

Situaciones didácticas como estrategia para el desarrollo del pensamiento espacial en el sexto
grado

Carlos Edwin Paz Rojas
MAESTRANDO

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD ICESI
SANTIAGO DE CALI, NOVIEMBRE DE 2017

SITUACIONES DIDÁCTICAS COMO ESTRATEGIA PARA EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL SEXTO GRADO

Tesis realizada para obtener el título de Magister en Educación

CARLOS EDWIN PAZ ROJAS

Director de investigación
MG. JUAN CARLOS LÓPEZ GARCÍA

ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD ICESI
SANTIAGO DE CALI, NOVIEMBRE DE 2017

RESUMEN

La presente investigación muestra los procesos de aprendizaje para lograr las representaciones de objetos tridimensionales y el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes que empiezan su educación básica secundaria. El propósito consiste en movilizar los aprendizajes desde sus saberes previos, pasando por el trabajo colaborativo y el manejo de diferentes medios que le permitan al estudiante, de manera reflexiva y creativa, el acercamiento a las formas tridimensionales. La implementación de una serie de situaciones didácticas, desde la teoría de Brousseau (2007), debe llevar a los estudiantes, con el uso del software Cubos & cubos, el uso del dibujo isométrico, sus vistas auxiliares y vistas codificadas, a entender, representar y construir formas tridimensionales que se basen en el objeto matemático denominado “el cubo”. De tal forma que lleven al niño a interrelacionar lo que observa desde el aula de clase y los espacios que le rodean, con las formas geométricas; asimilando de esta manera su mundo cotidiano. Este trabajo muestra un diseño de situaciones didácticas que parten de teorías constructivistas, buscando responder a las diferentes formas de aprendizaje de cada individuo del grupo participante. Se busca por medio del trabajo colaborativo que los estudiantes logren construir sus propios aprendizajes, de acuerdo al ritmo y los roles en que se destaque cada uno de ellos. Al final, en el análisis se muestra los resultados de la implementación de las secuencias didácticas, resaltando los progresos y aprendizajes significativos, logrados a partir del proceso social que se da en la interrelación entre el saber matemático, los alumnos y el docente, siguiendo la teoría del “desarrollo próximo” de Vygotsky (2000) que aparece como uno de los ejes conceptuales más relevantes en esta investigación.

Palabras Claves

Objetos tridimensionales, situaciones didácticas, objeto matemático, representación, isometrías, software Cubos & cubos, vistas auxiliares, vistas codificadas, trabajo colaborativo.

TABLA DE CONTENIDO

1.	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	3
1.1	Prácticas pedagógicas	3
1.2	Índice sintético de calidad – Pruebas saber	5
2.	JUSTIFICACIÓN	9
3.	VIABILIDAD	11
3.1	Magnitud	11
3.2	Tendencias del problema	11
3.3	Impacto del problema	11
3.4	Factibilidad del problema	12
3.5	Vulnerabilidad	13
4.	OBJETIVOS	14
4.1	Objetivo general	14
4.2	Objetivos específicos	14
5.	MARCO TEÓRICO	15
5.1	Las matemáticas	16
5.1.1	Geometría y pensamiento espacial.	18
5.1.2	Pensamiento espacial y sistemas geométricos para 6° y 7°	20
5.1.3	Componentes y competencias matemáticas 6°y7°, (Geometría).	20
5.1.4	Representaciones usadas en pruebas tipo test sobre el pensamiento espacial.	22
5.1.5	Isométricos	23
5.1.6	Visualizar – Representar	25
5.1.6.1	Procesos cognitivos de visualización espacial y aprendizaje	28
5.1.6.1.1	Procesos cognitivos	29
5.1.7	Objeto matemático	30
5.1.7.1	Significado del Hexaedro (Cubo).	31

5.1.7.2 Fenomenología del cubo	31
5.1.7.3 Estructura conceptual del cubo.	33
5.1.7.4 Sistemas de representación. (Semiótica)	34
5.1.7.5 Problemáticas didácticas de tratamiento.	34
5.1.7.6 Problemáticas didácticas de conversión.	35
5.1.7.7 La relación semiosis – noesis en el objeto matemático	35
5.1.8 Artículo de investigación de referencia.	36
5.1.8.1 Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial	36
5.1.8.2 Tareas de visualización y orientación espacial	37
5.1.8.3 Tareas de interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales	39
5.1.8.4 Actividad 1-Convertir representaciones	40
5.1.8.5 Actividad 2-Rotar objetos	41
5.1.8.6 Actividad 3-Plegar y desplegar (desarrollos)	42
5.1.8.7 Actividad 4-Conteo de partes	43
5.2 Didáctica de las matemáticas	45
5.2.1 Situaciones didácticas	46
5.2.1.1 Clasificación de las situaciones didácticas	47
5.2.1.1.1 Situación de acción	47
5.2.1.1.2 Situación de formulación	47
5.2.1.1.3 Situación de validación	48
5.2.1.1.4 Situación de institucionalización	48
5.2.2 Constructivismo	49
5.2.2.1 Socio constructivismo (Vygotsky)	49
5.2.2.2 Cognitivismo (Piaget)	50
5.2.2.3 Aprendizajes significativos (Ausbel)	52
5.3 Las TIC en el aula	54
5.3.1 El software “Cubos & cubos”	55
5.3.2 Modelo SAMR, para los aprendizajes usando TICS	55
5.3.2.1 Mejora	56
5.3.2.2 Transformación	56

5.3.3	Desarrollo de la capacidad espacial en el alumnado de Dibujo Técnico I a través de la Realidad Aumentada	58
5.3.3.1	¿Qué es la capacidad espacial?	59
5.3.3.2	La Realidad Aumentada	60
5.3.3.3	Aspectos educativos de la RA a tener en cuenta	61
6.	DISEÑO METODOLÓGICO	63
6.1	Marco contextual	63
6.2	Diseño de investigación	64
6.3	Tipo de investigación	64
6.4	Enfoque de la investigación	65
6.5	Participantes	65
6.6	Instrumentos	65
6.7	Procedimiento	66
6.8	Tipo de análisis	67
6.9	Categorías de análisis.	68
6.10	Consideraciones éticas	68
6.11	Aplicación de las situaciones didácticas	69
6.11.1	Saberes previos	70
7.	RESULTADOS	71
7.1	Prueba diagnóstica inicial	74
7.2	Prueba final	78
7.3	Comparación prueba diagnóstica – prueba final	84
7.4	Situaciones didácticas	86
7.4.1	Situación acción	86
7.4.1.1	Representaciones tridimensionales en las situaciones acción	89
7.4.2	Situación formulación	93
7.4.2.1	Representaciones tridimensionales en las situaciones de formulación	97
7.4.2.2	Implementación de las Tic en la situación formulación	104
7.4.3	Situaciones validación	109
7.4.3.1	Representaciones tridimensionales en las situaciones de validación	115

8.	ANALISIS	121
8.1	Situaciones didácticas	121
8.1.1	Situación acción.	122
8.1.2	Situación formulación.	125
8.1.3	Situación validación.	127
8.2	Representaciones tridimensionales.	131
8.3	Implementación de las TIC.	135
8.4	Prueba diagnostica – prueba final.	138
9.	CONCLUSIONES	140
10.	BIBLIOGRAFÍA	143
11.	ANEXOS	150

LISTA DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Presentación institucional, Pruebas Saber 2016	5
Gráfica 2. Análisis- matemáticas 5°, Índice sintético de calidad 2016	5
Gráfica 3. Análisis- desempeños matemáticas 5°, Pruebas Saber 2016	6
Gráfica 4. Análisis- desempeños matemáticas 5°, Pruebas Saber 2016	6
Grafica 5. Ejemplo, Derechos Básicos de Aprendizaje	21
Grafica 6. Representaciones planas de un módulo multicubo.	22
Grafica 7. Ejes para la construcción de una Isometría	24
Grafica 8. Hexaedro y componentes	31
Grafica 9. Ortoedro, simulando un espacio	32
Grafica 10. Desarrollo del hexaedro (cubo)	33
Grafica 11. Representación de un cubo	34
Grafica 12. Cubo compuesto por 27 unidades cubicas	35
Grafica 13. Ejemplo, Convertir representaciones. Revista Números	41
Grafica 14. Ejemplo, Rotar objetos. Revista Números	41
Grafica 15. Ejemplo, Plegar y desplegar, Revista Números	42
Grafica 16. Ejemplo, Conteo de partes, Revista Números	43
Grafica 17. Diagrama modelo SAMR	57
Grafica 18. Comparación prueba diagnóstica – prueba final	84
Grafica 19. Comparación prueba diagnóstica – prueba final. Estudiantes muestra	85

LISTA DE TABLAS

Tabla N° 1. Estándares, Pensamiento espacial 6° y 7°	73
Tabla N° 2. Registro prueba diagnóstica	75
Tabla N° 3. Registro desempeños prueba diagnóstica	76
Tabla N° 4. Resultados prueba final	80
Tabla N° 5. Desempeños prueba final	81
Tabla N° 6. Desempeños situaciones acción, estudiantes “muestra”	92
Tabla N° 7. Desempeños situaciones formulación, estudiantes “muestra”	102
Tabla N° 8. Tabulación encontrar vistas	107
Tabla N° 9. Tabulación conteo	108
Tabla N° 10. Tabulación vistas codificadas	108
Tabla N° 11. Desempeños situaciones validación, estudiantes “muestra”	119

LISTA DE IMAGENES

Imagen 1. vivienda con forma de cubo	32
Imagen 2. Interior de la vivienda	32
Imagen N° 3. Estudiante resolviendo el primer test diagnóstico	73
Imagen N° 4. Estudiante resolviendo el test de la prueba final	78
Imagen N° 5. Grado de 6°1, resolviendo la prueba final	79
Imagen N° 6. Situación acción N° 1, desarrollo del hexaedro	86
Imagen N° 7. Alumno representando una variación con una isometría	88
Imagen N° 8. Niña armando el desarrollo del modelo tridimensional.	89
Imagen N° 9. Niño resolviendo la representación de las vistas del hexaedro.	90
Imagen N° 10. Pareja, trabajando en situación formulación	95
Imagen N° 11 Niña formulando una posible respuesta	95
Imagen N° 12. Situación N° 4. Trabajo colaborativo entre estudiantes	96
Imágenes N° 13 y 14, Situación N° 3. Taller 2 resuelto por la pareja identificada con códigos 001 y 002	98
Imagen N° 15. Niña visualizando la forma tridimensional virtual	99
Imagen N° 16. Codificando vistas ortogonales	101
Imagen N° 17. Pareja, trabajando con el software Cubos & cubos	106
Imagen N° 18. Situación N° 5. Estudiantes visualizando el modelo tridimensional	109
Imagen N° 19. Situación N° 5. En parejas construyen el dibujo isométrico y sus vistas	110
Imagen N° 20. Situación N° 5. El trabajo cooperativo	111
Imagen N° 21. Situación N° 7. Alumnos armando el modelo tridimensional	111
Imagen N° 22. Situación N° 7. Proceso de representación vistas codificadas	112
Imagen N° 23. Situación N° 7. Proceso de representación vistas codificadas	113
Imagen N° 24. Situación N° 7. Modelo tridimensional de acuerdo a la codificación	114
Imagen N° 25. Niño representando el modelo tridimensional con una isometría	116
Imagen N° 26. Representación bidimensional	118
Imagen N° 27. Producto final, representaciones bidimensional y tridimensional	123
Imagen N° 28. Grado de 6°1, Uso de las TIC en las situaciones de formulación.	126

