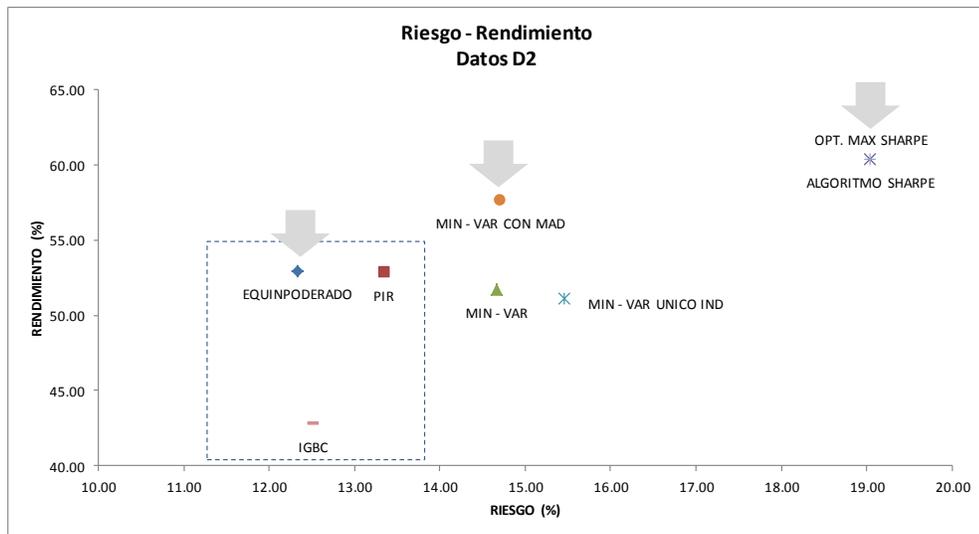
familia 1 presentan en términos generales un desempeño superior a los modelos de optimización.

Con los datos D2 puede apreciarse en la Gráfica 2 que los portafolios dominantes son el Equiponderado, Mínima Varianza con MAD, el Algoritmo Óptimo de Sharpe y el de Máxima Razón de Sharpe con Modelo de Markovitz. También puede apreciarse como los modelos de la familia 1 son los que resultan de menor riesgo, incluso con menor riesgo que los portafolios de optimización para minimización del riesgo.

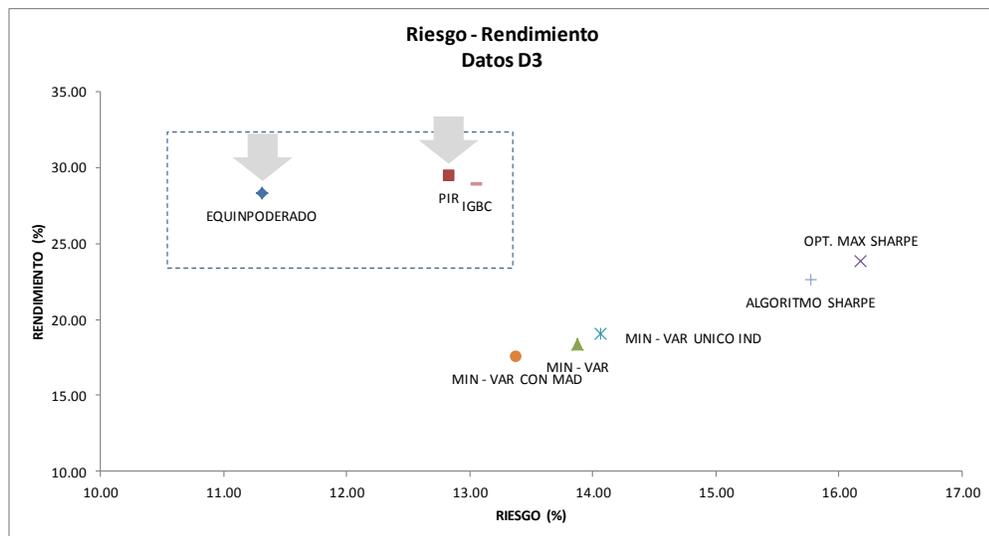
Con los datos D3 puede apreciarse en la Gráfica 3 que los portafolios dominantes son el Equiponderado y el PIR. Nuevamente se observa que los modelos de la familia 1 conducen a un menor riesgo respecto a los demás modelos, incluso menor a los modelos de optimización para minimización del riesgo.

