

TRABAJOS ACADÉMICOS en Finanzas de Mercado y Finanzas Corporativas

PLAN DE PAGOS CUOTA FIJA

FORMULACIONES

Guillermo Buenaventura Vera, Ph.D

DOCUMENTO 2014 – 008

SALÓN BURSÁTIL

**Departamento
Contable Financiero**



TRABAJOS ACADEMICOS EN FINANZAS DE MERCADO Y FINANZAS CORPORATIVAS

ISSN: 2323-0223

2014-008 Cali, Febrero 2014

Frecuencia: Mensual

Comité Editorial

Julián Benavides
Director Departamento Contable y Financiero
Universidad Icesi
jbenavid@icesi.edu.co
5552334 ext 8215

Guillermo Buenaventura
Profesor Tiempo Completo
Universidad Icesi
buenver@icesi.edu.co
5552334 ext 8213

Coordinación Editorial

Diana María Peña
Joven Investigadora
Universidad Icesi
dmpena@icesi.edu.co
5552334 ext 8868

Maria Consuelo Cardona
Secretaria Departamento
Estudios Contables y Financieros
Universidad Icesi
mcardona@icesi.edu.co
5552334 ext 8211

Universidad Icesi Facultad Ciencias Administrativas y Económicas
Departamento Contable y Financiero
Teléfono: 5552334
Calle 18 No. 122-135
http://www.icesi.edu.co/departamentos/finanzas_contabilidad/

La responsabilidad de los conceptos y modelos presentados en esta publicación corresponde al autor o a los autores del trabajo. La correspondencia electrónica y solicitudes pueden ser dirigidas al e-mail de la coordinación editorial. Si desea contactar al autor de una publicación, su correo electrónico se encuentra en la primera página de la misma.

PLAN DE PAGOS CUOTA FIJA

FORMULACIONES

Guillermo Buenaventura Vera, Ph.D.

buerver@icesi.edu.co

Profesor Tiempo Completo

Departamento de Estudios Contables y Financieros

Universidad Icesi (Cali, Colombia)

Resumen

El presente trabajo deduce las formulaciones directas de la partidas: Intereses pagados en una cuota específica, Intereses pagados hasta una cuota específica, Intereses pagados entre dos cuotas, Abono pagado en una cuota específica, Monto abonado hasta una cuota específica, Monto abonado entre dos cuotas, Pago total realizado entre dos cuotas y Saldo por cancelar luego de haber pagado una cuota específica, de tal manera que no se tenga que acudir a construir una Tabla de Amortización, para el pago de un préstamo en la modalidad de Cuota Fija. También se establece, a manera de contraste, un ejemplo con los cálculos de las partidas enumeradas, realizados utilizando la Tabla de Amortización y las formulaciones específicas directas desarrolladas en el trabajo.

Palabras Clave

Préstamo, Amortización, Valor Presente, Alícuota, Cuota Fija, Intereses, Intereses Acumulados, Abono, Abono Acumulado, Saldo.

Contenido

Introducción

- 1. Valor Presente de una serie Alícuota**
 - 2. Alícuota de un Flujo Presente**
 - 3. Partidas Componentes dentro del Plan**
 - 3.1 Intereses pagados en la cuota**
 - 3.2 Abono pagado en la cuota**
 - 4. Partidas Acumuladas dentro del Plan**
 - 4.1 Intereses Acumulados pagados hasta la cuota**
 - 4.2 Abonos Acumulados hasta la cuota**
 - 4.3 Saldo de Capital después de pagada la cuota**
 - 4.4 Tabla doble de Amortización (UVR)**
 - 5. Partidas Semi-acumuladas entre dos cuotas dentro del Plan**
 - 5.1 Intereses Acumulados en un período entre dos cuotas**
 - 5.2 Abonos Acumulados en un período entre dos cuotas**
 - 5.3 Pago acumulado realizado en un período entre dos cuotas**
 - 6. Bibliografía**
- Anexo 1: Deducción de las formulaciones de Partidas Componentes**
- Anexo 2: Deducción de las formulaciones de Partidas Acumuladas**
- Anexo 3: Deducción de las formulaciones de Partidas Totales**
- Anexo 4: Deducción de las formulaciones de Partidas Semi-Acumuladas entre dos cuotas dentro del Plan**

Introducción

El cálculo de las cifras de un plan de pagos de un préstamo en la modalidad de Cuota Fija, con una tasa periódica de interés constante, resulta muy sencillo cuando se utiliza el instrumento Tablas de Amortización, sobre todo si se cuenta con Hojas de Cálculo (Excel, Lotus, etc.), ya que estos paquetes están diseñado sobre una dimensión plana (dos direcciones).

