

DESIGUALDAD EN EL INGRESO DE LOS GOLFISTAS DEL PGA TOUR

Por:
Daniel Holguín Henao

PROYECTO DE GRADO

Presentado a:
Andrés Mauricio Arcila
Julio Cesar Alonso

UNIVERSIDAD ICESI
FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONOMICAS
PROGRAMA DE ECONOMIA Y NEGOCIOS INTERNACIONALES
SANTIAGO DE CALI, 2014

Medidas de Desigualdad

RESUMEN.....	3
INTRODUCCION.....	4
INDICADORES.....	10
1. EL ALCANCE.....	10
2. DESVIACIÓN MEDIA RELATIVA.....	12
3. LA VARIANZA.....	14
4. COEFICIENTE DE VARIACIÓN.....	16
5. DESVIACION ESTANDAR DE LOS LOGARITMOS.....	18
6. COEFICIENTE DE GINI.....	20
7. ENTROPIA DE THEIL.....	22
8. MEDIDA DE ATKINSON.....	24
CONCLUSIÓN.....	27
REFERENCIAS.....	28
ANEXOS.....	29

RESUMEN

El siguiente proyecto sirve para analizar y comprender la desigualdad en la distribución del ingreso en los deportes, específicamente en los golfistas inscritos en la pagina oficial del PGA Tour. A través de nueve indicadores económicos, se entenderán las diferencias en los ingresos oficiales (participación torneos) y no oficiales (patrocinios) en el periodo comprendido en los años 2000-2013.

Palabras Claves: Desigualdad en el ingreso, ingresos oficiales, Golf, indicadores económicos, PGA Tour.

INTRODUCCIÓN

Las diferencias en los ingresos ha sido un tema de interés a lo largo de la historia desde el ámbito económico, acorde a la reciente y moderna tendencia hacia los deportes, no solo en términos de competitividad sino en aspectos como los medios de comunicación y redes sociales. Este tema de desigualdad en los deportes ha tomado mayor significancia en los últimos años particularmente en el Golf, juego que se caracteriza por tener los mayores ingresos por parte de los jugadores en comparación a otros deportes. Razón por la cual, la diferencia o desigualdad se estudiara en este documento y se hará particular énfasis en dicho deporte.

Así como lo ilustra Rousseau en su texto de *Discurso sobre el origen y los fundamentos de la desigualdad entre los hombres y otros escritos* (1755) donde se discute la el comienzo e importancia de la desigualdad en la sociedad. A su vez otros autores han mencionado este inequidad y la importancia de esta en términos de reflexión sobre las razones que la ocasionan y poder explicarla, como lo hizo Amartya Sen en su obra *On Economic Inequality* (1973). Esta es la razón por la cual, este documento se basa particularmente en la diferencia entre el ingreso de los golfistas inscritos en el PGA Tour para el periodo comprendido entre los años 2000-2013.

En este proyecto se emplean 9 indicadores comunes y mas usados para describir la desigualdad en la economía. Estos son los siguientes: El alcance, la desviación media relativa, la varianza, el coeficiente de variación, la desviación estándar de los logaritmos, la curva de Lorenz, el coeficiente de Gini, la entropía de Theil y la medida de Atkinson.

A su vez se mencionan cuatro escenarios como características que los indicadores anteriores deben de tener para así estos poder ser deseables en términos de medidas de desigualdad. Estas cuatro características son:

1. Principio de transferencia de Pigou-Dalton: Formulado por Dalton (1920), basado en Pigou (1912). Si existe una transferencia del más rico al más pobre, la medida de desigualdad debería disminuir.
2. Independencia de la escala de medición del ingreso: Si se da un cambio en la misma proporción de los ingresos de todos los individuos, la medida de desigualdad no debería cambiar. (Foster, 1985)
3. Principio de la Población de Dalton: Si existe una adición proporcional de individuos a todos los niveles de ingresos, la medida de desigualdad entonces no debería cambiar. (Dalton, 1920)
4. Simetría o anonimato: Si existe un intercambio de ingresos entre dos individuos, la medida de desigualdad entonces no debería cambiar.(Foster, 1985)

A continuación, se observa una distribución de cola derecha, usando la plataforma R y

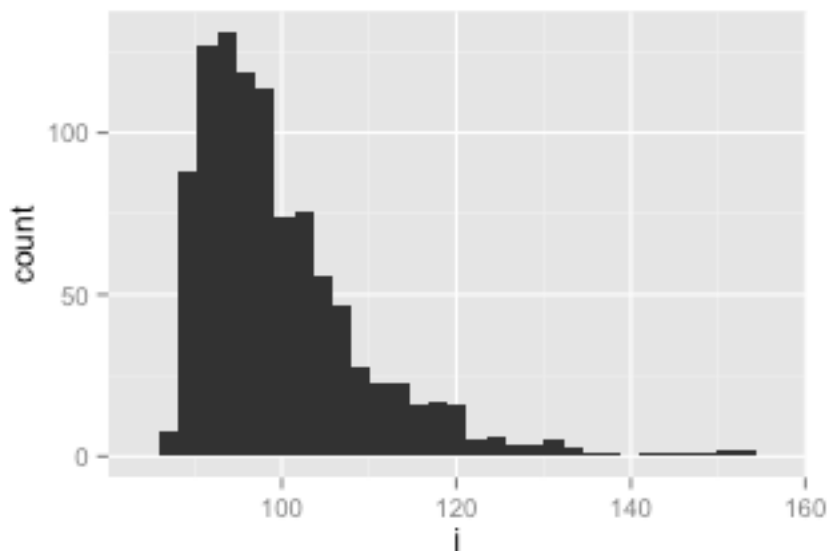
la función rchisq de R, se obtiene la primera grafica.

Tabla 1: Función distribución cola derecha en R

```
RStudio
Go to file/function
pqa.R x Distribuciones.R x U x
Source on Save Run Source
2 library(ggplot2)
3 set.seed(1234)
4
5 # Datos distribución de cola derecha
6 i <- rchisq(1000,3)
7 i <- as.data.frame(i)
8 D <- (((i-colMeans(i))/sapply(i,sd))+10)*10
9 D <- as.data.frame(D)
10
11 colMeans(D)
12 sapply(D,sd)
13 max(D)
14 min(D)
15
16 PlotD <- ggplot(D, aes(x=i)) + geom_histogram()
17 PlotD
18
19 # Datos distribución de cola izquierda
20 d <- (((i-10))*(-1))
21 d <- as.data.frame(d)
```

Fuente: Cálculos propios en R.