Imagen N° 29. Producto final, isometría y modelo tridimensional	128
Imagen N° 30. Situación N° 7, vistas codificadas	129
Imagen N° 31. Alumno validando las vistas codificadas	129
Imagen N° 32. Situación N° 7, producto final	130
Imagen N° 33. Producto final. Isométrico variaciones	132
Imagen N° 34. Visualización de objetos tridimensionales con el uso de las TIC.	133
Imagen N° 35. Visualización y representación con una isometría de una forma tridimensional.	134
Imagen N° 36. Situación N° 6 Etapa 2. Software mostrando el resultado de un ejercicio	136
Imagen N° 37 y 38. Situación N° 6. Trabajo colaborativo desde el manejo de las TIC	137
Imagen N° 39. Alumna presentando la prueba final.	138
Imagen N° 40. Construcción de un modelo tridimensional por parte de los alumnos.	139

LISTA DE ANEXOS

Anexo A.	Ejemplos preguntas pruebas saber, que involucran el pensamiento espacial.	150
Anexo B.	Situaciones didácticas. N°1(consignas)	153
Anexo C.	Situaciones didácticas. N°2 (consignas)	155
Anexo D.	Situaciones didácticas. N°3(consignas)	157
Anexo E.	Situaciones didácticas. N°4(consignas)	159
Anexo F.	Situaciones didácticas. N°5(consignas)	161
Anexo G.	Situaciones didácticas. N°6(consignas)	162
Anexo H.	Situaciones didácticas. N°7(consignas)	164
Anexo I.	Situaciones didácticas. N°8(consignas)	166
Anexo J.	Test, prueba diagnóstica y prueba final	167
Anexo K.	Situación didáctica N° 1 (Cualitativo)	173
Anexo L.	Situación didáctica N° 2 (Cualitativo)	174
Anexo M.	Situación didáctica N° 3 (Cualitativo)	175
Anexo N.	Situación didáctica N° 4 (Cualitativo)	176
Anexo O.	Situación didáctica N° 5 (Cualitativo)	177
Anexo P.	Situación didáctica N° 6 (Cualitativo)	178
Anexo Q.	Situación didáctica N° 7 (Cualitativo)	179
Anexo R.	Situaciones didácticas. N°1(consignas)	180

INTRODUCCIÓN

El pensamiento espacial debería desarrollar mediante el mejoramiento de la capacidad que tienen los estudiantes para lograr la representación de objetos tridimensionales. Este proceso se puede realizar de forma innovadora, de tal manera que no se limite simplemente a que el estudiante entienda el objeto como tal, sino que sea capaz de su construcción tanto de forma tridimensional, como su representación en el papel. El docente debe involucrarse en este proceso, reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza-aprendizaje, saber que debe aprovechar la interrelación con sus educandos, partir de sus saberes previos, tener en cuenta el trabajo cooperativo y el uso de diferentes medios, que conduzcan a mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

Este trabajo de investigación apunta a reflexionar sobre cómo los niños de 6° pueden fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial mediante la representación de figuras tridimensionales, teniendo como objetivo institucional llegar a la transformación de las prácticas de enseñanza-aprendizaje. Para esto es necesario plantear estrategias de aprendizaje que sean valiosas para los estudiantes, novedosas, diferentes y que se conviertan en motores de motivación para participar e intervenir en ellas, mientras construyen aprendizajes significativos.

Esta investigación empieza con una descripción del problema, tiene en cuenta las prácticas de enseñanza-aprendizaje actuales y los resultados en las pruebas saber de los estudiantes, correspondientes al año 2016. Estos resultados muestran la problemática del bajo nivel en relación al componente geométrico métrico, lo que indica las dificultades de los niños de 6° de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo; ya que tres tipos de dificultades resaltan los problemas relacionados con los objetos tridimensionales, manifestando un problema de representación, construcción y desarrollos planos de estos. Esta situación da pistas sobre la necesidad de implementar estrategias nuevas en la enseñanza, orientadas al desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes.

Partiendo de estas necesidades, se plantean los objetivos a desarrollar durante esta investigación. Paso seguido, se mostrará una revisión sobre diferentes teorías que contribuyen al uso de nuevos medios y metodologías que lleven al desarrollo del pensamiento espacial mediante la interpretación de las formas tridimensionales.

Al final, se implementa una nueva estrategia de practica educativa con los niños de 6º, se analiza el trabajo realizado sobre la aplicación de ésta para determinar el alcance de los objetivos y los cambios en los procesos de enseñanza aprendizaje que esta nueva estrategia puede generar.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La Institución Educativa Alfonso López Pumarejo se encuentra ubicada en el corregimiento de Potrerito, zona rural del municipio de Jamundí. La Institución está comprometida con la transformación y búsqueda de alternativas que la lleven a ser una de las mejores del municipio de Jamundí, esto se debe conseguir a medida que las prácticas educativas se vayan renovando, tal como lo plantea Francesc (1993). Apuntar a procesos de construcción colectiva del conocimiento ayudará a responder a las exigencias actuales de la educación.

1.1 Practicas pedagógicas

Hasta el momento la I.E. no cuenta con el establecimiento de un modelo pedagógico; aunque se ha construido el proyecto educativo institucional (PEI), este se encuentra en un proceso colectivo de resignificación del mismo. Por ende, el plan de estudios, el sistema de evaluación institucional y el modelo pedagógico son objeto de revisión actual. En las aulas, coexisten diversos enfoques pedagógicos, siendo el tradicionalista, el más común. Aun se implementan practicas conductistas y formas evaluativas por objetivos. La construcción del conocimiento se ve muy restringido, ya que el estudiante responde simplemente a los requerimientos dados por el docente y sigue sus instrucciones paso a paso en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Así mismo, desde el área de matemáticas, la geometría es dirigida al manejo de las figuras bidimensionales, de forma pasiva y contemplativa, el alumno se limita a repetir el ejercicio propuesto por el docente sin ir más allá; quedándose en dar respuestas a algún ejercicio sin lograr vivenciarlo o asimilarlo con otros saberes y otras áreas del conocimiento. Por lo tanto, hay que entender que deben surgir cambios en la institución, que lleven a transformar los procesos de enseñanza aprendizaje que se han venido repitiendo por mucho tiempo.

Revisando los planes de área de la Institución Educativa de los últimos años, desde la primaria, se evidencia que se enfatizan en el pensamiento numérico como la enseñanza por contenidos; y muchas veces, la geometría es relegada a un segundo plano. En nuestra Institución Educativa, los grados de primaria son atendidos por docentes que enseñan en un solo grupo por año, todas las materias que hacen parte del currículo para ese grado, lo cual tiene efectos adversos en algunos

aprendizajes de los estudiantes, tales como afectar los aprendizajes de las matemáticas y la geometría

Las prácticas de enseñanza aprendizaje deben de ser asumidas con mucha responsabilidad, el docente debe estar siempre en la búsqueda de lograr los aprendizajes adecuados de los estudiantes. En el caso de este trabajo investigativo, se plantea mejorar estas prácticas en búsqueda del desarrollo del pensamiento espacial. Según García & López, (2008), el docente debe reflexionar acerca de la riqueza que gira alrededor de la enseñanza de la Geometría, su tratamiento en el salón de clases no es sólo la transmisión de los contenidos geométricos, sino que se debe adentrar al alumno en todo un mundo de experiencias, en el conocimiento del espacio que percibe y en las formas de pensamiento propias de la Geometría.

Cuando pensamos en la percepción de nuestro contexto, nos damos cuenta que está compuesto de muchas formas geométricas, espacios y lugares. Estas formas se reconocen por sus diferentes estructuras antrópicas o perfiles naturales, según (Moya, 2011), estos sirven de hitos en urbanismo y arquitectura, ya que son referencias de algún sitio o lugar; quedando como información almacenada en la memoria visual y sirven para ubicar un lugar o un objeto en un espacio determinado,

Así mismo, reflexionando sobre la enseñanza de la geometría en nuestro país, Gil & de Guzmán (1998) afirman que la geometría se ha visto avocada a cambios de acuerdo a los diferentes modelos que han surgido en la enseñanza de las matemáticas desde los años 40, modelos que se verán más adelante en esta investigación. En los años 60, se enfatizó en el rigor lógico, lo que fue en contra del pensamiento espacial y la geometría elemental. A pesar de los cambios de modelos que se han vivido, la geometría aún no logra recuperar el lugar que le corresponde, esto un proceso de transformación lento, mediante la formación y capacitación para los nuevos docentes.

Las prácticas pedagógicas terminan repercutiendo en los resultados de las pruebas saber de los diferentes grados de la Institución Educativa. Al revisar el índice sintético de calidad, se pudo evidenciar la necesidad de establecer estrategias didácticas que permitan al estudiante mejorar sus resultados en estas pruebas, enfatizar en la geometría y el desarrollo del pensamiento espacial y reflexionar sobre los cambios que se tienen que dar en las prácticas de enseñanza-aprendizaje en el aula de clases.

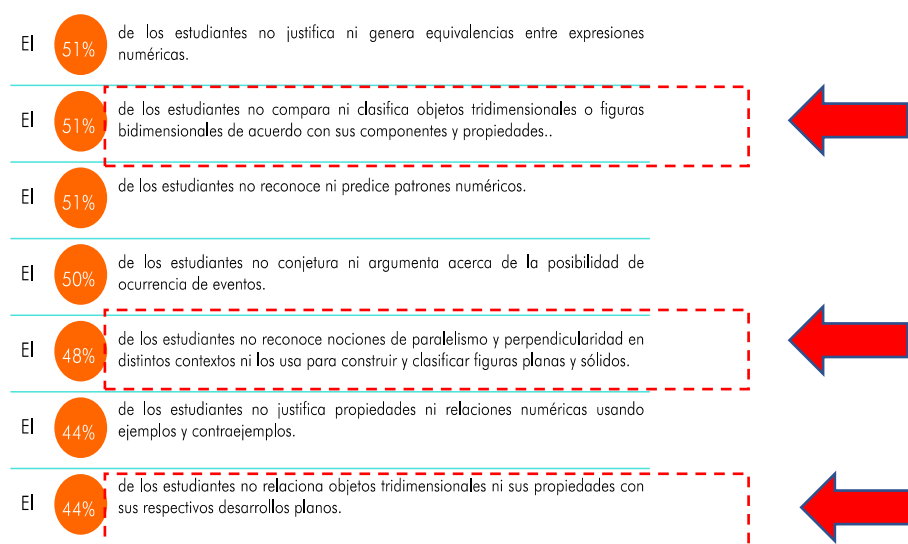
1.2 Índice sintético de calidad – Pruebas Saber

El presente trabajo investigativo se va a realizar con estudiantes del grado 6°, por lo cual es relevante observar el resultado que estos estudiantes obtuvieron en las pruebas Saber de 5° (2016). Para esto se muestran las siguientes gráficas, las cuales serán base para un primer diagnóstico de los desempeños evidenciados por estos estudiantes, respecto al área de matemáticas, más concretamente en lo que tiene que ver con el pensamiento espacial:

Gráfica 1. Presentación institucional, Pruebas Saber 2016.