Sin embargo existen requerimientos en los que se precisa tener la formulación específica para las partidas correspondientes del Plan de pagos de acuerdo con la cuota que se estudie. Es el caso de la utilización de lenguajes de programación (Fortran, C+, etc.), para los cuales resulta inmediato realizar el cálculo formulando la respectiva función, en lugar de buscar una celda específica dentro de una matriz, que también habría que construir dentro de la programación.

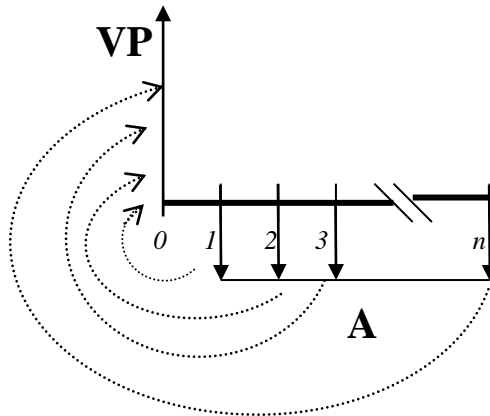
Es en este sentido que encontramos útil contar con las formulaciones específicas para las variables: Intereses pagados en una cuota específica, Intereses pagados hasta una cuota específica, Intereses pagados entre dos cuotas, Abono pagado en una cuota específica, Monto abonado hasta una cuota específica, Monto abonado entre dos cuotas, Pago total realizado entre dos cuotas y Saldo por cancelar luego de haber pagado una cuota específica. El presente artículo se ocupa de demostrar matemáticamente las funciones mencionadas utilizando el manejo numérico de las series (Anexos 1 a 5) y presentarlas adecuadamente (secciones 1 a 5).

En la sección 6 se ilustra un ejemplo, para el cual se calculan las partidas mencionadas antes, primero mediante el empleo de Tablas de Amortización, y luego utilizando las formulaciones deducidas en el trabajo. Como se podrá observar, la concordancia de los resultados es absoluta.

PLAN DE PAGOS CUOTA FIJA

FORMULACIONES

1. Valor Presente de una serie Alícuota



Aplicando el resultado de formular como Valor Presente un conjunto de Flujos de Fondos se puede derivar la expresión que relaciona la serie Alícuota con el Valor Presente:

$$VP = \sum_{j=1}^n FF_j / (1 + i)^j$$

$$VP = \sum_{j=1}^n A / (1 + i)^j$$

$$VP = A \sum_{j=1}^n 1 / (1 + i)^j$$

$$VP = A [1/(1+i) + 1/(1+i)^2 + 1/(1+i)^3 + \dots + 1/(1+i)^{n-1} + 1/(1+i)^n]$$

Multiplicando ambos lados de la expresión anterior por el término $(1+i)$, lo cual es un artificio matemático, se tiene:

$$(1+i) VP = A [1 + 1/(1+i) + 1/(1+i)^2 + \dots + 1/(1+i)^{n-2} + 1/(1+i)^{n-1}]$$

Restando entre sí las dos últimas expresiones se tiene, por anulación de términos semejantes con signo contrario:

$$(1+i) VP - VP = A [1 - 1/(1+i)^n]$$

Y simplificando la expresión resultante:

$$(1 + i - 1) VP = A [(1+i)^n - 1] / (1+i)^n$$

$$i VP = A [(1+i)^n - 1] / (1+i)^n$$

O sea,

$$\boxed{P = A \quad [(1+i)^n - 1] / [i (1+i)^n]}$$

P = Valor Presente (\$)

A = Monto de cada Alícuota (\$)

i = Tasa de interés para aplicar en cada período (% período/100%)

n = Número de períodos del plan de Alícuotas

Ejemplo: Para cancelar un préstamo al 2,5% mensual Ud. tiene que pagar 20 cuotas mensuales de \$256.589 cada una; ¿cuánto dinero le prestaron?