Gráfica 1: Distribución cola derecha



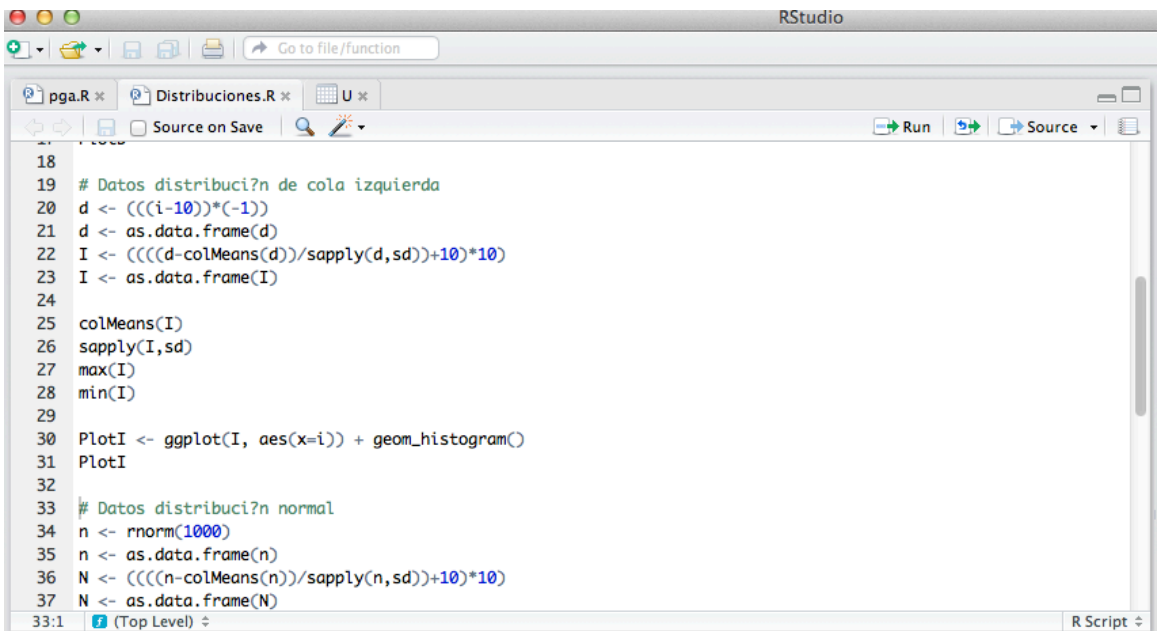
Fuente: Cálculos propios en R.

Como se observa en la gráfica 1, se uso una media de 100, una distribución máximo de 154.1445, un mínimo de 88.02274 en unidades monetarias, y finalmente una media muestral de $Y=100$ y desviación estándar de $S=10$.

El segundo caso es una distribución de cola izquierda, y se realizo el mismo procedimiento inmediatamente anterior, donde lo único que varia es precisamente el lado de la distribución.

A continuación la tabla y grafico,

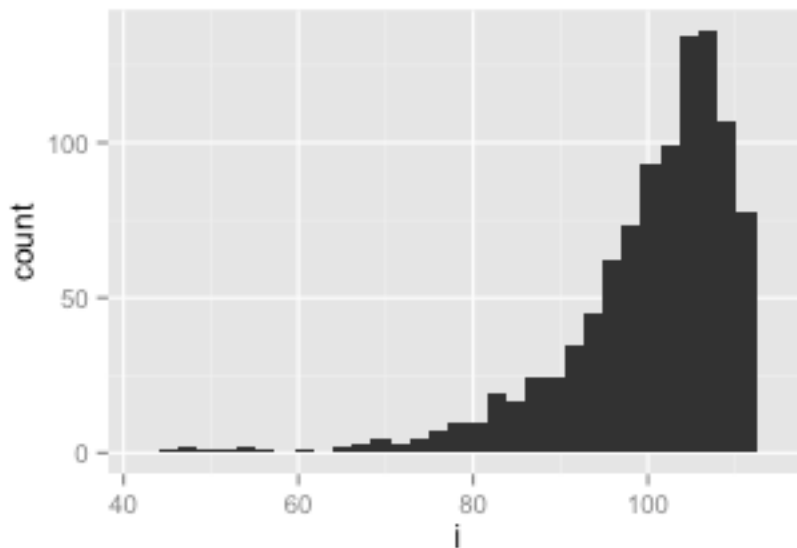
Tabla 2: Función distribución cola izquierda en R



```
18
19 # Datos distribución de cola izquierda
20 d <- (((i-10))*(-1))
21 d <- as.data.frame(d)
22 I <- (((d-colMeans(d))/sapply(d,sd))+10)*10
23 I <- as.data.frame(I)
24
25 colMeans(I)
26 sapply(I,sd)
27 max(I)
28 min(I)
29
30 PlotI <- ggplot(I, aes(x=i)) + geom_histogram()
31 PlotI
32
33 # Datos distribución normal
34 n <- rnorm(1000)
35 n <- as.data.frame(n)
36 N <- (((n-colMeans(n))/sapply(n,sd))+10)*10
37 N <- as.data.frame(N)
33:1 (Top Level) ↓ R Script ↓
```

Fuente: Cálculos propios en R.

Gráfica 2: Distribución cola izquierda.



Fuente: Cálculos propios en R.

Como se observa en la gráfica 2, se usó una media de 100, una distribución máxima de 111.9773, un mínimo de 45.85547 en unidades monetarias, y finalmente una media muestral de $Y=100$ y desviación estándar de $S=10$.

El tercer caso es el aspecto de una distribución normal, donde el ingreso de los golfistas se acerca a la media de la muestra. Se usó en R la función `rnorm` tal y como muestra la tabla 3.