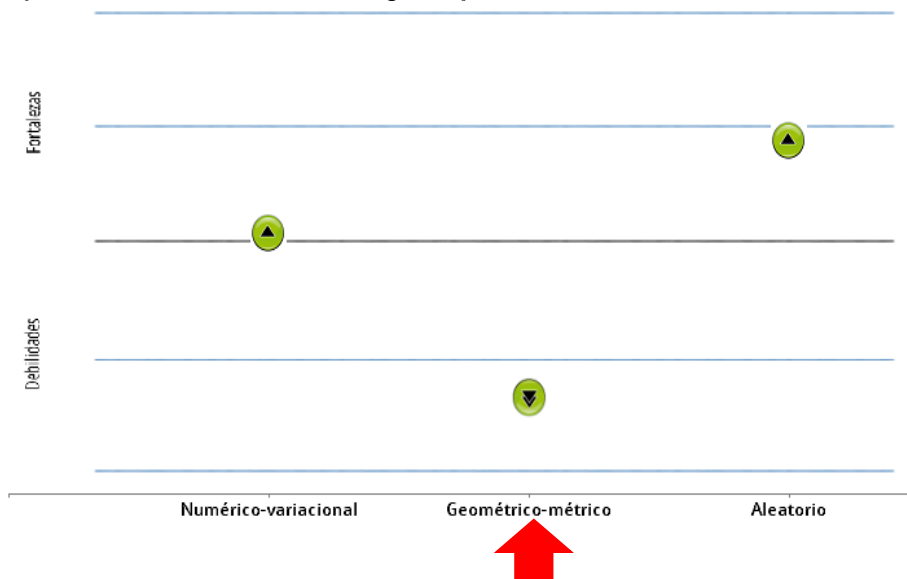
Resultados 2016	
Publicación de resultados Saber 3°, 5° y 9°	
USTED SELECCIONÓ EL SIGUIENTE ESTABLECIMIENTO EDUCATIVO	
Establecimiento educativo	IE ALFONSO LOPEZ PUMAREJO
Código DANE	276364000460
Dirección	CORREG DE POTRERITO
Municipio - Departamento	Jamundí-Valle Del Cauca
Sector	Oficial
Zona	Rural
Nivel socioeconómico	2

Gráfica 2. Análisis- matemáticas 5°, índice sintético de calidad 2016.



Gráfica 3. Análisis- desempeños matemáticas 5°, Pruebas Saber 2016.

3.2. Componentes evaluados. Matemáticas - grado quinto



Lectura de resultados

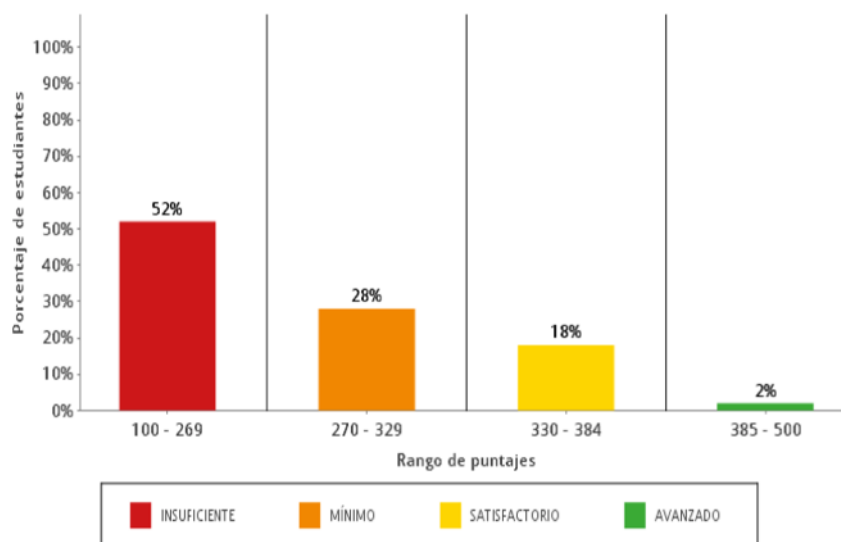
En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Fuerte en el componente Numérico-variacional
- Muy débil en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación
- Fuerte en el componente Aleatorio

Gráfica 4. Análisis- desempeños matemáticas 5°, Pruebas Saber 2016.

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. Matemáticas - grado quinto

1.1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo. Matemáticas - grado quinto



Teniendo en cuenta los resultados mostrados en la gráfica 2, obtenidos del análisis realizado por el MEN en el índice sintético de calidad (2016), se muestran los siguientes resultados en lo que tiene que ver con el pensamiento espacial:

- El 51% de los estudiantes no compara ni clasifica objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes o necesidades.
- El 48% de los estudiantes no reconoce nociones de paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos ni los usa para construir figuras planas y sólidas.
- El 44% de estudiantes no relaciona objetos tridimensionales ni sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.

Revisando estos porcentajes, vemos cómo tres desempeños insatisfactorios hacen parte del pensamiento espacial; así mismo, las gráficas 3 y 4, muestran como el 52% de los alumnos se encuentra en un nivel insuficiente en matemáticas, y el componente Geométrico – métrico, presenta debilidades. Por esta razón, se insiste en este trabajo de investigación en la importancia de la enseñanza de la geometría, la cual, según Gil & de Guzmán (1998), debe estar dirigida a fortalecer el conocimiento y el desarrollo de habilidades cognitivas que le permitan al estudiante la solución de problemas cotidianos, mediante el conocimiento de las formas y las relaciones espaciales del mundo que les rodea.

A raíz de lo planteado anteriormente, se pretende recobrar la importancia de la geometría desde el currículo de matemáticas, enfocándola en prácticas didácticas y cooperativas, que lleven a lograr aprendizajes significativos en los estudiantes. Para esto, se debe partir del uso de diferentes herramientas didácticas, que ayuden al estudiante a pasar de la teoría de las figuras geométricas bidimensionales a la interpretación mediante la visualización de las formas tridimensionales, ejercicio que le ayuda al estudiante mediante aprendizajes de geometría, a comprender el mundo que le rodea.

En el desarrollo de esta investigación, se plantea la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las características de situaciones didácticas, basadas en la visualización del cubo como objeto matemático, y el uso del software Cubos & cubos, que promuevan las representaciones de objetos tridimensionales en los alumnos de 6°1 de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí (V)?

2. JUSTIFICACIÓN

Se plantea en el siguiente trabajo, la búsqueda de la renovación en la enseñanza de la geometría; buscar otros caminos que permitan volverla más atractiva al estudiante y así mismo mejorar los aprendizajes que lo lleven a desenvolverse en su contexto y a responder con las exigencias de evaluación de las pruebas externas.

El pensamiento espacial está incluido en gran porcentaje desde los primeros DBA¹ (Derechos Básicos de Aprendizajes, 2015) de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional. Para el grado 6°, siete de los dieciocho puntos tomados como referencia a alcanzar, se refieren a temas del pensamiento espacial.

Dada la relevancia del pensamiento espacial en los DBA de matemáticas, se puede notar que al MEN le interesa que estos sean tenidos en cuenta, ya que se está presentando algún grado de dificultad en este pensamiento, por los estudiantes de secundaria en nuestro país.

En un comunicado de prensa de la página del Ministerio de Educación, fechado el 30 de junio de 2015, la ministra de educación Gina Parody, refiriéndose a los DBA, reitero que:

Esto, junto al trabajo de los docentes del país, permitirá cambiar algunos resultados. Por ejemplo, según las Pruebas Saber de 2014, casi el 50% de nuestros estudiantes de 3° de primaria se encuentran en los niveles mínimo e insuficiente en lenguaje y matemáticas, un número que crece a medida que aumentan los años de escolaridad. En 9° el 73% están en los niveles más bajos para matemáticas.

Para mejorar las prácticas de enseñanza- aprendizaje, en este trabajo de investigación, se proponen las situaciones didácticas, partiendo de la visualización de formas geométricas, para llegar a una representación acertada de objetos tridimensionales. Se quiere enfatizar que, mediante

¹ DBA (Derechos básicos de Aprendizaje), Ministerio de educación 2015.

propuestas didácticas, el niño logre aprendizajes significativos, mediante su interrelación social y el uso de nuevos medios, que lo involucren de forma activa, animándolo a la construcción de sus propios aprendizajes.

Así mismo, desde la relevancia social, según Moya (2011), cuando el estudiante llega a representar objetos tridimensionales, aprende a entender su contexto, ya que este está compuesto de objetos y formas tridimensionales como se había mencionado anteriormente; esto ayuda al individuo a moverse en él y a lograr una ubicación acertada en un lugar determinado

Poe su parte, se plantea en este trabajo de investigación, la utilidad metodológica de las situaciones didácticas para llevar a los estudiantes a lograr representaciones acertadas de las formas tridimensionales. Para esto hay que dirigir los procesos de enseñanza aprendizaje a ejercicios que se salgan de la cotidianidad del aula en la enseñanza de la geometría. Se propone involucrar técnicas del dibujo como el de las representaciones isométricas y la utilización de nuevas tecnologías con el manejo del software cubos & cubos.

Este software puede ser tomado como un reto que moviliza al estudiante. Tal como plantea Torres (2000), jugar le sirve al niño para aprender de forma integral. Así mismo, al interrelacionarlo con el uso del dibujo isométrico, el cual es usado con frecuencia en las preguntas de las pruebas Saber, se llega a la integración de varias áreas; tanto de conceptos tecnológicos, artísticos y matemáticos. Se pretende con este trabajo de investigación que esta interrelación debe ser institucionalizada y aparecer como parte del currículo de geometría.

3. VIABILIDAD

3.1 Magnitud

El ejercicio de la secuencia didáctica se va a implementar con el grado 6°-1 de la institución educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí, el cual cuenta con treinta y dos (32) estudiantes, además de replicarse en los otros dos (2) salones de 6°.

El salón de 6°1 cuenta con estudiantes con una edad promedio de 11 años, de los cuales 16 son mujeres (50%), y 16 son hombres (50%).

La totalidad de estudiantes en la sede central es de cuatrocientos (400) estudiantes. Por lo tanto, el proyecto está dirigido al 8 % de los estudiantes de secundaria.

3.2 Tendencias del problema:

Este proyecto se va a realizar en un principio por los estudiantes de 6°; si el ejercicio termina siendo favorable en sus aprendizajes, a mediano plazo, en cinco (5) años, será realizado por el 100% de los estudiantes de la institución.

La idea es que el proyecto se ajuste a medida que se detecte que ha sido provechoso a los alumnos en sus aprendizajes, además se debe ir mejorando cualquier falencia encontrada en su ejecución e ir teniendo en cuenta cualquier innovación que se pueda implementar año lectivo, tras año lectivo.

3.3 Impacto del problema:

Este proyecto va a favorecer a los 32 estudiantes del grado 6°1 de la Institución Educativa Alfonso López, con los cuales se pretende mejorar el ejercicio de visualización de figuras geométricas, para poder desarrollar las representaciones acertadas de figuras tridimensionales y así mejorar sus aprendizajes en el pensamiento espacial.

En las situaciones didácticas, se va a presentar transversalización con tres (3) áreas, como la geometría, el arte y la tecnología. Los aprendizajes a lograr están enfocados a que el estudiante

aprenda a reconocer su contexto; por ende, le servirán para la vida misma, además de mejorar su desempeño en las pruebas externas que presente para su evaluación como estudiante.

3.4 Factibilidad del problema:

○ **Recursos humanos**

- 1 profesor de geometría de los grados 6°
- 32 estudiantes del grado 6°1

○ **Materiales**

- Video beam
- Marcadores
- 16 portátiles con el software cubos & cubos
- Papel milimetrado.
- Escuadras y reglas T.
- Lápices HB y 2H
- Figuras tridimensionales de cartón paja.

○ **Infraestructura**

- Salón Múltiple de la institución educativa Alfonso López Pumarejo.
- 16 mesas para trabajar con los portátiles por grupos de 2 personas.
- 32 sillas para los alumnos.
- Tablero.

- **Recursos temporales**

- La actividad se demorará de 7 a 8 secciones de 2 horas.

- **Recursos económicos**

- \$ 50.000 material figuras tridimensionales.
- Total: \$ 850.000.

- **Consideraciones éticas**

- Consentimiento informado de los padres de familia de los 32 alumnos involucrados para la participación y los registros fotográficos y video que se necesiten para obtener las evidencias necesarias del desarrollo del proyecto.