A = \$256.589

i = 2,5% = 0,025

n = 20 meses

$$P = 256.589 \times [(1+0,025)^{20} - 1] / [0,025 (1+0,025)^{20}]$$

$$P = \underline{\underline{\$ 4.000.000}}$$

2. Alícuota de un Flujo Presente

De la última fórmula se puede calcular el Valor de la Alícuota cuando se desconoce, teniendo la cifra del monto del Capital principal o Flujo Presente:

$$A = P \quad [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

A = Valor de la Alícuota (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés para aplicar en cada período (% período/100%)
n = Número de períodos del plan de Alícuotas

3. Partidas Componentes dentro del Plan

Como se deduce en el Anexo 1, las formulaciones correspondientes, una vez cancelada la cuota k del plan, son las siguientes:

3.1 Intereses pagados en la cuota:

$$INT_k = P i [(1+i)^n - (1+i)^{k-1}] / [(1+i)^n - 1]$$

INT_k = Valor de los intereses pagados en la cuota k (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número (ordinal) de la cuota

3.2 Abono pagado en la cuota:

$$AB_k = P i (1+i)^{k-1} / [(1+i)^n - 1]$$

AB_k = Valor del capital abonado en la cuota k (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número (ordinal) de la cuota

4. Partidas Acumuladas dentro del Plan

En el Anexo 2 se deducen las formulaciones para las partidas acumuladas correspondientes, una vez cancelada la cuota k del plan; estas son las siguientes:

4.1 Intereses Acumulados pagados hasta la cuota:

$$\text{INT-AC}_k = P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

INT-AC_k = Valor de los intereses pagados acumulados hasta la cuota k (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número (ordinal) de la cuota

4.2 Abonos Acumulados pagados hasta la cuota:

$$\text{AB-AC}_k = P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

AB-AC_k = Valor de los abonos a capital hasta la cuota k (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número (ordinal) de la cuota

4.3 Saldo de Capital después de pagada la cuota:

$$\text{SF}_k = P [(1+i)^n - (1+i)^k] / [(1+i)^n - 1]$$

SF_k = Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota k (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número (ordinal) de la cuota

5. Partidas Semi-acumuladas entre dos cuotas dentro del Plan

En el Anexo 4 se deducen las formulaciones para las partidas acumuladas en un período comprendido entre dos cuotas del plan. Estas son las siguientes:

5.1 Intereses Acumulados en un período entre dos cuotas (Intereses Semi-acumulados):

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [(1+i)^f - (1+i)^g + i (g-f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

INT-SC _{f-g} =	Valor de los intereses semi-acumulados entre las cuotas f y g (\$)
P =	Monto Presente o Principal (\$)
i =	Tasa de interés (% período/100%)
n =	Número de períodos del plan
f =	Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
g =	Número (ordinal) de la última cuota del período

5.2 Abonos Acumulados en un período entre dos cuotas (Abonos Semi-acumulados):

$$\text{AB-SC}_{f-g} = P [(1+i)^g - (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1]$$

AB-SC _{f-g} =	Valor de los abonos a capital semi-acumulados entre las cuota f y g (\$)
P =	Monto Presente o Principal (\$)
i =	Tasa de interés (% período/100%)
n =	Número de períodos del plan
f =	Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
g =	Número (ordinal) de la última cuota del período

5.3 Pago acumulado realizado en un período entre dos cuotas (Pago Sub-total):

$$\text{P-SC}_{f-g} = (g-f) P (1+i)^n i / [(1+i)^n - 1] = (g-f) A$$

P-SC _{f-g} =	Subtotal de pagos entre las cuotas f y g (\$)
P =	Monto Presente o Principal (\$)
A =	Valor de la Alícuota (\$)
i =	Tasa de interés (% período/100%)
n =	Número de períodos del plan
f =	Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
g =	Número (ordinal) de la última cuota del período

Anexo1: Deducción de las formulaciones de Partidas Componentes

A continuación se consignan las deducciones matemáticas de las formulaciones de Intereses, Abono y Saldo Final para cada cuota generada.