Tabla 3: Función de la distribución normal en R

```

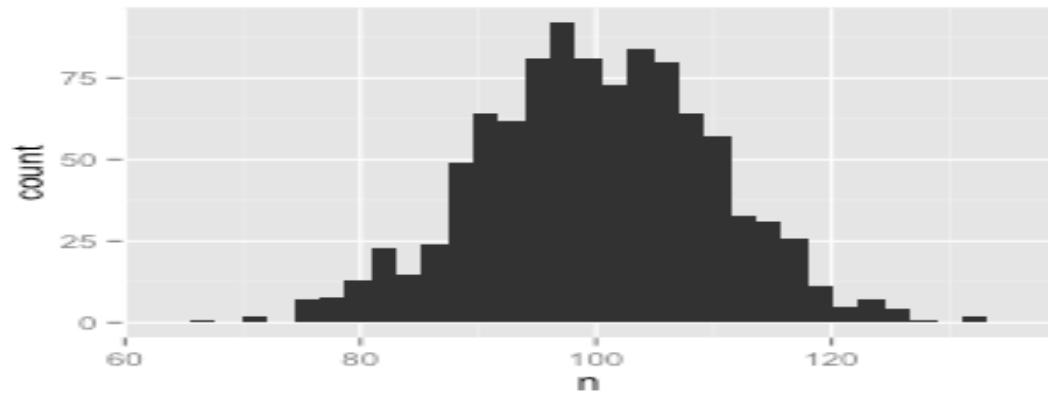
RStudio
Go to file/function
pga.R x Distribuciones.R x U x
Source on Save Run Source
33 # Datos distribución normal
34 n <- rnorm(1000)
35 n <- as.data.frame(n)
36 N <- (((n-colMeans(n))/sapply(n,sd))+10)*10
37 N <- as.data.frame(N)
38
39 colMeans(N)
40 sapply(N,sd)
41 max(N)
42 min(N)
43
44 PlotN <- ggplot(N, aes(x=n)) + geom_histogram()
45 PlotN
46
47 # Datos distribución uniforme
48 u <- runif(1000)
49 u <- as.data.frame(u)
50 U <- (((u-colMeans(u))/sapply(u,sd))+10)*10
51 U <- as.data.frame(U)
52
47:1 (Top Level) R Script

```

Fuente: Cálculos propios en R.

Como se observa en la gráfica 3, se uso una media de 100, una distribución máximo de 133.1049, un mínimo de 67.56084 en unidades monetarias, y finalmente una media muestral de $Y=100$ y desviación estándar de $S=10$.

Gráfica 3: Distribución normal en R.



Fuente: Cálculos propios en R.

Finalmente el ultimo caso, se uso en R una distribución uniforme, donde se observa cantidades similares de los golfistas con ingresos altos y bajos. Se generaron estos datos en R con la función runif.

Tabla 4: Función de distribución uniforme en R.

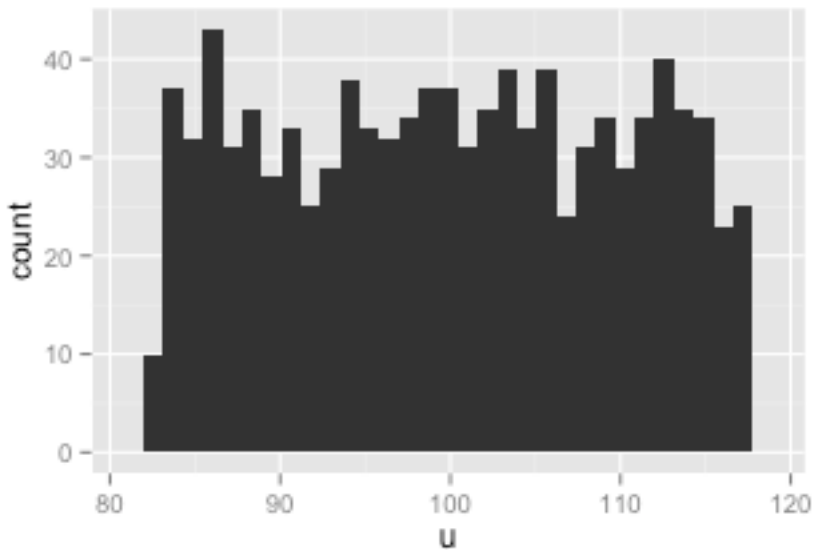

```

RStudio
Go to file/function
pga.R * Distribuciones.R * U *
Source on Save Run Source
42 min(N)
43
44 PlotN <- ggplot(N, aes(x=n)) + geom_histogram()
45 PlotN
46
47 # Datos distribuci?n uniforme
48 u <- runif(1000)
49 u <- as.data.frame(u)
50 U <- (((u-colMeans(u))/sapply(u,sd))+10)*10
51 U <- as.data.frame(U)
52
53 colMeans(U)
54 sapply(U,sd)
55 max(U)
56 min(U)
57
58 PlotU <- ggplot(U, aes(x=u)) + geom_histogram()
59 PlotU
60
61
53:12 (Top Level) R Script

```

Fuente: Cálculos propios en R.

Grafica 4: Distribución uniforme en R.



Fuente: Cálculos propios en R.

Como se observa en la gráfica 4, se usó una media de 100, una distribución máxima de 117.3669, un mínimo de 82.72916 en unidades monetarias, y finalmente una media muestral de $Y=100$ y desviación estándar de $S=10$.

El fin de medir estas 4 distribuciones es precisamente poder referirse a la desigualdad (Kuznetz 1950) en e ingreso de los golfistas, es decir estos indicadores no están midiendo que tan buenos son sino que tan cerca o lejos están los golfistas de una renta igual para todos. (N. Velázquez 2006).