3.5 Vulnerabilidad:

Los posibles inconvenientes que se pueden presentar en el desarrollo del proyecto serían los siguientes:

- Que la institución no cuente con los recursos para las mesas, ni los materiales necesarios para las figuras tridimensionales que se necesitan en el trabajo por grupos.
- Que el cronograma de préstamos de portátiles tenga algún inconveniente en cuanto a fechas y tiempos.
- No contar con los consentimientos informados de los padres para la participación de los alumnos en el proyecto.

4. OBJETIVOS

4.1 Objetivo general

Diseñar e implementar una situación didáctica que promueva la representación de formas tridimensionales mediante el dibujo isométrico y el software cubos & cubos, con los estudiantes del grado 6°1 en la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí (V).

4.2 Objetivos específicos

- Diseñar una situación didáctica utilizando el dibujo isométrico y el software cubos & cubos.
- Implementar la situación didáctica que conduzca a desarrollar las representaciones tridimensionales con los niños de 6°1 de la institución Educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí.
- Evaluar los resultados de la implementación de la situación didáctica mediante el análisis de los datos recolectados que evidencien el trabajo realizado por los estudiantes.

5. MARCO TEÓRICO

La enseñanza- aprendizaje de la geometría, en la I.E. Alfonso López Pumarejo, se sigue impartiendo con el método conductista, con el profesor al frente a sus alumnos dictando unos contenidos determinados, lo que establece una relación lineal entre quien trasmite la información y quien la recibe. Se plantea en esta investigación, cómo enseñar la geometría de forma diferente, buscando mejorar las prácticas de enseñanza que pueda enriquecer los conocimientos del contenido matemático, mediante la didáctica, ayudándole al estudiante a encontrar el sentido y el significado de lo que está aprendiendo; un propósito que involucra tanto los contenidos a enseñar como la didáctica para hacerlo.

Buscando las líneas teóricas ideales que respondan a las pretensiones de este trabajo de investigación, se retoma el texto de D' Amore (2005), en el cual se explica cómo la enseñanza en matemáticas ha partido de una herencia de las teorías realistas, las cuales toman esta ciencia como exacta, con respuestas únicas e independientes del sujeto que aprende. Este encasillamiento de las matemáticas en la teoría realista, hace pensar que los problemas que se presentan al lograr aprendizajes significativos por parte de los estudiantes deberían apuntar hacia la teoría pragmática que explica este autor, buscando el mejoramiento en los aprendizajes de la geometría en el caso de este trabajo investigativo, ya que esta se centra en las actividades didácticas del aprendizaje y tienen como protagonista principal al sujeto que aprende (Estudiante).

Esta base filosófica, al contrario de la realista, no es independiente del sujeto ni del contexto, sino que va construyendo el significado matemático dependiendo de las representaciones que logre el sujeto y así mismo del significado en un contexto específico; este significado matemático depende del uso que se le dé y al mismo tiempo este uso va condicionando su significado.

El concepto de la teoría pragmática va mostrando hacia donde debe ir la enseñanza de las matemáticas, por lo tanto, se hace necesario revisar cómo se han dado las prácticas de enseñanza- aprendizaje en nuestro país, enfatizando el papel de la geometría en el currículo de matemáticas.

5.1 Las matemáticas

Según Las matemáticas hacen parte del proceso educativo, aportando al desarrollo integral de los estudiantes para que puedan asumir los desafíos del siglo XXI. Hoy día se propone una educación matemática que favorezca aprendizajes de mayor relevancia y más duraderos que los tradicionales; superando los procedimientos y conceptos en los aprendizajes, dirigiéndose a procesos de pensamiento aplicables y útiles que lleven a mejorar los aprendizajes en los alumnos.

Según los Lineamientos curriculares del área de matemáticas, MEN (1998), mediante el aprendizaje en el área de matemáticas, los alumnos no sólo mejoran su reflexión lógica y su capacidad de pensamiento, también se hacen a unas herramientas que le sirvan para comprender la realidad, poder llegar a explicarla mediante una representación de ésta.

Siguiendo lo que dice los lineamientos curriculares de matemáticas, MEN (1998), se encuentran los antecedentes, los cuales dan una retrospectiva de lo que sucedió en nuestro país. Se han adoptado diferentes modelos a través del tiempo en la enseñanza de las matemáticas entre los que se pueden distinguir algunos modelos teóricos, partiendo desde los años 40. En esta época se empezó a desarrollar una gran labor sistematizando las matemáticas y la teoría de Bourbaki apuntó a esta sistematización. El lenguaje de la lógica matemática y la teoría de conjuntos logran reestructurar de tal forma, que seduce por su elegancia a la comunidad matemática, además de poder unificar el lenguaje de tal forma que se abolió el plural “Matemáticas” para hablar de una sola “Matemática”.

Ya para los años 60, aparece un modelo que se nombró como la “nueva matemática”, en donde se enfatiza en las estructuras abstractas, el rigor lógico es prioridad, lo cual conduce al énfasis de la teoría de conjuntos y en la instrucción del álgebra, área en la que el rigor se alcanza fácilmente; todo esto en perjuicio del pensamiento espacial y de la geometría, volviéndose común el no trabajar problemas ni actividades llamativas, siendo remplazados estos aspectos por ejercicios muy cercanos a la tautología y al reconocimiento de nombres.

La reforma hacia la “nueva matemática” quedó establecida en el decreto 1710 de 1963, quedando organizados los programas para primaria, enfocando sus objetivos hacia el conductismo, así mismo para el programa de bachillerato se expidió el decreto 080 de 1974.

Mientras la nueva matemática seguía desarrollándose, en los años 70s, se empieza un debate entre partidarios de este modelo y los “Back to basics”. Este movimiento encabezado por matemáticos reconocidos, solicitaba que se volviera a lo básico, centrado en las cuatro operaciones con números enteros, los fraccionarios y los decimales. El movimiento “Back to Basics” identificó que los niños no eran capaces de realizar operaciones entre números naturales y fraccionarios y que lo que hacían era aprender muchas palabras raras y operaciones entre conjuntos y símbolos.

En 1975 surge la renovación curricular, para lo cual, en el marco teórico del programa de matemáticas se propuso dirigir los diferentes aspectos de las matemáticas como sistemas y no como conjuntos, a esto se llamó “enfoque de sistemas”, con el cual se aproxima a diferentes aspectos de la matemáticas, la geometría, las medidas, los datos estadísticos, los números, la lógica y los conjuntos desde una óptica sistémica que los concibe como una estructura total; con sus relaciones, sus componentes y sus operaciones.

Según los Lineamientos curriculares MEN, Colombia. (1998), con este programa se dirige al maestro a diferenciar entre el sistema conceptual (que se piensa, se construye, se elabora mentalmente), entre el sistema simbólico (que se pinta, se escribe o se habla) y los sistemas concretos (de donde los alumnos pueden aprender los conceptos esperados).

Actualmente, el área de matemáticas se trabaja por pensamientos; los propuestos en los lineamientos curriculares son: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional; Este trabajo de investigación está enfocado en el desarrollo del pensamiento espacial. Acerca de este pensamiento, en los estándares básicos de competencias del MEN (2006), dice que este se entiende como el conjunto de procesos cognitivos que sirven para la construcción y el manejo de las representaciones mentales de los objetos en un espacio determinado. Para entender un poco más este concepto, a continuación, se hará una corta descripción de la geometría y el pensamiento espacial

5.1.1 Geometría y pensamiento espacial.

Según Schulmaister (2008), la geometría es la parte más concreta de las matemáticas, intuitiva y ligada a la realidad. Ha sido estudiada por más dos mil años, en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad. Los conceptos básicos de formas y de ubicación espacial se aprenden desde la infancia, esto con ayuda de los padres y de su contexto. Al construir una concepción elemental, los niños aprenden que está atrás, adelante, arriba y abajo; además van conociendo las figuras geométricas básicas como lo es el cuadrado, el círculo y el triángulo.

Ya en los procesos de enseñanza aprendizaje en la escuela, se sitúa la geometría como una herramienta que sirve para interpretar, entender y apreciar el mundo, el cual está compuesto de diferentes formas geométricas. Se establece la geometría como el medio para desarrollar el pensamiento espacial; según los Lineamientos curriculares MEN (1998), el hacer matemático se enfatizan en aspectos como:

El desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras y las interrelaciones entre ellas así como del efecto que ejercen sobre ellas las diferentes transformaciones, el reconocimiento de propiedades, las relaciones e invariantes a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones, el análisis y resolución de situaciones problema que propicien diferentes miradas desde lo analítico, desde lo sintético y lo transformacional.
(p. 17)

Así mismo, desde los lineamientos curriculares, se plantea que el poder manejar información espacial sirve para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios. Este manejo del pensamiento espacial contribuye a personas que deseen ejercer una profesión como la arquitectura, la aviación, la ingeniería, el diseño, el dibujo técnico, el desarrollo de juegos o programas con énfasis en la tridimensionalidad; para lo cual se espera que hayan desarrollado su inteligencia espacial.

A consecuencia de las nuevas matemáticas que se habían implantado en nuestro país durante los años 60, la geometría había sido dejada a un lado en los currículos de matemáticas. En los años

70 surgió el modelo denominado “enfoque de sistemas”, este propone dirigir los aspectos de las matemáticas como sistemas y no como conjuntos, permitiendo que la geometría haga parte del currículo de matemáticas.

El Ministerio de Educación, desde los lineamientos curriculares, plantea aspectos a tener en cuenta en los procesos de enseñanza – aprendizaje; así mismo, define el significado del pensamiento espacial en los sistemas geométricos de la siguiente forma:

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construye y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y diversas traducciones a representaciones materiales (Lineamientos curriculares MEN, 1998, p.37)

El aprendizaje del pensamiento espacial se debe ir complejizando, empezando simplemente con las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio, luego se hace necesario la metrización, para determinar qué tan lejos o cerca se encuentra algún objeto en el espacio, esto significa un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo.

La relevancia el estudio del pensamiento espacial, como lo plantea los Estándares básicos de competencias MEN (2006), se hace más visible cuando entendemos que es usado en diferentes áreas del conocimiento, como en el Arte, el diseño, la construcción, los deportes, las danzas, para entender fenómenos naturales y muchos otros más.

Dentro del desarrollo del pensamiento espacial, entender las formas tridimensionales se hace de vital importancia, ya que estas hacen parte del espacio que nos rodea, coexistimos con ellas, y se hace imprescindible poderlas reconocer, entender y representarlas. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia, tanto en sus lineamientos curriculares MEN (1998), como en los Derechos básicos de aprendizaje DBA (2016), proponen que, desde los últimos grados de primaria, los estudiantes empiecen a identificar las figuras en tres dimensiones, además que puedan describirlas desde diferentes posiciones y puntos de vista.

5.1.2 Pensamiento espacial y sistemas geométricos para 6° y 7°

A continuación, se muestran las competencias requeridas en los estándares del MEN (2006), las cuales tienen que ver con la pregunta de este trabajo de investigación:

- 1- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
- 2- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- 3- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geométrica.

Así mismo en las guías de los lineamientos para las aplicaciones muestrales y censal (2015), se muestran las siguientes competencias para 6° y 7°, que hacen parte de las pruebas saber con sus respectivos componentes:

5.1.3 Componentes y competencias matemáticas 6°y7°, (Geometría).

Componente: Planteamiento y resolución de problemas.

- Aplica estrategias geométricas o métricas en la solución de problemas.

Componente: Comunicación, representación y modelación.