Finalmente, con los datos D5 puede apreciarse en la Gráfica 4 que los portafolios dominantes son el PIR y el de mercado (IGBC). En este caso, a diferencia de los anteriores, se observa que los Portafolios de Mínima Varianza con Modelo de Markovitz y con Modelo de Único Índice presentan un riesgo menor a los modelos básicos de la familia 1, pero con un rendimiento negativo.

Gráfica 2. Riesgo – Rendimiento de cada portafolio con el conjunto de datos D2
(elaborado por los autores)



Gráfica 3. Riesgo – Rendimiento de cada portafolio con el conjunto de datos D3
(elaborado por los autores)



Gráfica 4. Riesgo – Rendimiento de cada portafolio con el conjunto de datos D5
(elaborado por los autores)



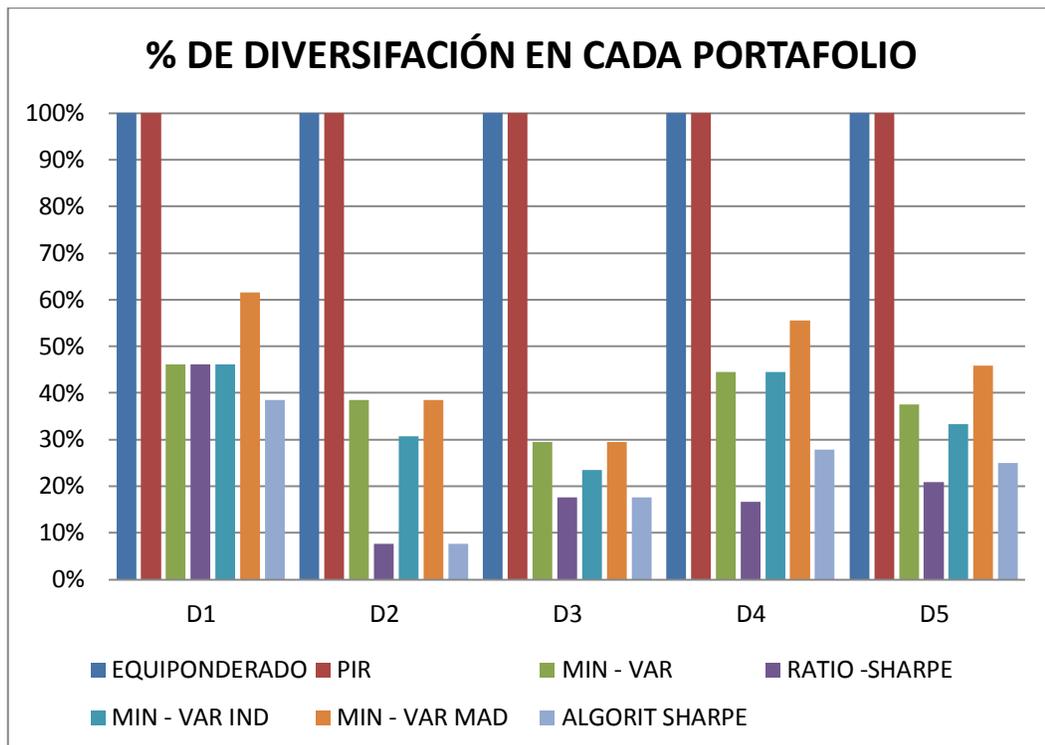
5.2.2. Diversificación lograda por cada modelo

En el anexo 1 a 7 al final del documento se detalla la participación de cada activo dentro del portafolio para cada uno de los métodos y para cada conjunto de datos. En la Gráfica 5 se muestra el nivel de diversificación alcanzado con cada modelo estudiado. Este nivel se calcula como el porcentaje de las acciones que hacen parte de cada portafolio sobre el total de acciones consideradas.

Los modelos Heurísticos como parte de su formulación teórica presentan para cada periodo de estudio portafolios con el 100% de las acciones. Lo interesante, es que los modelos de optimización presentan portafolios de inversión que involucran en promedio solo el 33% de las acciones disponibles.