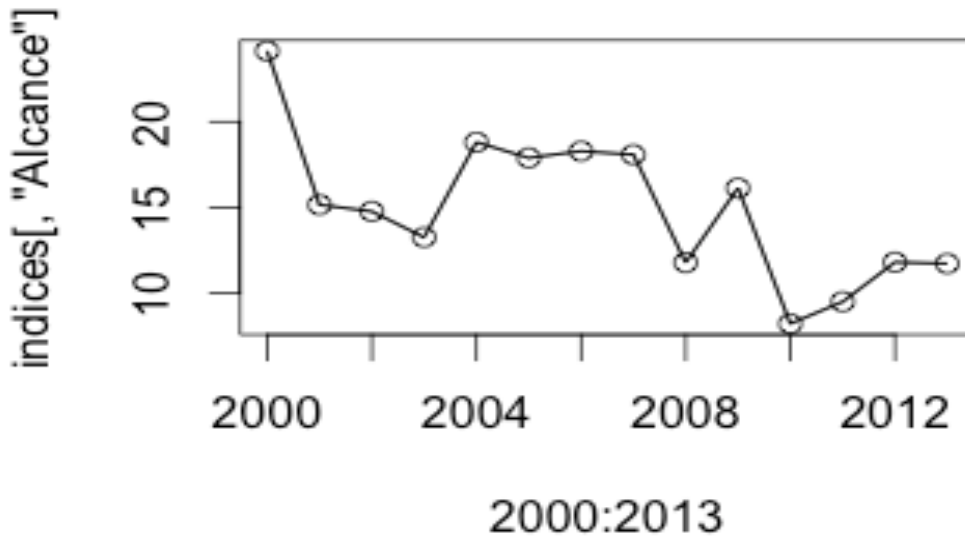
INDICADORES

1. EL ALCANCE:

El alcance lo define Sen (1973) como una comparación entre el valor máximo y mínimo de la distribución de ingresos. A su vez es la diferencia de los valores extremos como proporción del ingreso medio.

A continuación, se calculo en R El Alcance según el tipo de distribución (Ver Anexo) y se muestra los resultados en la tabla y gráfica 5.

Gráfica 5: Resultados en R del Alcance.



Fuente: cálculos propios en R.

Esta grafico muestra que el año donde existió la mayor desigualdad en este periodo (2000-2013) es el año 2000, donde se presenta que la diferencia entre el ingreso mayor de un

golfista del PGA Tour en comparación al ingreso mas bajo es bastante alto, es decir para el de mayor ingreso (Tiger Woods) se estima un valor aproximado de 10 millones de dólares, mientras que el de menor ingreso apenas alcanza los tres mil dólares. Por otro lado el año que presento la menor desigualdad en dicho periodo es el año 2010 donde apenas esta diferencia se redujo a aproximadamente unos cuatro millones, no siendo tan alta como la anterior.

Tabla 5: Medición del alcance 2000-2013.

	Alcance
2000	24,12846076
2001	15,14813493
2002	14,76036532
2003	13,25020816
2004	18,80231664
2005	17,88660403
2006	18,27903638
2007	18,07394941
2008	11,77324875
2009	16,1246176
2010	8,203709911
2011	9,48682127
2012	11,79481781
2013	11,71502071

Fuente: cálculos propios en R.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	NO
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	SI

· Simetría o anonimato	SI
------------------------	----

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

2. DESVIACION MEDIA RELATIVA

Con respecto a la desviación media relativa, es una medida que compara el nivel de ingresos de cada individuo en particular con respecto al promedio de dicha distribución. Este indicador se diferencia del alcance puesto que no solo se incluye valores máximos y mínimos del ingreso de los golfistas sino también valores medios.

A continuación, se calculo en R El Alcance según el tipo de distribución (Ver Anexo) y se muestra los resultados en la tabla y gráfico 6.

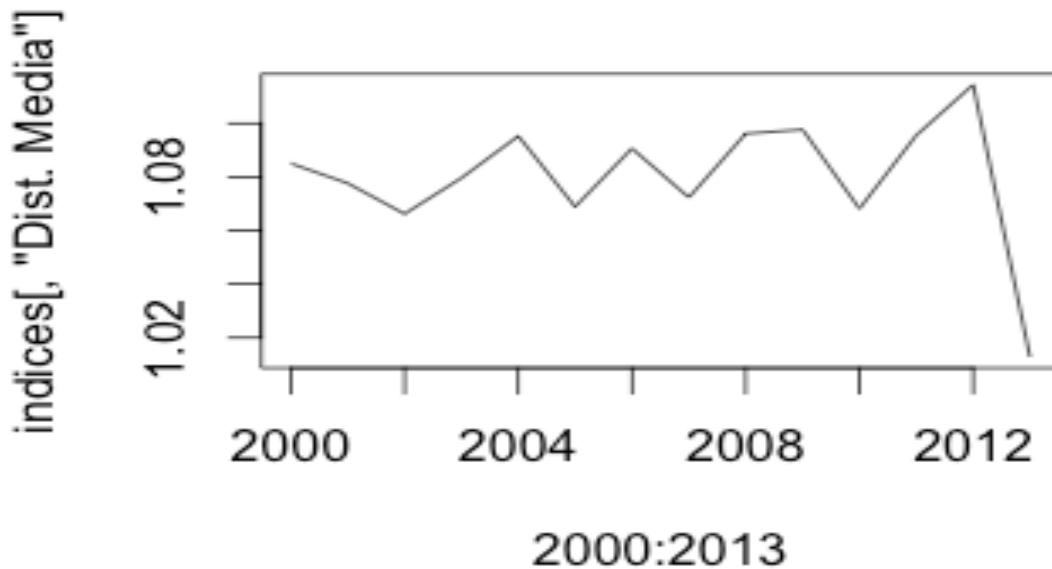
Tabla 6: Medición de la distribución media 2000-2013.

	Dist. Media
2000	1,085033673
2001	1,077640885

2002	1,066218884
2003	1,079618563
2004	1,095261953
2005	1,06888992
2006	1,090650752
2007	1,072331708
2008	1,096157853
2009	1,097666645
2010	1,068166217
2011	1,095528079
2012	1,114427015
2013	1,012785951

Fuente: cálculos propios en R.

Gráfica 6: Resultados en R de la distribución media.



Fuente: cálculos propios en R.

acorde al grafico 6 se puede observar que el año con la mayor desigualdad es el 2012 puesto que es donde se encuentra mas elevado este indicador, es decir implica una mayor diferencia en la distribución del ingreso entre todos los golfistas.

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	NO
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	SI
· Simetría o anonimato	SI

3. LA VARIANZA

La varianza se define como una medida de dispersión de una variable con respecto a su media, de igual forma sirve como indicador económico puesto que al elevar las desviaciones al cuadrado (esto con respecto al ingreso de los golfistas) favorece a que resalten las diferencias más lejanas.