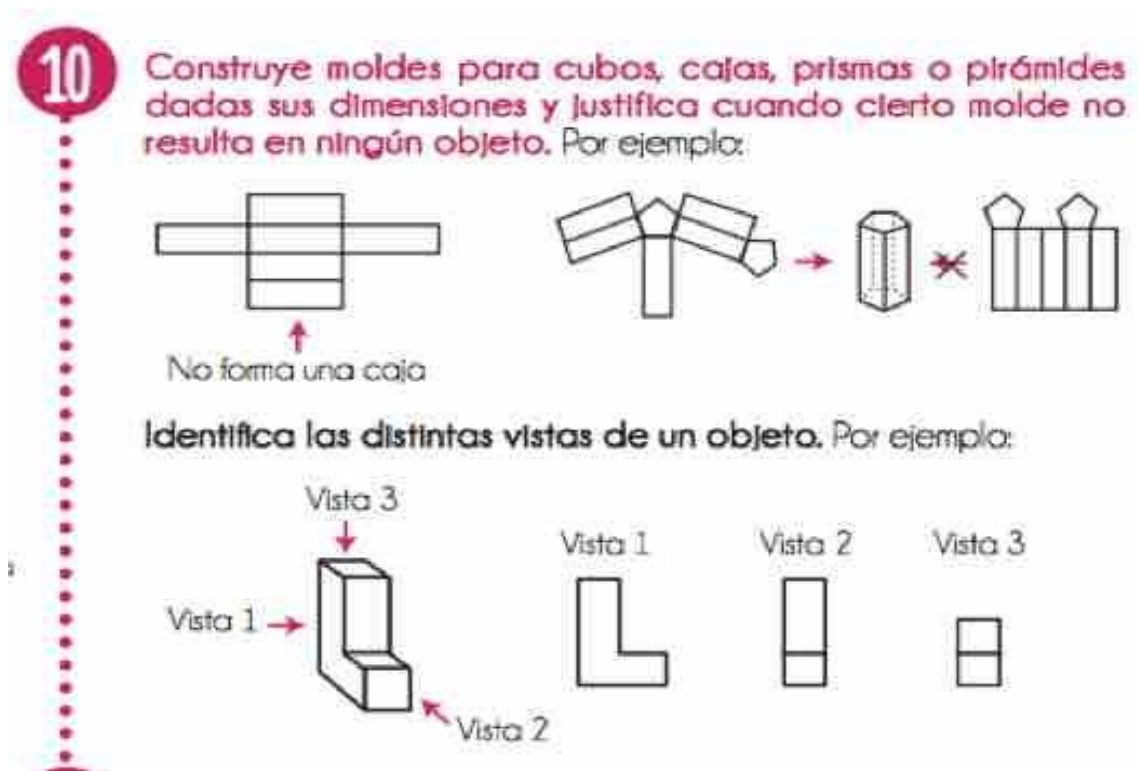
- Reconoce características de objetos geométricos y métricos.

Componente: Razonamiento y argumentación.

- Establece relaciones utilizando características métricas y geométricas de distintos tipos de figuras bidimensionales y tridimensionales.

Seguidamente se muestra un ejemplo de los Derechos Básicos de Aprendizaje en matemáticas para sexto grado (2015), sobre el pensamiento espacial y los sistemas geométricos.

Grafica 5. Ejemplo, Derechos Básicos de Aprendizaje.



Se ha estado resaltando los requerimientos acerca de las competencias por parte del Ministerio de Educación en cuanto a la geometría desde los lineamientos curriculares, las pruebas saber, los DBA y los estándares de competencias; para entender un poco qué se evalúa sobre las representaciones tridimensionales en el pensamiento espacial.

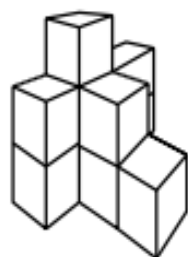
En el anexo A de este trabajo investigativo se mostrarán varios ejemplos de preguntas que se le hacen al estudiante al momento de presentar las pruebas saber, tanto en el grado 5° como del grado 9°, Icfes (2012-2015). Al mismo tiempo, estas preguntas hacen parte de las pruebas diagnóstico y prueba final que se implementaran con los estudiantes del grado 6° en este trabajo de investigación.

5.1.4 Representaciones usadas en pruebas tipo test sobre el pensamiento espacial.

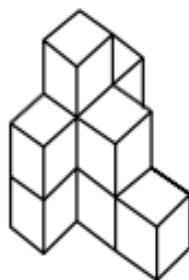
Como se puede observar tanto en el ejemplo de los DBA como en algunos ejemplos de preguntas que se hacen en las pruebas saber (Anexo A, p 150), hay presencia de dibujos planos que representan formas tridimensionales. Según Gutiérrez (1998), en geometría se utilizan las siguientes representaciones pictográficas para expresar las formas tridimensionales: los dibujos en perspectiva, las caballeras paralelas, las isometrías, las representaciones por niveles (Vistas) y las ortogonales codificadas. Para este autor, el uso de los módulos multicubos permiten trabajar fácilmente en diversidad de problemas de construcción a partir de representaciones planas de los objetos tridimensionales; estos módulos se pueden representar en las diferentes formas nombradas anteriormente. Estos son algunos gráficos que Gutiérrez muestra de la representación de los multicubos:

Grafica 6. Representaciones planas de un módulo multicubo. Gutiérrez (1998)

*Proyección
en perspectiva*



*Proyección
paralela*



*Proyección
isométrica*



Representación por niveles

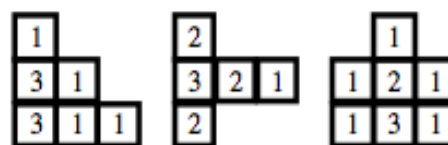


Inferior

Central

Superior

Proyección ortogonal codificada



Frente

Superior

Derecha

Los números indican cuántos cubos hay en cada línea perpendicular al observador.

Estas representaciones isométricas que normalmente son muy usadas en los test de preguntas tipos pruebas Saber o Icfes, se utilizan para evaluar el desarrollo del pensamiento espacial en la geometría. Se hace de vital importancia llegar a comprenderlas, pero el objetivo no solo se puede quedar en que solo la visualicen y traten de representarlas mentalmente; el poder construirlas ayudara a una comprensión mucho más acertada de estas.

Para algunos estudiantes enfrentarse a un problema de este tipo es un poco complejo, ya que es la primera vez que observan esa forma de representación (isometrías). Revisando el currículo institucional de matemáticas, se analiza que estas son utilizadas como parte de las evaluaciones, sin tener en cuenta que los estudiantes se les dificulta su comprensión; además de no saber cómo construir una figura de este tipo. Este tipo de construcción se enseña en algunos colegios técnicos industriales y algunas veces en el área de artes; sin ser consecuentes en el tiempo en que se enseña con los temas de geometría referentes a la representación tridimensional.

¿Cómo pedirle a un estudiante que haga una representación bidimensional de un objeto tridimensional, cuando el docente no tiene las habilidades para hacerla, ni mucho menos para enseñarla? Desde este trabajo de investigación, se considera que la comprensión y conceptualización de algún tema, se facilita más cuando el sujeto está en la posibilidad de aprender a hacer o construir eso que se le está cuestionando.

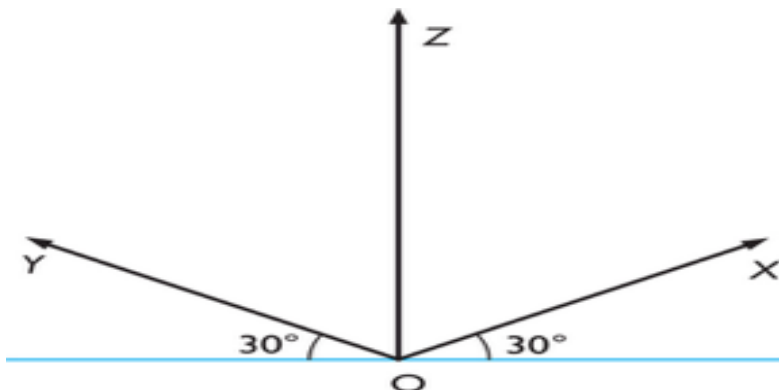
El dibujo isométrico hace parte de las representaciones usadas en las preguntas de las pruebas externas, por lo tanto, es importante que el estudiante conozca la técnica para la realización de esta clase de dibujo; el cual, se convierte en un “medio” que lleva a la comprensión de las formas tridimensionales, para esto es importante mostrar de que se trata el dibujo isométrico.

5.1.5 Isométricos

Este tipo de dibujo deriva de la axonometría, siendo su precursor el matemático inglés Reverendo William Farish (1759-1837), según Rojas et al. (2011). El termino isométrica deriva del griego “igual medida”, además deriva del prefijo “isos” que significa igual.

El isométrico es el dibujo tridimensional, el cual parte de dos ejes a 30° de una línea base que es horizontal y una línea vertical la cual parte del vértice de los otros dos ejes. Este dibujo está constituido por líneas isométricas las cuales son paralelas a cualquiera de los 3 ejes isométricos. Estos tres ejes fácilmente se podrían relacionar con un plano cartesiano, en el cual se pueden ubicar partes de una figura por coordenadas.

Grafica 7. Ejes para la construcción de una Isometría.



Para la construcción de estos dibujos es necesario el manejo de conceptos de líneas paralelas, líneas perpendiculares y de ángulos, siendo los dos primeros conceptos los que aparecen con dificultades en los resultados de las pruebas saber; por lo cual con estos ejercicios se reforzaran en los estudiantes dichos conceptos. Por otro lado, el uso de las herramientas para la construcción de las isometrías es de vital importancia, el hecho de saber medir con una regla, así como el manejo de ángulos con las escuadras, son aprendizajes que también serán reforzados a medida que se avanza en la construcción de dibujos isométricos.

En el estudio de las formas tridimensionales se hace necesario el uso de la geometría activa, se debe enfatizar sobre ejercicios activos, dejando a un lado, la simple contemplación de las figuras tridimensionales en un papel. Como lo plantean los Estándares de Matemáticas del MEN (2006), la geometría se debe dirigir al actuar sobre el espacio, hay que hacer cosas, construir, dibujar, producir y retomar de estos esquemas los elementos que le sirvan al estudiante para llegar a conceptualización y representación interna. En medio de la construcción de las isometrías, estas van permitiendo la visualización y representación de las formas tridimensionales; llegando de esta forma a la representación interna de los objetos geométricos. A continuación, se explicará el concepto de visualizar y representar.

5.1.6 Visualizar – Representar

En la pregunta de este trabajo de investigación hay varios conceptos que se requiere retomar en este marco teórico; por lo tanto, es necesario entender el proceso de visualizar y representar como intención marcada en la pregunta de investigación. Se busca que el estudiante desarrolle su pensamiento espacial logrando la representación de figuras tridimensionales, a partir de la visualización y comprensión de sólidos desde diferentes puntos de vista tanto en forma, tamaño y posición.

Al respecto, Piaget como se cita en Inhelder (2012), plantea que mediante un contacto directo con los objetos se logra su percepción, mientras que la representación de estos es una imagen, la cual termina siendo una imitación interna que se hace de esta, sin importar su ausencia o si la estamos percibiendo en ese momento.