A1.1 Intereses, Abono y Saldo Final en la cuota 1:

Con:	INT ₁ =	Valor de los intereses pagados en la cuota 1 (\$)
	AB ₁ =	Valor del Abono a capital de la cuota 1 (\$)
	SI ₁ =	Saldo de Capital por pagar antes de cancelar la cuota 1 (\$)
	SF ₁ =	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota 1 (\$)
	P =	Monto Presente o Principal (\$)
	A =	Valor de la Alícuota (\$)
	i =	Tasa de interés (% período/100%)
	n =	Número de períodos del plan

Al inicio del período 1 (momento cero) se tiene:

$$SI_1 = P$$

Al final del período 1 (momento 1) se tiene:

$$INT_1 = SI_1 i = P i$$

$$A_1 = P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1], \quad \text{según formulación sección 2.}$$

$$\begin{aligned} AB_1 &= A_1 - INT_1 = P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] - P i \\ &= P i \{ (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - 1 \} \\ &= P i \{ \frac{(1+i)^n - (1+i)^n + 1}{(1+i)^n - 1} \} \\ &= P i \frac{1}{(1+i)^n - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SF_1 &= SI_1 - AB_1 = P - P i \frac{1}{(1+i)^n - 1} \\ &= P \{ 1 - i / [(1+i)^n - 1] \} \\ &= P [(1+i)^n - 1 - i] / [(1+i)^n - 1] \\ &= P [(1+i)^n - (1+i)] / [(1+i)^n - 1] \end{aligned}$$

A1.2 Intereses, Abono y Saldo Final en la cuota 2:

Con:	INT ₂ =	Valor de los intereses pagados en la cuota 2 (\$)
	AB ₂ =	Valor del Abono a capital de la cuota 2 (\$)
	SI ₂ =	Saldo de Capital por pagar antes de cancelar la cuota 2 (\$)
	SF ₂ =	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota 2 (\$)
	P =	Monto Presente o Principal (\$)
	A =	Valor de la Alícuota (\$)
	i =	Tasa de interés (% período/100%)
	n =	Número de períodos del plan

Al inicio del período 2 (momento 1) se tiene:

$$SI_2 = SF_1 = P \frac{[(1+i)^n - (1+i)]}{[(1+i)^n - 1]}$$

Al final del período 2 (momento 2) se tiene:

$$INT_2 = SI_2 i = P i \frac{[(1+i)^n - (1+i)]}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$A_2 = P \frac{[i (1+i)^n]}{[(1+i)^n - 1]}, \text{ según formulación sección 2.}$$

$$AB_2 = A_2 - INT_2 =$$

$$= P \frac{[i (1+i)^n]}{[(1+i)^n - 1]} - P i \frac{[(1+i)^n - (1+i)]}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$= P i \left\{ \frac{(1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]} - \frac{[(1+i)^n - (1+i)]}{[(1+i)^n - 1]} \right\}$$

$$= P i \left\{ \frac{(1+i)^n - (1+i)^n + (1+i)}{[(1+i)^n - 1]} \right\}$$

$$= P i \frac{(1+i)}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$SF_2 = SI_2 - AB_2 =$$

$$= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)]}{[(1+i)^n - 1]} - P i \frac{(1+i)}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$= P \frac{[(1+i)^n - (1+i) - i(1+i)]}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)(1+i)]}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)^2]}{[(1+i)^n - 1]}$$

A1.3 Intereses, Abono y Saldo Final en la cuota 3:

Con:	INT ₃ =	Valor de los intereses pagados en la cuota 3 (\$)
	AB ₃ =	Valor del Abono a capital de la cuota 3 (\$)
	SI ₃ =	Saldo de Capital por pagar antes de cancelar la cuota 3 (\$)
	SF ₃ =	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota 3 (\$)
	P =	Monto Presente o Principal (\$)
	A =	Valor de la Alícuota (\$)
	i =	Tasa de interés (% período/100%)
	n =	Número de períodos del plan

Al inicio del período 3 (momento 2) se tiene:

$$SI_3 = SF_2 = P [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$$

Al final del período 3 (momento 3) se tiene:

$$INT_3 = SI_3 i = P i [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$$

$$A_3 = P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1], \text{ según formulación sección 2.}$$

$$AB_3 = A_3 - INT_3 =$$

$$= P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] - P i [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$$

$$= P i \{ (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1] \}$$

$$= P i \{ \cancel{(1+i)^n} - \cancel{(1+i)^n} + (1+i)^2 \} / [(1+i)^n - 1]$$

$$= P i (1+i)^2 / [(1+i)^n - 1]$$

$$SF_3 = SI_3 - AB_3 =$$

$$= P [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1] - P i (1+i)^2 / [(1+i)^n - 1]$$

$$= P [(1+i)^n - (1+i)^2 - i (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$$

$$= P [(1+i)^n - (1+i) (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$$

$$= P [(1+i)^n - (1+i)^3] / [(1+i)^n - 1]$$

Al.4 Intereses, Abono y Saldo Final en la cuota k:

Con:	$INT_k =$	Valor de los intereses pagados en la cuota k (\$)
	$AB_k =$	Valor del Abono a capital de la cuota k (\$)
	$SF_k =$	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota k (\$)
	$P =$	Monto Presente o Principal (\$)
	$A =$	Valor de la Alícuota (\$)
	$i =$	Tasa de interés (% período/100%)
	$n =$	Número de períodos del plan

En la tabla 1 se consignan los resultados obtenidos para las cuotas 1, 2 y 3, y se infiere, por observación, la formulación de la cuota general k.