A continuación, se calculó en R la varianza según el tipo de distribución (Ver Anexo) y se muestran los resultados en la tabla y gráfico 7.

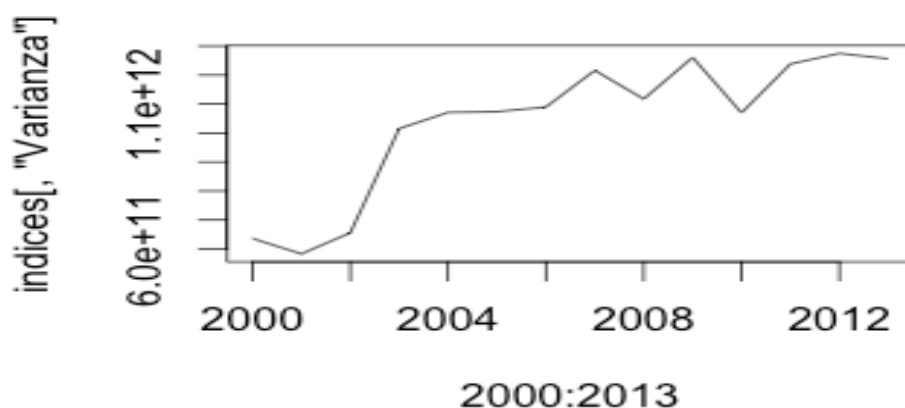
Tabla 7: Medición de la varianza 2000-2013.

	Varianza
2000	6,36266E+11
2001	5,83142E+11
2002	6,55799E+11
2003	1,01535E+12
2004	1,07107E+12
2005	1,07377E+12
2006	1,08961E+12
2007	1,21621E+12
2008	1,11736E+12
2009	1,26092E+12

2010	1,06977E+12
2011	1,23839E+12
2012	1,27471E+12
2013	1,25633E+12

Fuente: cálculos propios en R.

Gráfica 7: Resultados en R de la varianza.



Fuente: cálculos propios en R.

Como se puede observar en el gráfico, mientras mayor sea la varianza indica que más dispersos están los datos, para este caso es evidente que el año que presenta mayor desigualdad entre los ingresos de los golfistas es el año 2001, lo cual indica que los salarios están más dispersos.

A su vez se observa que a partir del año 2007, esta dispersión toma un comportamiento más uniforme sin mayores variaciones en comparación a los años 2000-2004 donde es evidente un claro comportamiento ascendente.

Por último para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	SI

· Independencia de la escala de medición del ingreso	NO
· Principio de la Población de Dalton	SI
· Simetría o anonimato	SI

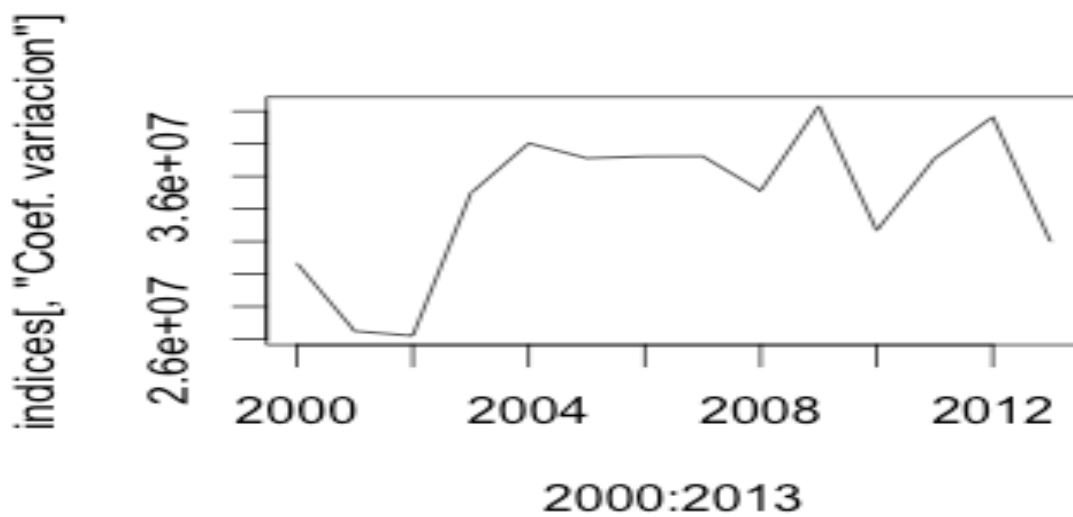
4. COEFICIENTE DE VARIACION

El coeficiente de variación resulta ser sensible a las diferencias entre los ingresos, y al igual que la variancia entre mas elevado sea el valor, mayor desigualdad existirá entre la distribución en el ingreso de los golfistas.

Tal y como se puede observar en la grafica, se evidencia que el año con un coeficiente de variación mas elevado es el año 2009, pero al igual que la varianza se observa la tendencia de los años 200-2004 (donde crece de forma ascendente), y ya para los años 2005 a 2013 se mantiene en valores mas elevados.

De igual forma el año con menor desigualdad es el año 2002, donde se observa que la dispersión de los datos es menor, acorde a este indicador.

Gráfica 8: Resultados en R del coeficiente de variación.



Fuente: cálculos propios en R.

Tabla 8: Medición del coeficiente de variación 2000-2013.

	Coef. variación
2000	30671339,72
2001	26487995,41
2002	26205519,58
2003	34956484,69
2004	38039184,96
2005	37119965,83
2006	37225819,14
2007	37238701,77
2008	35118833,35
2009	40324687,72
2010	32672971,79
2011	37110566,91
2012	39654436,93
2013	31972447,38

Fuente: cálculos propios en R.

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	NO
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	SI
· Simetría o anonimato	SI

5. DESVIACION ESTANDAR DE LOS LOGARITMOS

La desviación estándar de los logaritmos es una medida de desigualdad, la cual analiza las diferencias en el ingreso de los golfistas de una misma cantidad pero con la diferencia que se hace para diferentes niveles de ingreso. A su vez este indicador le da mas importancias a los ingresos en el extremo inferior.