La dificultad para representar acertadamente los objetos es un inconveniente que se nota en los estudiantes de secundaria, se les dificulta percibir o describir de forma acertada algunos elementos u objetos de su contexto. Es importante tener en cuenta la diferencia entre visión y la visualización, que, según Duval, citado por Godino et al (2011), es la siguiente:

La visión es la percepción directa de un objeto espacial, necesita exploración mediante movimientos físicos del sujeto o del objeto que se mira, porque nunca da una aprehensión completa del objeto. Por otro lado, la visualización es la representación semiótica de un objeto, una organización bidimensional de relaciones entre algunos tipos de unidades. Permite comprender sinópticamente cualquier organización como una configuración, haciendo visible lo que no es accesible a la visión. La visualización plantea al aprendizaje tres problemas: la discriminación de las características visuales relevantes; el procesamiento figural con cambios entre registros visuales (descomponer, recomponer una figura, reconfigurar) y la perspectiva; coordinación con el registro discursivo”. (p. 3)

Se puede determinar que la visualización ayuda a que el niño organice las representaciones mentales del objeto que está observando. A continuación, se mostrarán algunas maneras de cómo el individuo realiza las representaciones de diferentes formas, desde el punto de vista de diferentes teóricos de la psicología referente a este tema, según Espinosa y Colom (1990, p. 18.):

a) Todo individuo adopta una u otra estrategia representacional, según las demandas de la tarea (Rivikre, 1984)

b) Todo individuo adopta una estrategia representacional. basada en imágenes mentales (De Soto, 1965)

c) Todos los sujetos adoptan una estrategia representacional basada en descripciones verbales (Clark, 1969)

d) A medida que resuelve problemas cambia de estrategia representacional (Laird, 1972)

e) En la resolución de un mismo problema se puede variar sistemáticamente de estrategia representacional (Sternberg, 1980).

f) Los diferentes sujetos tienden a adoptar espontáneamente una determinada estrategia representacional (Egan, 1982)

Según las hipótesis mostradas anteriormente, los individuos realizan las representaciones mentales de diferentes formas, en algunos casos se refieren a la imagen mental, en otras a la representación verbal de un objeto, así mismo a la combinación de las anteriores; realizando la representación de diferentes formas, según sea el momento o la tarea que estén ejecutando.

A continuación, se referenciarán varios conceptos de visualización y representación de parte de algunos autores:

Para Encarnación Castro y Enrique Castro (citado por Villaroel et al., 2009), sostienen que:

El término visualización se emplea, por lo general, con referencia a figuras o representaciones pictóricas ya sean estas externas o internas, es decir, sobre soporte material (papel, pantalla, etc.) o en la mente. Se aprecia así que en la idea de visualización aparecen dos facetas básicas complementarias, una externa a los sujetos (con soporte material) y otra interna a los mismos sujetos (imagen mental). La noción de visualización o pensamiento visual está fuertemente ligada a la capacidad para la formación de imágenes mentales. Lo que caracteriza a una imagen mental es hacer posible la evocación de un objeto sin que él mismo esté directamente presente (p. 1)

Para Clements y Battista (citado por Uribe, 2011) la visualización es el proceso para conseguir conclusiones, estas se presentan partiendo de las representaciones de los objetos, de forma bi o tridimensional, además de las transformaciones o las relaciones que se captan mientras estos son manipulados o contruidos.

Para Cantoral y Montiel (2001) manifiesta que la visualización consiste en tener la habilidad para poder representar, comunicar, generar, reflejar y transformar información visual. Es muy usado en el medio científico y matemático. Por otro lado, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, tanto en sus lineamientos curriculares MEN (1998), como en los Derechos básicos de aprendizaje DBA (2016), proponen que, desde los últimos grados de primaria los estudiantes empiecen a visualizar las figuras en tres dimensiones para llegar a representarlas, además que puedan describir las formas tridimensionales desde diferentes posiciones y puntos de vista.

Como se explicó anteriormente, las formas más usadas para lograr estas representaciones y que son utilizadas en las pruebas estandarizadas son las formas isométricas, las cuales normalmente en sus graficas están constituidos por multicubos, como se refiere Gutiérrez (1998). Estos volúmenes geométricos nos llevan a referirnos al hexaedro, comúnmente conocido como “cubo”, el cual es una de las formas tridimensionales más básicas y fáciles de referenciar por los niños de 6°. Esta forma geométrica será retomada como el objeto matemático del cual se parte para enfocar a los niños en la solución de problemas de geometría con formas tridimensionales.

La geometría del espacio en los niños muestra problemas para su comprensión, esto puede deberse a que tiene muy poca percepción espacial. En los ejercicios de geometría se le solicita al niño que represente en el papel lo que ve en el espacio; pero no se tiene en cuenta que se le está presentando dos problemas en ese momento. Primero, realizar la representación mental del objeto o del espacio y segundo, tener que representarlo en un plano; cuando no maneja la técnica para lograrlo. El objetivo de este trabajo de investigación es que, mediante la visualización de objetos tridimensionales, el estudiante logre su representación, tanto mental como en un plano o un modelo tridimensional; para eso se cuenta con dos medios que serán utilizados en la implementación: el dibujo isométrico y el uso del software Cubos & cubos.

Para terminar de acentuar los conceptos de visualización y de su importancia en la geometría, a continuación, se referenciará un artículo que habla sobre la visualización espacial y el desarrollo del pensamiento espacial y su importancia cognitiva.

5.1.6.1 Procesos cognitivos de visualización espacial y aprendizaje

Este es un artículo que pertenece a la revista de Investigación en Educación, escrito por Álvarez (2007); aquí, el autor resalta el poco interés que se le da en la educación a las competencias sobre el pensamiento espacial y la cognición viso - espacial, enfatizando que son más utilizadas en educación para personas con necesidades especiales, el dibujo técnico y el diseño, pero poco vistas en la educación básica.

Según Álvarez (2007), hay muchas investigaciones que se han mostrado interés en la búsqueda de la realización de tareas de representaciones espaciales, nombrando algunas de ellas:

Desde la Neuropsicología, Farah (1985) y Kosslyn (1990), Han buscado la relación y localizaciones hemisférico neuronales.

Finke (1989) y Kosslyn (1990), estos investigadores han trabajado sobre la cognición espacial calculando distancias.

Tversky (1981), ha investigado sobre la orientación, trayectos y dibujos de mapas.

Just & Carpenter (1985), se han dirigido hacia las similitudes con el objeto o un hecho representado mediante imágenes mentales que parten de representaciones abstractas.

Neisser (1981), desde la interacción entre diferentes procesos cognitivos; la persona no solo recibe información, sino que se transforma al interactuar con el entorno, así mismo va construyendo diferentes categorías perceptuales cognitivas y diferentes esquemas: en diseño (textura, forma, figuras, líneas, punto); naturales (profundidad, horizontalidad, verticalidad, claroscuro); inferenciales (inversión, transformación, desmaterialización, fragmentación); relacionales(movimiento, superposición, dirección, transparencia, contraste...).

Pérez & Serrano (1998), realizaron estudios con pruebas estandarizadas que les sirvieran para valorar la visualización espacial y su desarrollo, mostrando los obstáculos en el momento de representar en dos dimensiones objetos tridimensionales; sugiriendo una educación viso – espacial, partiendo de tareas de memoria visual, rotación de figuras tridimensionales y planas, formación de figuras, perspectivas, proyecciones, desarrollo de poliedros....

Alvares (2007), plantea una organización de los procesos cognitivos de visualización espacial, partiendo de las relaciones estructurales, categorías y elementos visuales, para llegar a la

formulación de competencias disciplinares y formativas; que para el autor se puedan dar desde las artes plásticas, pero desde este trabajo investigativo se propone que se realicen de igual forma desde la geometría, la cual es evaluada en las pruebas estandarizadas que deben presentar los estudiantes cada año. El autor muestra cómo sería la organización de esos procesos cognitivos.

5.1.7.1.1 Procesos cognitivos

Alvares (2007), organiza los procesos cognitivos para alcanzar la visualización espacial, que sirvan para la elaboración curricular, estructurados en diferentes categorías:

- Dinámicos: estructuras espaciales y dinamismo de elementos: rotaciones, giros, traslaciones, simetrías, abatimientos.
- Analógicos: analogías entre estructuras espaciales y/o elementos: asociaciones, relaciones, gradaciones, agrupamientos, comparaciones, clasificaciones, seriaciones.
- Analíticos: análisis de estructuras espaciales y elementos: discriminaciones, reconocimientos, observaciones, exploraciones de características diferenciales y división en sus partes de un todo.
- Metamórficos: modificaciones de estructuras y la forma de elementos: reducciones o ampliaciones, inversiones, modificaciones, distorsiones, transformaciones.

En estas categorías están planteados los elementos de visualización espacial que se conectan con diferentes elementos del alfabeto visual: color, luminosidad, matices, línea, punto, contraste, transparencia, intersección, tangencia, proporción, paralelismo... con sus múltiples variantes.

Los aprendizajes vinculados con la cognición viso-espacial, llevan a procedimientos cognitivos que llevan a otros tipos de indagación de soluciones en diferentes tareas de la cotidianidad (medir distancias mientras se conducen vehículos, disposición de cajas o empaques en diferentes espacios, diseño de espacios en vivienda, modificación en el uso de diferentes objetos, memoria visual y reconocimiento de diferentes detalles en las apreciaciones diaria, percepción detallada en edificaciones urbanas particulares, valoración de paisajes naturales o urbanos, siendo estos algunos ejemplos del traspaso cognitivo de los aprendizajes adquiridos).

5.1.7 Objeto matemático.

En la teoría pragmática, de la cual se hizo referencia al principio de este marco teórico, se tiene en cuenta el concepto de “Objeto Matemático” de Chevallard (citado por D’Amore, 2005), para quien “Un Objeto matemático es un emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen de diferentes registros semióticos”, entre ellos registro oral y registro gestual. Aquí pierde importancia la noción de significado de un objeto (Conocimiento general matemático), y toma relevancia en la “teoría del conocimiento” de este autor, la relación del objeto con el sujeto.

De igual forma D’ Amore (2005), propone que la construcción de conceptos matemáticos depende de la capacidad de usar varios registros de representaciones semióticas para un objeto matemático y así poder llegar a la noética, así mismo plantea que el sujeto tiene la posibilidad de construir y estructurar sus aprendizajes participando en el proceso de aprendizaje de forma activa.

Para llegar a un concepto se deben presentar tres acciones, “la expresión misma de la capacidad de representar los conceptos, de tratar las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de convertir las representaciones de un registro a otro” (D’ Amore, 2005, p.33),

Las representaciones semióticas se refieren al lenguaje matemático, cómo se codifica (escribir códigos matemáticos), cómo se decodifica (leer) y cómo se traducen, así mismo, la noética es la comprensión a la que se llega después de pasar por los registros semióticos; para Duval (citado por D’Amore, 2005) “No puede existir noética sin semiótica” (p. 30)

Este trabajo de investigación direcciona la importancia de construir conocimiento en los niños que empiezan su secundaria, para esto se debe dejar a un lado el rigor con que comúnmente se enseña la geometría; al estudiante se le debe permitir acercarse al objeto matemático, manipularlo, construirlo y realizar transformaciones que lo lleven al aprendizaje de los conceptos de forma activa y eficiente.

Para llegar a comprender mejor este objeto matemático es importante conocer su significado, su fenomenología, su estructura conceptual, sus sistemas de representación, todos estos, enmarcados en el pensamiento espacial, como lo plantea D’ Amore (2005).

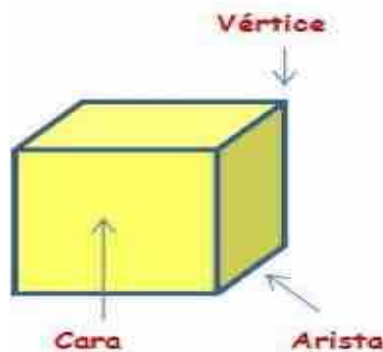
5.1.7.1 Significado del Hexaedro (Cubo).