TABLA 1 - Formulaciones Amortización Plan Cuota Fija

PERÍODO	INICIO	FINAL			
		INT	A (CUOTA)	AB	SF
t	SI				
1	P	$P i$	$P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$	$P i 1 / [(1+i)^n - 1]$	$P [(1+i)^n - (1+i)] / [(1+i)^n - 1]$
2	$P [(1+i)^n - (1+i)] / [(1+i)^n - 1]$	$P i [(1+i)^n - (1+i)] / [(1+i)^n - 1]$	$P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$	$P i (1+i) / [(1+i)^n - 1]$	$P [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$
3	$P [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$	$P i [(1+i)^n - (1+i)^2] / [(1+i)^n - 1]$	$P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$	$P i (1+i)^2 / [(1+i)^n - 1]$	$P [(1+i)^n - (1+i)^3] / [(1+i)^n - 1]$
:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:
k	$P [(1+i)^n - (1+i)^{k-1}] / [(1+i)^n - 1]$	$P i [(1+i)^n - (1+i)^{k-1}] / [(1+i)^n - 1]$	$P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$	$P i (1+i)^{k-1} / [(1+i)^n - 1]$	$P [(1+i)^n - (1+i)^k] / [(1+i)^n - 1]$

Lo cual propone las respectivas formulaciones generalizadas:

$$INT_k = P i [(1+i)^n - (1+i)^{k-1}] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB_k = P i (1+i)^{k-1} / [(1+i)^n - 1]$$

$$SF_k = P [(1+i)^n - (1+i)^k] / [(1+i)^n - 1]$$

A1.5 Intereses, Abono y Saldo Final en la cuota k+1:

Considerando cierta la generalización anterior, trataremos de inferir los valores de la cuota k+1:

Con:	INT_{k+1}	=	Valor de los intereses pagados en la cuota k+1 (\$)
	AB_{k+1}	=	Valor del Abono a de la cuota k+1 (\$)
	SI_{k+1}	=	Saldo de Capital por pagar antes de cancelar la cuota k+1 (\$)
	SF_{k+1}	=	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota k+1 (\$)
	P	=	Monto Presente o Principal (\$)
	A	=	Valor de la Alícuota (\$)
	i	=	Tasa de interés (% período/100%)
	n	=	Número de períodos del plan

Al inicio del período k+1 (momento k) se tiene:

$$SI_{k+1} = SF_k = P \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]}$$

Al final del período k+1 (momento k+1) se tiene:

$$INT_{k+1} = SI_k i = P i \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]}$$

$$A_{k+1} = P \frac{[i (1+i)^n]}{[(1+i)^n - 1]}, \text{ según formulación sección 2.}$$

$$\begin{aligned} AB_{k+1} &= A_{k+1} - INT_{k+1} = \\ &= P \frac{[i (1+i)^n]}{[(1+i)^n - 1]} - P i \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]} \\ &= P i \left\{ \frac{(1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]} - \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]} \right\} \\ &= P i \left\{ \frac{(1+i)^n - (1+i)^n + (1+i)^k}{[(1+i)^n - 1]} \right\} \\ &= P i \frac{(1+i)^k}{[(1+i)^n - 1]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SF_{k+1} &= SI_{k+1} - AB_{k+1} = \\ &= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]} - P i \frac{(1+i)^k}{[(1+i)^n - 1]} \\ &= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)^k - i (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]} \\ &= P \frac{[(1+i)^n - (1+i) (1+i)^k]}{[(1+i)^n - 1]} \\ &= P \frac{[(1+i)^n - (1+i)^{k+1}]}{[(1+i)^n - 1]} \end{aligned}$$