Adicionalmente, se observa que los modelos de mínima varianza, presentan una mayor diversificación que los modelos de Optimización de Sharpe. De hecho, el modelo de Máximo Índice de Sharpe para el periodo D2 solo involucró una acción (ISA) en su portafolio de inversión, reportando la mayor rentabilidad 5,05%, lo que no resulta práctico en términos de diversificación.

Gráfica 4. Porcentaje de diversificación en cada portafolio (elaborado por los autores)



5.2.3. Relación del Índice de Sharpe, Rentabilidad y Riesgo de los modelos

Como medidas de desempeño se tomaron la rentabilidad, riesgo e índice de Sharpe. La razón de no incluir las medidas de Treynor y de Alfa-Jensen es que ambas requieren un análisis de regresión lineal (para calcular β y α ,

respectivamente), y 12 datos no son suficientes para obtener una regresión de calidad. Estas medidas se calcularon en términos anuales y los resultados se detallan en el Anexo 8.

Con el fin de analizar los resultados obtenidos, se propone hacer una evaluación de múltiple criterio, incluyendo las tres medidas sugeridas para el estudio (rendimiento, riesgo e índice de Sharpe). En cada conjunto de datos se calcula la puntuación de los resultados obtenidos con cada modelo usando un sistema de puntuación normalizada. Al final se suma el puntaje obtenido para cada modelo en cada conjunto de datos y se asigna una posición relativa, donde 1 equivale al modelo con respecto al mejor desempeño. Los resultados se presentan en las Tablas 1, 2 y 3:

Tabla 1. Puntuación de cada modelo con respecto al Índice de Sharpe (elaborado por los autores)

PUNTUACIÓN - ÍNDICE DE SHARPE							
Modelos	D1	D2	D3	D4	D5	Total	Posición
EQUINPODERADO	0.43	1.00	1.00	0.85	0.82	4.10	1
PIR	0.59	0.69	0.86	0.45	0.95	3.53	2
MIN - VAR	0.02	0.28	0.02	0.71	0.31	1.33	7
OPT. MAX SHARPE	0.69	0.00	0.18	0.26	0.51	1.64	5
MIN - VAR UNICO IND	0.51	0.07	0.05	0.00	0.35	0.97	8
MIN - VAR CON MAD	0.00	0.69	0.00	1.00	0.00	1.69	4
ALGORITMO SHARPE	0.63	0.00	0.14	0.18	0.48	1.44	6
IGBC	1.00	0.09	0.79	0.20	1.00	3.08	3

Tabla 2. Puntuación de cada modelo con respecto al Rendimiento (elaborado por los autores)

PUNTUACIÓN - RENDIMIENTO							
Modelos	D1	D2	D3	D4	D5	Total	Posición
EQUINPODERADO	0.30	0.58	0.90	0.88	0.76	3.42	2
PIR	0.56	0.57	1.00	0.56	0.84	3.53	1
MIN - VAR	0.58	0.51	0.07	0.71	0.36	2.22	6
OPT. MAX SHARPE	0.97	1.00	0.53	0.01	0.46	2.97	3
MIN - VAR UNICO IND	1.00	0.47	0.12	0.12	0.39	2.11	7
MIN - VAR CON MAD	0.24	0.85	0.00	1.00	0.00	2.08	8
ALGORITMO SHARPE	0.86	1.00	0.42	0.00	0.44	2.72	4
IGBC	0.00	0.00	0.95	0.28	1.00	2.24	5

Tabla 3. Puntuación de cada modelo con respecto al Riesgo (elaborado por los autores)

PUNTUACIÓN - RIESGO							
Modelos	D1	D2	D3	D4	D5	Total	Posición
EQUINPODERADO	0.59	1.00	1.00	0.96	0.74	4.28	1
PIR	0.67	0.85	0.69	1.00	0.94	4.15	2
MIN - VAR	0.95	0.65	0.47	0.66	0.99	3.72	4
OPT. MAX SHARPE	0.90	0.00	0.00	0.00	0.18	1.07	8
MIN - VAR UNICO IND	1.00	0.54	0.43	0.85	1.00	3.82	3
MIN - VAR CON MAD	0.76	0.65	0.57	0.92	0.47	3.38	5
ALGORITMO SHARPE	0.85	0.00	0.08	0.21	0.24	1.39	7
IGBC	0.00	0.97	0.64	0.81	0.00	2.43	6

Se puede observar:

- Los modelos Heurísticos presentan mejores desempeños que cualquier otro modelo con respecto a las tres medidas tomadas en consideración, al ocupar el primer y segundo puesto respectivamente en cada una de las medidas de análisis.