Históricamente se conoce el cubo desde los sólidos platónicos, en la geometría se le da el significado de un cuerpo formado por seis caras que son conformadas por polígonos cuadrados, la particularidad de estos cuerpos es que todos los polígonos que conforman las caras son congruentes y están dispuestos de forma paralela y de a pares, y así mismo estas tienen cuatro lados.

5.1.7.2 Fenomenología del cubo.

En la fenomenología matemática del cubo se hace referencia a la relación de elementos que constituyen el cubo como forma tridimensional, los cuales son:

Grafica 8. Hexaedro y sus elementos que lo componen.



Vértice: Punto en que convergen 3 o más aristas de un poliedro.

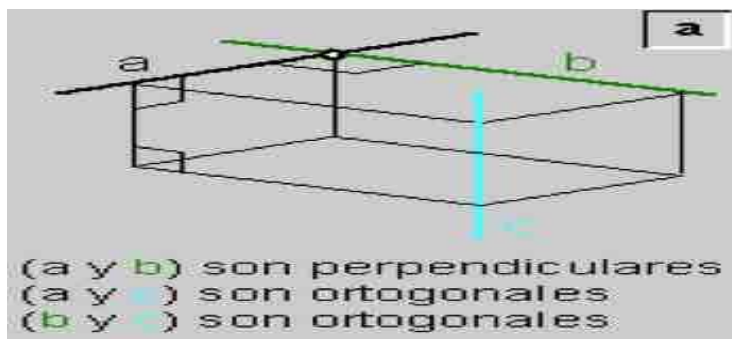
Arista: Se denomina a la línea resultante del cruce de dos superficies o planos.

Cara: Es cada uno de los polígonos que forman o limitan un poliedro.

Ejemplo: Un cuadrado que limita un hexaedro regular (cubo) es una **cara** del mismo.

En la fenomenología cotidiana se observa el cubo en muchos elementos que se manipulan diariamente, como un dado, pieza básica de un juego de mesa; hasta llegar a ser un recurso primordial para otras ciencias, como lo es en el diseño arquitectónico. La gran mayoría de espacios en que habitamos parten de una idea de perpendicularidad y ortogonalidad en los que las esquinas de estos tienen que hacer escuadra (90°) para que sean funcionales, tanto en la disposición de elementos u objetos necesarios en el diario vivir, así mismo con la coherencia que deben tener las circulaciones que faciliten el movimiento en un espacio determinado.

Grafica 9. Ortoedro, simulando un espacio.



Muchas de las edificaciones realizadas en la arquitectura retoman la forma del hexaedro, o del ortoedro; que se podría asimilar con un hexaedro alargado. Estas formas son un punto de partida en los diseños arquitectónicos, ya que es la forma más funcional que existe. Con esta forma se logra el aprovechamiento espacial, coherencia en las circulaciones y hasta facilidad para cálculo estructural de estas; al poder ser moduladas fácilmente para su ejecución de obra. En los últimos años los diseñadores han querido ir más lejos en cuanto al manejo del cubo como base de diseño, se trata de jugar con la descomposición del cubo para logara nuevas formas, hasta llegar a niveles surrealistas, con planteamientos arquitectónicos que pareciera salirse de cualquier realidad espacial y funcional.



Imagen 1. Vivienda con forma de cubo



Imagen 2. Interior de la vivienda

Como ejemplo podemos observar en las imágenes 1 y 2 la edificación realizada por el grupo de arquitectos Etelier 8000 en las montañas de Eslovaquia, en donde realizaron una construcción donde se puede observar el cubo en su gran magnitud como referente de diseño, pero saliendo de los parámetros establecidos.

5.1.7.3 Estructura conceptual del cubo.

Características del cubo.

El cubo es un hexaedro regular, es un poliedro de 6 caras congruentes, ocho vértices y 12 aristas.

1. Se puede calcular su superficie. (Área)

El área del cubo es 6 veces el área de una de sus caras.

A cubo: $6 \times \text{Área de 1 Cara}$

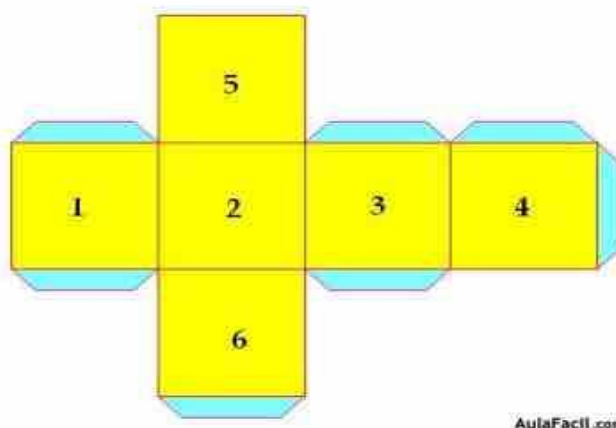
2. Se puede calcular su volumen.

El volumen de un cubo es 3 veces la medida de una de sus aristas

V cubo: Arista^3

3. El cubo se puede diagramar y construir.

Grafica 10. Desarrollo del hexaedro (cubo)



El concepto de la figura volumétrica denominada cubo se va estructurando a medida que se va entendiendo los diferentes sistemas de representación que demuestran las características y propiedades del objeto matemático.

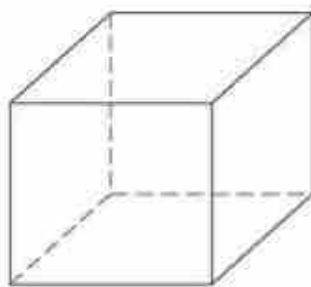
5.1.7.4 Sistemas de representación (Semiótica)

El objeto matemático no es el concepto; el objeto se encarga de representar ese concepto. Para poder llegar a la conceptualización del objeto matemático se tiene que recurrir al uso de símbolos y registros. Algunas representaciones semióticas de este objeto matemático (El Cubo) son las siguientes:

Lenguaje natural: Cubo

Lenguaje pictográfico:

Grafica 11. Representación de un cubo.



Lenguaje aritmético: Volumen: A^3

Así mismo se puede demostrar con este objeto matemático diferentes formas de tratamiento y de conversión que se pueden realizar.

5.1.7.5 Problemáticas didácticas de tratamiento.

El cubo se puede representar de las siguientes formas en el lenguaje aritmético:

a) $L \times L \times L$

b) L^3

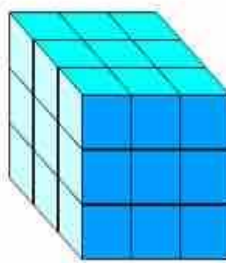
5.1.7.6 Problemáticas didácticas de conversión.

El cubo lo podemos representar de las siguientes formas y realizar la conversión de un lenguaje semiótico a otro.

a) Lenguaje aritmético $3^3 = 27$

Grafica 12. Cubo compuesto por 27 unidades cubicas.

b) Lenguaje pictográfico.



= 27 Unidades

5.1.7.7 La relación semiosis – noesis en el objeto matemático

La adquisición conceptual de un objeto matemático (Noetica) se basa en dos de sus características “fuertes”, según Duval (citado por D`Amore, 2005. p. 31)

1. El uso de registros de representación semiótica es típico del pensamiento humano.
2. La creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos es símbolo de progreso del conocimiento.

En estos dos puntos, el autor muestra cómo están ligadas la noetica y la semiótica, no puede existir la noetica sin la semiótica; al mismo tiempo la semiótica se convierte en una particularidad indispensable para llegar a la noetica. En el caso del cubo, el concepto se va acrecentando a medida que el sujeto va comprendiendo las diferentes características de este y se da cuenta que puede ser representado por diferentes lenguajes semióticos.

Partiendo de los diferentes sistemas de representación que se pueden encontrar en diferentes situaciones planteadas por el docente, el estudiante va identificando el cubo, tanto como forma geométrica, como instrumento para hallar áreas y volúmenes; se pretende que al final se vaya acentuando el concepto y se va llegando al proceso de noesis del objeto matemático.

Más adelante se plantearán los lineamientos constructivistas y los aportes desde la didáctica de la matemática, que, en el marco de este trabajo investigativo, lleven a que el niño construya los conceptos necesarios del objeto matemático. Esta relación que debe existir con el objeto matemático, está marcada en la teoría del “Viraje antropológico” de Chevallard (citado por D`Amore, 2005) la cual se enfoca en los aprendizajes del sujeto y en la relación de este y/o la institución con el objeto matemático. El contacto personal del sujeto con este objeto lleva a la construcción del significado matemático, activando diferentes registros semióticos y llegando por último al proceso de institucionalización de este objeto.

Algunos referentes teóricos tocan los temas anteriormente tratados, como el de visualización, representación, uso de las isometrías en representaciones planas y el objeto matemático, con los cuales, los estudiantes pueden realizar diferentes problemas de conversión y tratamiento. A continuación, se describirá un artículo que reflexiona sobre estos temas involucrados en el proceso de enseñanza- aprendizaje; este artículo es de la revista especializada en matemáticas “Números”, y toca directamente particularidades del problema planteado en esta investigación.

5.1.8 Artículo de investigación de referencia.

5.1.8.1 Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial

Esta investigación tiene como referencia el artículo “Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial”, de la revista Números, escrito por Godino, Fernández y Gonzato (2011). Este apunta a dos temas, como lo dice su título, de los cuales se retomará, “el desarrollo de la habilidad de visualización”; el cual es imprescindible para llegar a la representación de objetos tridimensionales, uno de los objetivos de este trabajo de investigación.

Este artículo muestra la importancia de adquirir habilidades de orientación y representación espacial, lo cual debe estar incluido en el currículo por ser de aplicación práctica y que trae connotaciones en el incremento cognitivo de los estudiantes. Los autores proponen una serie de tareas las cuales clasifican, además de describir algunos ejemplos en donde se muestra los diferentes conocimientos que participan de acuerdo al ejercicio que se realizan.

La orientación espacial y el poder visualizar objetos tridimensionales es considerado como importante y útil en la vida diaria del ser humano, por lo cual hace parte del currículo en diferentes etapas de la primaria y la secundaria. En los estándares del “National Council of Teachers of Mathematics” (NTCTM) hacen parte de su finalidad el desarrollo del pensamiento espacial y aceptar la importancia de la geometría como la forma para describir y modelar el mundo. Así mismo en el “Curriculum Focal Points”, se da importancia a los objetivos anteriormente escritos, dentro de la geometría para niños de preescolar hasta octavo grado de secundaria.

En la sección que sigue se mostrarán los tipos de tareas o situaciones, que ponen problemas en juego las habilidades de orientación y visualización espacial, por lo cual se destacará el tema de visualización por ser el cometido de esta investigación. Luego se mostrarán prototipos de diferentes situaciones y los conocimientos requeridos en las diferentes tareas. Por último, se realizará una reflexión sobre el uso de las tareas y lo que acarrearán estas en las prácticas de enseñanza - aprendizaje.

5.1.8.2 Tareas de visualización y orientación espacial

Para Godino, Fernández y Gonzato (2011), en el campo de la educación matemática se sugieren varias definiciones sobre visualización y orientación, tanto en geometría como en la aritmética y el álgebra; coincidiendo algunos conceptos, pero con nombres diferentes.

Normalmente la visualización y orientación se consideran como las habilidades vinculadas con el razonamiento espacial. El hecho de visualizar y orientar un objeto, no solo demanda la habilidad de “ver” los objetos y los espacios, si no la habilidad de reflexionar sobre ellos y sus probables representaciones, relacionando sus partes y probables transformaciones. La comunicación e interpretación de la información en forma de imagen (modelos, descripciones gráficas y relaciones espaciales) o de forma figural (lenguaje matemático, términos didácticos o expresiones) son valiosas habilidades que dirigen a la orientación espacial y a la visualización.