Como se puede apreciar, conservando las formas de las ecuaciones para la cuota k, se puede inferir matemáticamente la misma forma de ecuación para la cuota k+1, con lo que queda demostrada la generalización:

$$\mathbf{INT_k = P i [(1+i)^n - (1+i)^{k-1}] / [(1+i)^n - 1]}$$

$$\mathbf{AB_k = P i (1+i)^{k-1} / [(1+i)^n - 1]}$$

$$\mathbf{SF_k = P [(1+i)^n - (1+i)^k] / [(1+i)^n - 1]}$$

$INT_k =$	Valor de los intereses pagados en la cuota k (\$)
$AB-AC_k =$	Valor de los abonos a capital hasta la cuota k (\$)
$SF_k =$	Saldo de Capital por pagar después de cancelar la cuota k (\$)
$P =$	Monto Presente o Principal (\$)
$i =$	Tasa de interés (% período/100%)
$n =$	Número de períodos del plan
$k =$	Número de cuotas pagadas

Anexo2: Deducción de las formulaciones de Partidas Acumuladas

A continuación se consignan las deducciones matemáticas de las formulaciones de Intereses pagados Acumulados y Abonos pagados Acumulados.

A2.1 Intereses pagados Acumulados luego de cancelar la cuota k:

Con:	INT-AC _k =	Valor de los intereses pagados en las primeras k cuotas (\$)
	P =	Monto Presente o Principal (\$)
	i =	Tasa de interés (% período/100%)
	n =	Número de períodos del plan
	k =	Número de cuotas pagadas

Los intereses acumulados pagados hasta la cuota k se calculan sumando todos los intereses de las cuotas 1 hasta k:

$$\begin{aligned}
 \text{INT-AC}_k &= \sum_{t=1}^{t=k} P i [(1+i)^n - (1+i)^{t-1}] / [(1+i)^n - 1] \\
 &= \sum_{t=1}^{t=k} P i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - \sum_{t=1}^{t=k} P i (1+i)^{t-1} / [(1+i)^n - 1] \\
 &= k P i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - P i / [(1+i)^n - 1] \sum_{t=1}^{t=k} (1+i)^{t-1}
 \end{aligned}$$

Acá se han extraído de la sumatoria los términos que no dependen de t. Entonces:

$$\text{INT-AC}_k = P i / [(1+i)^n - 1] \{ k (1+i)^n - \sum_{t=1}^{t=k} (1+i)^{t-1} \}$$

$$\text{INT-AC}_k = P i / [(1+i)^n - 1] \{ k (1+i)^n - s \}$$

$$\text{Llamando: } s = \sum_{t=1}^{t=k} (1+i)^{t-1} :$$

$$s = \sum_{t=1}^{t=k} (1+i)^{t-1} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{k-1}$$

$$(1+i) s = \sum_{t=1}^{t=k} (1+i)^t = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{k-1} + (1+i)^k$$

$$(1+i) s - s = (1+i)^k - 1$$

$$s (1+i - 1) = (1+i)^k - 1$$

$$s i = (1+i)^k - 1$$

$$s = [(1+i)^k - 1] / i$$

Entonces:

$$\text{INT-AC}_k = P i / [(1+i)^n - 1] \{ k (1+i)^n - s \}$$

$$\text{INT-AC}_k = P i / [(1+i)^n - 1] \{ k (1+i)^n - [(1+i)^k - 1] / i \}$$

$$\text{INT-AC}_k = P i k (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - P i / [(1+i)^n - 1] [(1+i)^k - 1] / i$$

$$\text{INT-AC}_k = P i k (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - P / [(1+i)^n - 1] [(1+i)^k - 1]$$

$$\text{INT-AC}_k = P i k (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_k = P \{ [i k (1+i)^n - [(1+i)^k - 1]] \} / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_k = P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_k = P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

INT-AC _k =	Valor de los intereses pagados en las primeras k cuotas (\$)
P =	Monto Presente o Principal (\$)
i =	Tasa de interés (% período/100%)
n =	Número de períodos del plan
k =	Número de cuotas pagadas

A2.2 Abono Acumulado luego de cancelar la cuota k:

Con:	INT-AC _k =	Valor de los intereses pagados en las primeras k cuotas (\$)
	AB-AC _k =	Valor de los abonos a capital hasta la cuota k (\$)
	P =	Monto Presente o Principal (\$)
	A =	Valor de la Alícuota (\$)
	i =	Tasa de interés (% período/100%)
	n =	Número de períodos del plan
	k =	Número de cuotas pagadas