Como se puede analizar de la grafica siguiente, el año en el cual este indicador es mayor y por ende mas desigualdad, es el año 2001, esto quiere decir que las transferencias de ingresos de un golfista de alto ingreso a uno que no es mayor para este año. Mientras que para el año 2013, este indicador toma su menor valor, lo cual indica claramente que para este año esa desigualdad fue mucho mas inferior que para el comienzo de los años a analizar (2000-2013).

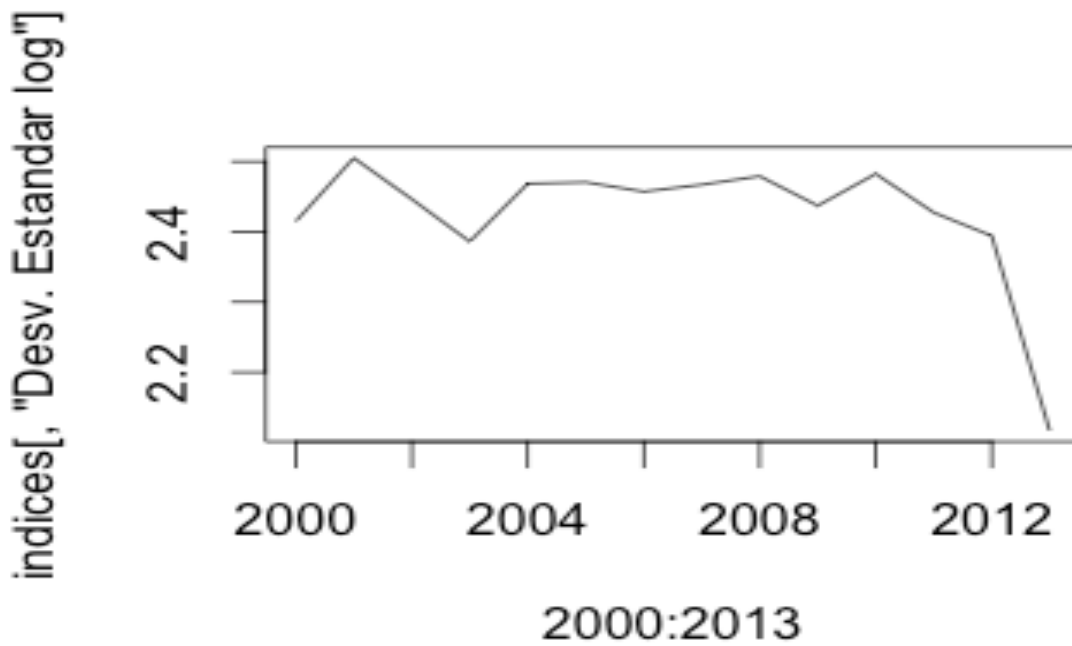
Tabla 9: Medición de la desviación estándar 2000-2013.

	Desv. Estándar log
2000	2,414775945

2001	2,505067957
2002	2,446499093
2003	2,386108066
2004	2,468482201
2005	2,470522551
2006	2,457226214
2007	2,467029534
2008	2,479140773
2009	2,437162204
2010	2,482481169
2011	2,427445752
2012	2,394164938
2013	2,116808525

Fuente: cálculos propios en R.

Gráfica 9: Resultados en R de la desviación estándar.



Fuente: cálculos propios en R.

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	NO
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	SI
· Simetría o anonimato	SI

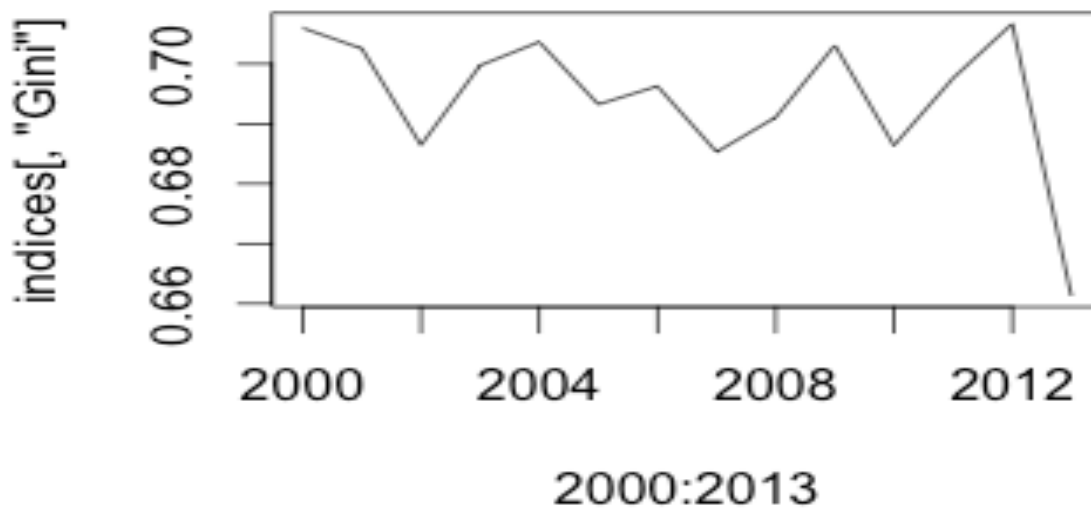
6. COEFICIENTE DE GINI

El coeficiente de Gini, es un indicador de desigualdad la cual analiza la diferencia entre los distintos valores monetarios recibidos por los golfistas. En este caso se toman los valores entre 0-1 del área debajo de la Curva de Lorenz, donde 0 indica una perfecta igualdad en el ingreso mientras que 1 la mayor desigualdad.

Para este caso, se observa que los años de mayor desigualdad son el 2000 y 2012, con un valor aproximado al 0,7. Mientras que el año donde esta diferencia en el ingreso de los golfistas del PGA Tour, es el año 2013 con un valor aproximado al 0,66.

Vale resaltar que los valores del coeficiente de Gini en el tiempo analizado (2000-2013) no varía mucho ni toma valores aislados, es decir todos se encuentran entre un intervalo que va desde el 0,66 al 0,7, de tal forma que en términos generales existe una clara desigualdad en el ingreso de los golfistas del PGA Tour.

Gráfica 10: Resultados en R de Gini.



Fuente: cálculos propios en R.