- Los modelos Heurísticos, presentan el mejor desempeño con respecto a las tres medidas para los dos periodos de estudio.
- El desempeño de los portafolios de la familia 3 (Portafolio de Algoritmo de Sharpe y Máxima Razón de Sharpe) es muy similar en los dos los conjuntos de datos y no registran la máxima razón de Sharpe.
- Los modelos de Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Markovitz y Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Desviación Absoluta Media no registran el mínimo riesgo para el conjunto de datos.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al aplicar los siete modelos de estrategia pasiva de inversión en el mercado de renta variable colombiano entre los años 2008 y 2012, tomando 48 datos de rendimientos mensuales como datos para las estadísticas requeridas en los modelos de optimización, los resultados no satisfacen lo esperado teóricamente. Los modelos Heurísticos, como el Portafolio Equiponderado y el de Ponderación Inversa al Riesgo (PIR), resultaron más eficientes en las medidas de desempeño con respecto a los modelos de optimización.

Posiblemente una razón por la que los modelos Heurísticos hayan presentado un mejor desempeño frente a los modelos de optimización de la teoría moderna de portafolios, se deba a que estos modelos son más eficientes en mercados de

valores que presentan pocas acciones, como el caso colombiano, donde sólo se pudo tomar para el estudio 24 acciones. Por otro lado, los modelos de optimización podrían en teoría presentar un mejor desempeño en bolsas más grandes, donde diversificar con los modelos de Portafolio Equiponderado y Portafolio de Ponderación Inversa al Riesgo resultaría impráctico y costoso, dado el gran número de activos en consideración¹¹.

En este trabajo se asumió el supuesto convencional de que se debe trabajar con rendimientos mensuales. Sin embargo, podría ser interesante comparar en un estudio futuro el desempeño de estos modelos con rentabilidades diarias o semanales. Tampoco se consideraron los modelos avanzados que incluyen mayores momentos como el sesgo y la curtosis de los datos. Por otro lado, los modelos de optimización suponen una distribución normal para los rendimientos, lo cual tampoco fue validado en este trabajo.

Para una futura investigación se podrían utilizar medidas de rotación de activos (turno ver) y risk budgeting (porcentaje de riesgo aportado por cada uno de los activos al riesgo del portafolio), como complemento a los métodos de prueba.

Una de las conclusiones del estudio realizado por Arcos, Benavides y Berggrun (2010) aplicando cuatro métodos para la construcción de portafolios óptimos en siete mercados de capitales latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México, Perú y Venezuela), usando datos semanales entre 1999 y 2006, es que

¹¹ Por ejemplo: si se tuvieran 100 acciones disponibles, con el Portafolio Equiponderado se tendría que invertir un 1% del capital en cada una de ellas, lo cual resulta impráctico desde un punto de vista de costos de transacción.

los cuatro métodos de conformación de portafolios que usan optimización no mostraron un mejor desempeño respecto a un portafolio equiponderado. Lo que concuerda con los resultados obtenidos en este estudio para el caso colombiano.

BIBLIOGRAFIA

Arcos, M. Benavides J y Berggrun L (2010). *Optimal Portfolio Allocation for Latin American Stock Indices*. Cuaderno Administración Vol 2 No 40 .

Benninga, S y Czaczkes, B. (1999). *Finacial modeling:with a section on Visual Basics for application by Benjamin Czaczkes*. (pp 69-90). Estados Unidos: MIT Press.

Bodie,Z. Kané, A y Marcus, A (2008). *Principios de Inversiones*.(5ta ed., pp.117). Madrid: McGraw-Hill.

Brooks, Chris (2008). *Introductory econometrics for finance*. (2da ed., pp.61). New York: Cambridge University Press.

Fang, Y. Lai, K y Wang, S (2008). *Fuzzy Portfolio Optimization: Theory and Methods*. (pp. 5 -8). New York: Springer.