Los abonos acumulados pagados hasta la cuota k se calculan restando del total de cuotas pagadas los intereses acumulados las cuotas 1 hasta k:

$$\text{Total de cuotas pagadas} = k A$$

$$A = P (1+i)^n i / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_k = k A - INT-AC_k$$

$$AB-AC_k = k P (1+i)^n i / [(1+i)^n - 1] - P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_k = \{ k P (1+i)^n i - P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] \} / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_k = P \{ i k (1+i)^n - i k (1+i)^n + (1+i)^k - 1 \} / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_k = P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_k = P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

AB-AC_k = Valor acumulado de los abonos a capital hasta la cuota k (\$)

P = Monto Presente o Principal (\$)

i = Tasa de interés (% período/100%)

n = Número de períodos del plan

k = Número de cuotas pagadas

Anexo3: Deducción de las formulaciones de Partidas Totales

A continuación se consignan las deducciones matemáticas de las formulaciones de Intereses Pagados, Total Abonado y Saldo Final una vez pagada la última cuota.

A3.1 Intereses pagados Acumulados luego de cancelar la cuota n (última cuota):

Con: INT-AC_k = Valor de los intereses pagados en las primeras k cuotas (\$)
INT-AC_n = Valor de los intereses pagados en todo el plan (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan
k = Número de cuotas pagadas

$$\text{INT-AC}_k = P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_n = P [i n (1+i)^n - (1+i)^n + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_n = P \{n i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - [(1+i)^n - 1] / [(1+i)^n - 1]\}$$

$$\text{INT-AC}_n = P \{n i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] - 1\}$$

$$\text{INT-AC}_n = n P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] - P$$

$$\text{Como } A = P [i (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_n = n A - P$$

Lo cual es lógico, pues del total pagado en las n cuotas (n A) se ha restado el principal (P) resultando el monto de intereses pagado (INT-AC_n).

$$\text{INT-AC}_n = n A - P$$

INT-AC_n = Valor acumulado de los intereses pagados en las n cuotas (\$)
P = Monto Presente o Principal (\$)
A = Valor de la Alícuota (\$)
i = Tasa de interés (% período/100%)
n = Número de períodos del plan

A3.2 Abonos Acumulados luego de cancelar la cuota n (última cuota):

Con: $AB-AC_k =$ Valor de los abonos acumulados en las primeras k cuotas (\$)
 $AB-AC_n =$ Valor del total abonado en todo el plan (\$)
 $P =$ Monto Presente o Principal (\$)
 $i =$ Tasa de interés (% período/100%)
 $n =$ Número de períodos del plan
 $k =$ Número de cuotas pagadas

$$AB-AC_k = P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_n = P [(1+i)^n - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_n = P [1]$$

$$AB-AC_n = P$$

Lo cual es lógico, pues del total abonado en las n cuotas ($AB-AC_n$) es el valor del principal (P).

$$AB-AC_n = P$$

$AB-AC_n =$ Valor total abonado en las n cuotas de duración del plan (\$)
 $P =$ Monto Presente o Principal (\$)
 $i =$ Tasa de interés (% período/100%)
 $n =$ Número de períodos del plan

Anexo4: Deducción de las formulaciones de Partidas Semi-acumuladas entre dos cuotas dentro del Plan

A continuación se consignan las deducciones matemáticas de las formulaciones de Subtotal de Intereses Pagados, Subtotal Abonado y Subtotal pagado entre dos cuotas del plan.

A4.1 Intereses pagados Acumulados entre las cuotas f y g:

Con: INT-SC_{f-g} = Valor de los intereses semi-acumulados entre las cuotas f y g (\$)
 INT-AC_k = Valor de los intereses pagados en las primeras k cuotas (\$)
 P = Monto Presente o Principal (\$)
 i = Tasa de interés (% período/100%)
 n = Número de períodos del plan
 f = Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
 g = Número (ordinal) de la última cuota del período

$$\text{INT-AC}_k = P [i k (1+i)^n - (1+i)^k + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_f = P [i f (1+i)^n - (1+i)^f + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-AC}_g = P [i g (1+i)^n - (1+i)^g + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [i g (1+i)^n - (1+i)^g + 1] / [(1+i)^n - 1] - P [i f (1+i)^n - (1+i)^f + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [i g (1+i)^n - (1+i)^g + 1 - i f (1+i)^n + (1+i)^f - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [i g (1+i)^n - (1+i)^g - i f (1+i)^n + (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [i (g - f) (1+i)^n - (1+i)^g + (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [(1+i)^f - (1+i)^g + i (g - f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

$$\text{INT-SC}_{f-g} = P [(1+i)^f - (1+i)^g + i (g-f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1]$$