Tabla 10: Medición de Gini 2000-2013.

	Gini
2000	0,705984726
2001	0,702549564
2002	0,686448279
2003	0,699735976
2004	0,703659312
2005	0,693240644
2006	0,696276941
2007	0,685297065
2008	0,69109326
2009	0,703093346
2010	0,686382779
2011	0,697612666
2012	0,706702868
2013	0,661257846

Fuente: cálculos propios en R.

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	SI
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	SI
· Simetría o anonimato	SI

7. ENTROPIA DE THEIL

La entropía de Theil, es un indicador de desigualdad en el cual se fundamenta en precisamente la entropía de la información, es decir es útil para poder comparar la distribución del ingreso en los golfistas. Al igual que el coeficiente de Gini, sus valores van entre 0 y 1, donde 0 indica una perfecta igualdad en el ingreso y uno será el caso opuesto.

Como se evidencia en el gráfico, los años 2000 y 2012, siendo el primero en el cual la desigualdad es mayor (0,9) y el segundo (0,89). Estos son los años en los cuales los ingresos de los golfistas son mas desiguales.

Por el contrario, para el año 2013 se da una clara caída en esa desigualdad mostrada en los otros años, dado que es el de menor valor (0,80) y por ende donde la distribución del ingreso es menos desigual (para el periodo 2000-2013).

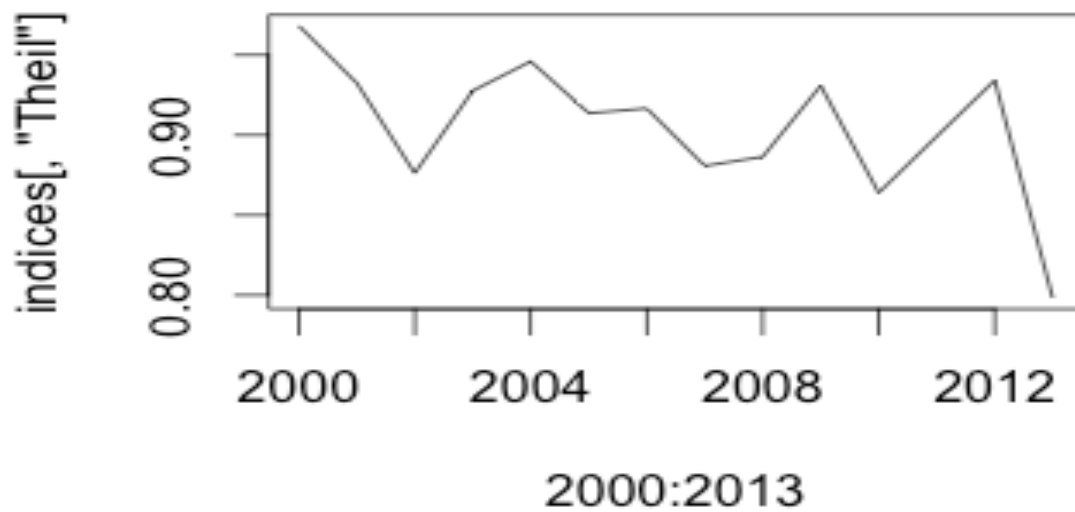
Tabla 11: Medición de Theil 2000-2013.

Theil	
2000	0,968323617

2001	0,93248815
2002	0,876192588
2003	0,927655645
2004	0,946030661
2005	0,91364272
2006	0,916655052
2007	0,880756781
2008	0,886446394
2009	0,930819701
2010	0,863929021
2011	0,899149721
2012	0,934153207
2013	0,798184392

Fuente: cálculos propios en R.

Gráfica 11: Resultados en R de Theil.



Fuente: cálculos propios en R.

Por ultimo para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	SI
· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	NO
· Simetría o anonimato	SI

8. MEDIDA DE ATKINSON

Para este indicador, se fundamenta en que Atkinson basa su idea que el ingresos es igualmente distribuido, es decir que el nivel de ingreso por golfista es igual y el bienestar total seria igual si se da una distribución efectiva del ingreso (Atkinson 1970).

Se puede observar que los años con mayor desigualdad son el 2000, 2004 y 2010 con un valor aproximado al 0,45 mientras que el año 2013 es el año con menor desigualdad, es decir donde la diferencia en el ingreso de los golfistas del PGA Tour es menor con un valor aproximado a 0,38.

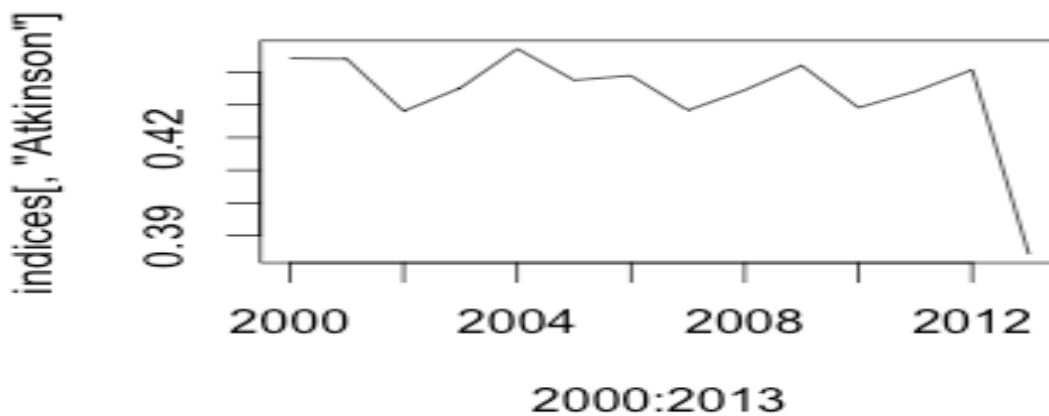
Tabla 12: Medición del Atkinson 2000-2013.

	Atkinson
2000	0,444272911
2001	0,444061078
2002	0,42806747
2003	0,435178649
2004	0,447160525

2005	0,437547365
2006	0,438954685
2007	0,428326193
2008	0,434511619
2009	0,442084079
2010	0,429127791
2011	0,434134589
2012	0,440722778
2013	0,384222752

Fuente: cálculos propios en R.