Farrell, J y Reinhart, W (1997). *Portfolio management: theory and application*. (2da ed., pp. 35-82). Bogotá: McGraw-Hill.

Kahn, Ronald (1990). *About Backtesting*. Financial Analysts Journal, Vol. 46, No.5, 17-20.

Karacabey, Ali (2006). *Is Mean Variance More Efficient Than MAD in Istanbul?*. International Research Journal of Finance and Economics, Issue 3, 1-11.

Kemalbay, G. Özkut, C y Franko, C (2011). *Portfolio Selection with Higher Moments: A Polynomial Goal Programming Approach to ISE-30 Index*. *Ekonometri ve İstatistik Sayı:13* (12. Uluslararası Ekonometri, Yöneylem Araştırması, İstatistik Sempozyumu Özel Sayısı), 41–61.

Konno, H y Yamazaki, H (1991). *Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market*. *Management Science*, Vol. 37, No.5, 519-531.

Ozturk, D y Baturk, F (2011). *Implementartion of GIS-Bases Multicriteria Decision Analysis with VB in ArcGIS*. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, Vol. 10, No.6, 1024-1042.

Puerta, A y Laniado, H (2010). *Diseño de Estrategias Óptimas para la Selección de Portafolios*. *Lecturas de Economía*, Universidad de Antioquía, No.73, 243 – 273.

Reveiz A y León C (2008). *Efficient Portfolio Optimization in the wealth Creation and Maximum Drawdown Space.. Borradores de Economía* No. 520.

Sharpe, William (2000). *Portfolio theory & capital markets* (pp 31-36). New York, NY: McGraw- Hill.

ANEXOS

Anexo 1: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio Equiponderado para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio Equiponderado					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BOLOMBIA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
GRUPOSURA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
EXITO	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
ISA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
GRUPOAVAL	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
FABRICATO	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
TABLEMAC	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
NUTRESA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
MINEROS	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
INTERBOLSA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
CELSIA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
PAZRIO	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
BOGOTA	7.69	7.69	5.88	5.56	4.17
ODINSA			5.88	5.56	4.17
CEMARGOS			5.88	5.56	4.17
CORFICOLCF			5.88	5.56	4.17
INVERARGOS			5.88	5.56	4.17
VALOREM				5.56	4.17
ETB					4.17
BVC					4.17
ENKA					4.17
ISAGEN					4.17
ECOPETROL					4.17
PFHELMBANK					4.17

Anexo 2: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Ponderación Inversa al Riesgo para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio PIR					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BOLOMBIA	12.60	9.25	5.90	5.34	4.34
GRUPOSURA	6.47	4.91	3.69	5.55	3.90
EXITO	10.50	7.55	4.06	3.23	3.06
ISA	12.60	15.78	15.29	11.89	7.64
GRUPOAVAL	11.38	8.37	8.29	5.53	3.60
FABRICATO	4.73	3.02	2.06	2.26	1.44
TABLEMAC	4.76	3.04	2.69	2.53	2.26
NUTRESA	2.85	18.44	12.00	8.16	5.16
MINEROS	5.46	5.20	7.35	7.18	4.66
INTERBOLSA	4.48	3.23	2.98	6.66	6.03
CELSIA	9.36	7.88	4.82	6.19	3.69
PAZRIO	2.64	3.34	1.59	1.22	0.93
BOGOTA	12.16	10.00	7.26	7.80	6.83
ODINSA			3.38	4.31	3.17
CEMARGOS			6.68	6.20	4.77
CORFICOLCF			5.54	6.91	6.50
INVERARGOS			6.41	5.53	3.98
VALOREM				3.52	2.87
ETB					1.71
BVC					2.59
ENKA					1.03
ISAGEN					11.14
ECOPETROL					3.83
PFHELMBANK					4.85