INT-SC_{f-g} = Valor de los intereses semi-acumulados entre las cuotas f y g (\$)
 P = Monto Presente o Principal (\$)
 i = Tasa de interés (% período/100%)
 n = Número de períodos del plan
 f = Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
 g = Número (ordinal) de la última cuota del período

A4.2 Abonos Acumulados entre las cuotas f y g:

Con: $AB-SC_{f-g}$ = Valor de los abonos a capital semi-acumulados entre las cuotas f y g (\$)
 $AB-AC_k$ = Valor acumulado de los abonos a capital hasta la cuota k (\$)
 P = Monto Presente o Principal (\$)
 i = Tasa de interés (% período/100%)
 n = Número de períodos del plan
 f = Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
 g = Número (ordinal) de la última cuota del período

$$AB-AC_k = P [(1+i)^k - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_f = P [(1+i)^f - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-AC_g = P [(1+i)^g - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-SC_{f-g} = P [(1+i)^g - 1] / [(1+i)^n - 1] - P [(1+i)^f - 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-SC_{f-g} = P [(1+i)^g - 1 - (1+i)^f + 1] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-SC_{f-g} = P [(1+i)^g - (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1]$$

$$AB-SC_{f-g} = P [(1+i)^g - (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1]$$

$AB-SC_{f-g}$ = Valor de los abonos a capital semi-acumulados entre las cuota f y g (\$)
 P = Monto Presente o Principal (\$)
 i = Tasa de interés (% período/100%)
 n = Número de períodos del plan
 f = Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
 g = Número (ordinal) de la última cuota del período

A4.3 Abonos Acumulados entre las cuotas f y g:

Con: $INT-SC_{f-g}$ = Valor de los intereses semi-acumulados entre las cuotas f y g (\$)
 $AB-SC_{f-g}$ = Valor de los abonos a capital semi-acumulados entre las cuota f y g (\$)
 $P-SC_{f-g}$ = Subtotal de pagos entre las cuotas f y g (\$)
 P = Monto Presente o Principal (\$)
 A = Valor de la Alícuota (\$)
 i = Tasa de interés (% período/100%)
 n = Número de períodos del plan
 f = Número (ordinal) de la última cuota anterior al período
 g = Número (ordinal) de la última cuota del período

$$\begin{aligned}
\text{INT-SC}_{f-g} &= P [(1+i)^f - (1+i)^g + i (g - f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] \\
\text{AB-SC}_{f-g} &= P [(1+i)^g - (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1] \\
\text{P-SC}_{f-g} &= \text{INT-SC}_{f-g} + \text{AB-SC}_{f-g} \\
\text{P-SC}_{f-g} &= P [(1+i)^f - (1+i)^g + i (g - f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] + \\
&\quad + P [(1+i)^g - (1+i)^f] / [(1+i)^n - 1] \\
\text{P-SC}_{f-g} &= P [\cancel{(1+i)^f} - \cancel{(1+i)^g} + i (g - f) (1+i)^n + \cancel{(1+i)^g} - \cancel{(1+i)^f}] / [(1+i)^n - 1] \\
\text{P-SC}_{f-g} &= P [i (g - f) (1+i)^n] / [(1+i)^n - 1] \\
\text{P-SC}_{f-g} &= (g - f) \{P i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1]\} \\
A &= P i (1+i)^n / [(1+i)^n - 1] \\
\text{P-SC}_{f-g} &= (g - f) A
\end{aligned}$$

Lo cual es lógico, pues el monto subtotal pagado en las (g - f) cuotas es precisamente (g - f) A.

$\text{P-SC}_{f-g} = (g-f) P (1+i)^n i / [(1+i)^n - 1] = (g-f) A$

P-SC_{f-g} P A i n f g	Subtotal de pagos entre las cuotas f y g (\$) Monto Presente o Principal (\$) Valor de la Alícuota (\$) Tasa de interés (% período/100%) Número de períodos del plan Número (ordinal) de la última cuota anterior al período Número (ordinal) de la última cuota del período
---------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

SALÓN BURSÁTIL

**Departamento
Contable Financiero**