Gráfica 12: Resultados en R de Atkinson.



Fuente: cálculos propios en R.

Por último para este indicador, se realiza y observa si efectivamente cumple las cuatro características explicadas en la introducción.

Cualidades esperadas	¿Se cumple?
· Principio de transferencia de Pigou-Dalton	SI

· Independencia de la escala de medición del ingreso	SI
· Principio de la Población de Dalton	NO
· Simetría o anonimato	SI

CONCLUSIÓN

Se puede observar una clara tendencia en los resultados obtenidos, es decir a partir de los resultados, se concluye que los años en los cuales la distribución es mas desigual son 2000 y 2012 (excluyendo el indicador del alcance dado que este solo mide valores máximos y mínimos). Esto indica que el ingreso de los golfistas del PGA Tour para estos dos determinados años es donde mas diferencia se encuentra entre el que mas gana (medido en dólares americanos) y el jugador que menos gana. Para el caso del año 2000 esta diferencia va desde 10 millones de dólares al primer jugador hasta el que menos gana que es 3920 dólares. Por otro lado, el año en el que la diferencia de la distribución del ingreso es menor es el año 2013, donde acorde a los resultados encontrados la diferencia entre los valores monetarios obtenidos por los golfistas presentan una diferencia menor para el periodo estudiado (2000-2013).

En dicho periodo cabe la pena resaltar dos puntos significativos, el primero va desde el año 2000 hasta el 2004 donde a partir de este ultimo año la desigualdad aumenta de manera significativa, donde a partir de movimientos de sube y baja entre los años 2004 a 2012 se mantiene una relativa tendencia donde finalmente y llegando al segundo punto importante, se da la caída de esta desigualdad hasta su menor punto que es precisamente el año 2013.

REFERENCIAS:

Atkinson, A. B. (1970). On the measurement of inequality. *Journal of economic theory*, 2(3), 244-263.

Cortés, F., & Rubalcava, R. M. (1982). *Técnicas estadísticas para el estudio de la desigualdad social*. Mexico.

Dalton, H. (1920). The measurement of the inequality of incomes. Foster, J. E. (1985). Inequality measurement. *Fair Allocation, Proceedings of Symposia in*

Applied Mathematics. Goerlich, F. J. (2001). *Desigualdad, diversidad y convergencia: (más) instrumentos de*

medida, modelos de regresión: Instituto Valenciano de Investigaciones

Económicas. Kuznets, S. S. (1950). Shares of upper income groups in income and savings: *National*

Fundacion para la Educación Superior y el Desarrollo, Fedesarrollo. Núñez Velázquez, J. J. (2006). *La desigualdad económica medida a través de las curvas de*

Lorenz. Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Pigou, A. C. (1912). *Wealth and welfare*. London,: Macmillan and co., limited. Rousseau, J. J. (1755). *Discours sur l'origine & les fondements de l'inégalité parmi les*

hommes: chez Marc Michel Rey. Sen, A. (1973). *On economic inequality*. Oxford,: Clarendon Press. Sen, A., & Foster, J. E. (1997). *On economic inequality (Enlarged ed.)*. Oxford New York: Clarendon Press ; Oxford University Press.

Chaparro G. Moreno A. (2012) *Desigualdad en el bilingüismo*.

ANEXOS:

	Tamaño	Media	Desviacion	Min.	Max.	Alcance
2000	414	422090,7874	798627,6997	3920	10188321	24,12846076
2001	421	451717,0618	764546,0912	3440	6846111	15,14813493
2002	416	510416,1611	810789,06	3696	7537625	14,76036532
2003	408	586700,7451	1008881,207	5000	7778907	13,25020816
2004	440	590627,5386	1036104,015	5000	11110166	18,80231664
2005	441	607467,1293	1037405,352	5000	10870524	17,88660403
2006	445	617459,409	1045020,61	5000	11291563	18,27903638
2007	428	675671,472	1104109,285	5000	12217052	18,07394941
2008	450	674927,8956	1058226,632	5000	7951094	11,77324875
2009	454	666258,467	1124143,463	5000	10748163	16,1246176
2010	442	688356,2511	1035469,287	5000	5652075	8,203709911
2011	445	703946,4337	1114081,9	5000	6683214	9,48682127
2012	450	681905,5733	1130285,02	5000	8047952	11,79481781
2013	357	742440,7703	1122434,229	5730	8703439	11,71502071

	Dist. Media	Varianza	Coef. variación	Desv. Estándar log	Gini	Theil
2000	1,085033673	6,36266E+11	30671339,72	2,414775945	0,705984726	0,968323617
2001	1,077640885	5,83142E+11	26487995,41	2,505067957	0,702549564	0,93248815
2002	1,066218884	6,55799E+11	26205519,58	2,446499093	0,686448279	0,876192588
2003	1,079618563	1,01535E+12	34956484,69	2,386108066	0,699735976	0,927655645
2004	1,095261953	1,07107E+12	38039184,96	2,468482201	0,703659312	0,946030661
2005	1,06888992	1,07377E+12	37119965,83	2,470522551	0,693240644	0,91364272
2006	1,090650752	1,08961E+12	37225819,14	2,457226214	0,696276941	0,916655052
2007	1,072331708	1,21621E+12	37238701,77	2,467029534	0,685297065	0,880756781
2008	1,096157853	1,11736E+12	35118833,35	2,479140773	0,69109326	0,886446394
2009	1,097666645	1,26092E+12	40324687,72	2,437162204	0,703093346	0,930819701
2010	1,068166217	1,06977E+12	32672971,79	2,482481169	0,686382779	0,863929021
2011	1,095528079	1,23839E+12	37110566,91	2,427445752	0,697612666	0,899149721
2012	1,114427015	1,27471E+12	39654436,93	2,394164938	0,706702868	0,934153207
2013	1,012785951	1,25633E+12	31972447,38	2,116808525	0,661257846	0,798184392

Atkinson	
2000	0,444272911
2001	0,444061078
2002	0,42806747
2003	0,435178649
2004	0,447160525
2005	0,437547365
2006	0,438954685
2007	0,428326193
2008	0,434511619
2009	0,442084079
2010	0,429127791
2011	0,434134589
2012	0,440722778
2013	0,384222752