Anexo 3: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Markovitz para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio de Mínima Varianza Modelo Markovitz					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BOCOLOMBIA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
GRUPOSURA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EXITO	28.08	6.44	0.00	0.00	0.00
ISA	13.80	35.07	49.78	33.01	0.00
GRUPOAVAL	17.85	2.93	0.00	0.00	0.00
FABRICATO	0.00	0.00	0.68	4.82	1.65
TABLEMAC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NUTRESA	0.71	43.53	28.56	15.12	0.00
MINEROS	14.04	12.03	17.71	14.74	5.53
INTERBOLSA	0.00	0.00	0.00	4.16	20.75
CELSIA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
PAZRIO	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BOGOTA	25.52	0.00	0.00	0.00	0.00
ODINSA			3.28	13.27	8.05
CEMARGOS			0.00	0.00	0.00
CORFICOLCF			0.00	9.06	12.16
INVERARGOS			0.00	0.00	0.00
VALOREM				5.83	2.61
ETB					0.75
BVC					0.00
ENKA					0.81
ISAGEN					47.69
ECOPETROL					0.00
PFHELMBANK					0.00

Anexo 4: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Máximo Sharpe con Modelo de Markovitz para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio de Máximo Sharpe Modelo Markovitz					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BOCOLOMBIA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
GRUPOSURA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EXITO	20.23	0.00	0.00	0.00	0.00
ISA	52.06	100.00	13.55	38.36	0.00
GRUPOAVAL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
FABRICATO	0.00	0.00	0.00	0.00	12.65
TABLEMAC	13.27	0.00	0.00	0.00	0.00
NUTRESA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
MINEROS	4.96	0.00	52.52	43.11	31.22
INTERBOLSA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CELSIA	3.91	0.00	0.00	0.00	0.00
PAZRIO	5.56	0.00	0.00	0.00	0.00
BOGOTA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ODINSA			33.93	18.53	15.88
CEMARGOS			0.00	0.00	0.00
CORFICOLCF			0.00	0.00	25.68
INVERARGOS			0.00	0.00	0.00
VALOREM				0.00	0.00
ETB					0.00
BVC					0.00
ENKA					0.00
ISAGEN					0.00
ECOPETROL					14.57
PFHELMBANK					0.00

Anexo 5: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Único Índice para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio de Mínima Varianza Único Índice					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BCOLOMBIA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
GRUPOSURA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EXITO	26.09	3.73	0.00	0.00	0.00
ISA	23.39	33.20	45.28	27.62	11.51
GRUPOAVAL	16.83	0.00	0.00	0.00	0.00
FABRICATO	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
TABLEMAC	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
NUTRESA	4.99	48.87	31.45	11.65	3.38
MINEROS	13.99	14.19	17.72	21.06	14.39
INTERBOLSA	0.00	0.00	0.00	12.26	11.58
CELSIA	0.00	0.00	0.00	5.52	0.00
PAZRIO	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
BOGOTA	14.72	0.00	0.00	0.00	2.79
ODINSA			5.54	14.76	11.88
CEMARGOS			0.00	0.00	0.00
CORFICOLCF			0.00	2.69	7.14
INVERARGOS			0.00	0.00	0.00
VALOREM				4.44	1.29
ETB					0.00
BVC					0.00
ENKA					0.00
ISAGEN					36.03
ECOPETROL					0.00
PFHELMBANK					0.00

Anexo 6: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Mínima Varianza con Modelo de Desviación Absoluta Media para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio de Mínima Varianza MAD					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BCOLOMBIA	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
GRUPOSURA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EXITO	33.63	0.00	0.00	0.00	0.00
ISA	12.95	58.73	48.98	26.76	9.65
GRUPOAVAL	8.66	0.00	0.00	0.00	0.00
FABRICATO	4.30	0.13	2.58	7.91	6.67
TABLEMAC	1.81	0.00	0.00	0.00	0.00
NUTRESA	0.00	23.18	22.39	13.47	0.00
MINEROS	11.49	15.95	19.29	3.78	2.71
INTERBOLSA	4.78	0.00	0.00	15.48	27.73
CELSIA	0.00	0.00	0.00	2.65	0.00
PAZRIO	0.00	2.01	0.00	0.00	0.00
BOGOTA	22.36	0.00	0.00	3.58	0.00
ODINSA			6.77	14.85	16.46
CEMARGOS			0.00	0.00	3.91
CORFICOLCF			0.00	2.94	14.90
INVERARGOS			0.00	0.00	0.00
VALOREM				8.57	1.62
ETB					0.00
BVC					0.00
ENKA					3.74
ISAGEN					8.86
ECOPETROL					0.00
PFHELMBANK					3.75

Anexo 7: Porcentaje de participación de cada activo con el Portafolio de Algoritmo de Sharpe para cada conjunto de datos (elaborado por los autores).

Porcentaje de Participación (%) - Portafolio con Algoritmo Sharpe					
Datos	D1	D2	D3	D4	D5
BCOLOMBIA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
GRUPOSURA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
EXITO	21.56	0.00	0.00	0.00	0.00
ISA	46.45	100.00	19.79	32.52	0.00
GRUPOAVAL	0.00	0.00	0.00	1.19	4.27
FABRICATO	0.00	0.00	0.00	0.00	8.47
TABLEMAC	9.49	0.00	0.00	0.00	0.00
NUTRESA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
MINEROS	10.24	0.00	47.93	38.05	29.94
INTERBOLSA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CELSIA	0.00	0.00	0.00	9.11	0.00
PAZRIO	12.26	0.00	0.00	0.00	0.00
BOGOTA	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ODINSA			32.28	19.13	19.12
CEMARGOS			0.00	0.00	0.00
CORFICOLCF			0.00	0.00	29.70
INVERARGOS			0.00	0.00	0.00
VALOREM				0.00	0.00
ETB					0.00
BVC					0.00
ENKA					0.00
ISAGEN					0.00
ECOPETROL					8.50
PFHELMBANK					0.00

Anexo 8: Medidas de desempeño para cada modelo y para cada conjunto de datos, resaltando el mejor resultado para cada medida (elaborado por los autores).

MEDIDAS DE DESEMPEÑO POR MODELO Y POR CONJUNTO DE DATOS

Modelos	D1			D2		
	Rendimiento	Riesgo	Sharpe	Rendimiento	Riesgo	Sharpe
EQUINPODERADO	-30.88	24.33	-1.67	52.95	12.34	3.79
PIR	-27.63	23.41	-1.60	52.84	13.34	3.50
MIN - VAR	-27.39	20.06	-1.85	51.70	14.67	3.11
OPT. MAX SHARPE	-22.40	20.69	-1.55	60.33	19.04	2.85
MIN - VAR UNICO IND	-22.07	19.45	-1.64	51.07	15.46	2.91
MIN - VAR CON MAD	-31.70	22.28	-1.86	57.63	14.71	3.50
ALGORITMO SHARPE	-23.81	21.25	-1.58	60.33	19.04	2.85
IGBC	-34.67	31.37	-1.42	42.82	12.52	2.93

MEDIDAS DE DESEMPEÑO POR MODELO Y POR CONJUNTO DE DATOS

Modelos	D3			D4		
	Rendimiento	Riesgo	Sharpe	Rendimiento	Riesgo	Sharpe
EQUINPODERADO	28.28	11.31	2.18	-3.46	7.10	-1.08
PIR	29.48	12.83	2.01	-12.50	6.94	-2.41
MIN - VAR	18.38	13.88	1.06	-8.41	8.18	-1.54
OPT. MAX SHARPE	23.84	16.17	1.25	-27.82	10.58	-3.03
MIN - VAR UNICO IND	19.05	14.07	1.09	-24.66	7.47	-3.86
MIN - VAR CON MAD	17.57	13.38	1.04	-0.17	7.22	-0.61
ALGORITMO SHARPE	22.62	15.77	1.20	-28.10	9.81	-3.29
IGBC	28.94	13.06	1.94	-20.17	7.63	-3.20

MEDIDAS DE DESEMPEÑO POR MODELO Y POR CONJUNTO DE DATOS

Modelos	D5		
	Rendimiento	Riesgo	Sharpe
EQUINPODERADO	8.65	12.53	0.26
PIR	10.92	11.36	0.49
MIN - VAR	-1.72	11.12	-0.64
OPT. MAX SHARPE	0.91	15.67	-0.28
MIN - VAR UNICO IND	-0.83	11.05	-0.56
MIN - VAR CON MAD	-11.10	14.00	-1.18
ALGORITMO SHARPE	0.36	15.29	-0.33
IGBC	15.00	16.66	0.58

Nota: En gris se destaca el mejor desempeño respecto a cada medida en cada conjunto de datos.