Diversas investigaciones según Godino et al. (2011), muestran actividades de diferentes tipos que conllevan la capacidad de visualizar y de orientación, estas son denominadas “Habilidades espaciales”, pero en estas investigaciones las actividades de las tareas no son detalladas.

Hershkowitz, Van Dormolen y Parzysz (1996), clasifican dos clases de actividades que corresponden al espacio y las formas, estas obedecen al nexo entre el observador y los objetos que son observados. El primero se denomina de relación directa, se reflexiona sobre lo que ve el observador. La segunda clase es indirecta, aquí se reflexiona cómo ve el observador; se necesitan dos sujetos, un observador que ve, y el otro que observa cómo está viendo ese observador.

Por otro lado, Salin y Berthelot (1992), resaltan tres categorías de acciones para que se tenga control de la relación del espacio sensible con el sujeto. De la siguiente forma: Fabricar o transformar objetos; encontrar, desplazar, para comunicar la posición de objetos; describir, reconocer, construir o transformar un espacio cotidiano o de desplazamiento, así mismo el poder describir y reconocer.

Según las anteriores categorías de acciones y apuntando al contexto tridimensional, se puede mostrar tres actividades importantes:

- Orientación estática del sujeto y de los objetos
- Interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales
- Orientación del sujeto en espacios reales

Según los autores mencionados, La primera actividad es una ampliación de las acciones, “encontrar, comunicar y desplazar la posición de objetos” que incide en la orientación del cuerpo de acuerdo a objetos, y la eventual ubicación de objetos. El segundo grupo de actividades se relaciona con “describir, reconocer, transformar o fabricar objetos”, Salin y Berthelot (1992), aquí se hace presente la representación (bidimensional o tridimensional) de objetos tridimensionales (representados en el plano o formas tangibles). El tercer grupo de actividades incluye las de reconocimiento, construcción, interpretación, descripción y representación de espacios reales o recorrer estos espacios.

Se destacan entre los dos últimos grupos de actividades las que tiene que ver con “interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales”, pues necesitan que el sujeto de forma discreta vaya cambiando de punto de vista así sea imaginariamente, que se ubique en una posición determinada de acuerdo al objeto a observar. También destacan las actividades en las cuales cambia el punto de vista del sujeto mientras este se desplaza continuamente “orientación del sujeto en espacio reales”, el movimiento continuo se relaciona con su visión de espacio.

Gorgorió (1998), analiza las estrategias utilizadas por niños entre los 12 y 16 años para realizar actividades que contengan rotación espacial. Una de las actividades tiene que ver con la construcción o interpretación (construcción tridimensional o dibujo), se percibe que entre los requerimientos de interpretación hay diferentes actividades que requieren identificar el objeto tridimensional después de rotarlo. Estas son las actividades que concierne a este trabajo de investigación y que se referenciaran en los siguientes ejemplos de tareas en donde el sujeto tiene que mostrar su capacidad de visualizar y de orientarse.

5.1.8.3 Tareas de interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales

En estas tareas se incluyen diferentes actividades que buscan que se reconozcan y se cambien diferentes puntos de vista (cambio de perspectiva), el sujeto tiene que rotar mentalmente los objetos, interpretar las perspectivas, además de diferentes representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales (vistas, perspectivas, ...). Además, buscan convertir una representación bidimensional en otra o más representaciones bidimensionales. Para estas actividades se requieren técnicas para la representación de un objeto tridimensional, identificándose diferentes códigos y representaciones planas en este ejercicio.

Hay muchas investigaciones que estudian métodos, conocimientos, habilidades y las dificultades que se presentan para resolver actividades que tiene que ver con perspectivas de cuerpos tridimensionales, a continuación, se mostraran algunas actividades: según Gutiérrez (1996), en el análisis de enseñanza de las representaciones planas con los módulos multicubos, se diferencia tres tipos de actividades:

- A partir de una representación bidimensional del módulo, el estudiante construye el modelo del módulo físico.
- A partir del módulo (modelo físico o presentado en perspectiva en el computador con la opción de rotarlo un poco) el estudiante tiene que dibujar varias representaciones bidimensionales.
- El estudiante relaciona dos tipos de representaciones bidimensionales del módulo, sin llegarlo a mostrar como modelo físico.

Las representaciones bidimensionales que Gutiérrez (1996) considera en esta investigación son la perspectiva, las vistas ortogonales codificadas, las vistas auxiliares ortogonales y las proyecciones isométricas.

En el trabajo de Christou, Pittalis y Mousoulides, (2009) se muestran dos actividades dirigidas a la interpretación de una representación bidimensional de un objeto tridimensional: una requiere dibujar un objeto tridimensional y estudiar las propiedades del objeto que se conservan en su representación, la otra requiere la construcción del modelo u objeto tridimensional a partir de sus vistas auxiliares.

Fischbein (1993) señala el caso del desarrollo de un cubo, en este tipo de ejercicio la colaboración entre lo conceptual y el figural solicita un trabajo especial. Esta tarea se dirige a desarrollar un cuerpo geométrico y se realiza en tres partes:

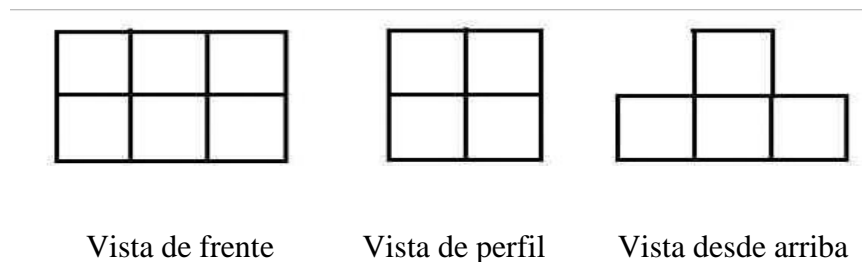
- Dibujar la imagen obtenida desarrollando un cuerpo geométrico
- Identificar el cuerpo geométrico obtenido a partir de un desarrollo plano
- Indicar en el desarrollo las aristas que se hacen corresponder cuando el objeto tridimensional sea reconstruido.

Ben-Chaim, Lappan y Houang (1988) investigan las habilidades de visualización espacial y el resultado de las directrices mediante un test de visualización espacial. Para lo cual se solicita identificar perspectivas de composiciones de cubos (torres) o las vistas ortogonales, sumando o restando cubos, mezclando dos sólidos y trabajando con la vista codificada superior. A continuación, se muestran algunos ejemplos de actividades que son muy recurrentes en algunos libros o materiales instruccionales, están clasificadas según la acción que se requiere para su solución.

5.1.8.4 Actividad 1 - Convertir representaciones

Construye una composición de cubos que tenga las vistas ilustradas en la figura, actividad planteada por Christou, Pittalis y Mousoulides, (2009)

Grafica 13. Ejemplo, Convertir representaciones. Revista Números.



- **Clasificación- Proyecciones ortogonales del objeto**

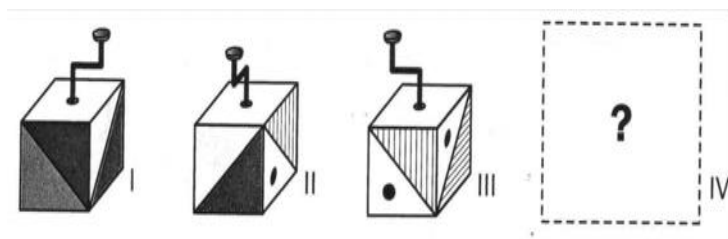
El estudiante debe conocer un lenguaje gráfico definido para lograr la interpretación de las representaciones bidimensionales del objeto, estas son las proyecciones ortogonales llamadas vistas auxiliares. Conocer las propiedades de esas representaciones (conservan el tamaño, la forma y la posición relativa de los cuerpos proyectados y dando como resultado que las caras del cubo son cuadrados mirados perpendicularmente) posibilita integrarlas y coordinarlas para la construcción del objeto tridimensional. Según Battista y Clements (1996), la coordinación entre las vistas establece un gran obstáculo en los estudiantes.

El estímulo inicial de esta situación son las representaciones bidimensionales (proyecciones ortogonales) y la respuesta es la construcción por parte del estudiante de una forma tridimensional. Si se cambia el estímulo inicial (colocando un modelo tridimensional u otro tipo de representación bidimensional), o cambiando el tipo de respuesta que se solicita, se puede llegar a nuevas y motivadoras situaciones.

5.1.8.5 Actividad 2 - Rotar objetos

¿Cuál de las imágenes de la derecha continua la serie? Actividad planteada por Ferrero (2008).

Grafica 14. Ejemplo, Rotar objetos. Revista Números



- **Clasificación- Dados que giran**

En la solución de esta situación de rotación se tiene que leer una representación bidimensional (perspectiva paralela) de un objeto tridimensional y participan los siguientes conocimientos principales:

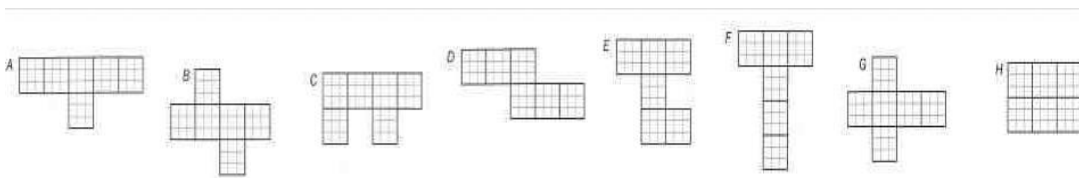
Rotación de un cuerpo alrededor de un eje, estructura del cubo, eje de rotación, y propiedades que parten de la rotación de una isometría.

Se pueden enunciar diferentes actividades de rotación, combinando algunos ejes de rotación y cambiando la respuesta solicitada (por ejemplo, de dibujo), además de cambiar la estructura del cuerpo y su forma de representación (estímulo inicial), se puede llegar a nuevas tareas de rotación. En Gorgorió (1998), encontramos buenos ejemplos de tareas de rotación, además de observar los posibles caminos para poder resolverlas. Así mismo, nombra algunos errores que muestran los estudiantes en la solución de las tareas; normalmente se confunden entre el concepto de simetría y la rotación de 180 grados.

5.1.8.6 Actividad 3 - Plegar y desplegar (desarrollos)

Escribe cuáles de estos desarrollos corresponden a un cubo, actividad planteada por Almodóvar y García (2009)

Grafica 15. Ejemplo, Plegar y desplegar, Revista Números



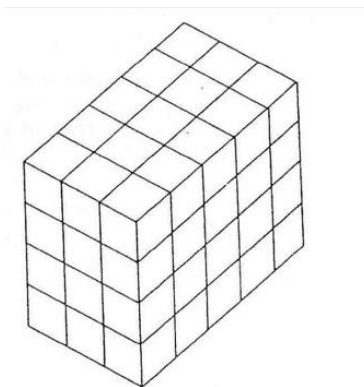
- **Clasificación - Desarrollos de cubos**

El niño debe entender qué es un desarrollo y sus propiedades con respecto al objeto geométrico, por ejemplo, el tamaño, la forma de las caras y el paralelismo de las aristas de las caras. Un obstáculo en la solución de este tipo de ejercicios es que en estas representaciones se duplican algunos elementos del objeto tridimensional. Por ejemplo, una arista del cubo puede ser representada por dos aristas en el desarrollo (a un punto del cubo le puede corresponder puntos del desarrollo). Estas aristas son las que se unen al plegar el desarrollo.

5.1.8.7 Actividad 4 - Conteo de partes

El objeto representado en la siguiente figura está formado por cubos. Supongamos que pintamos toda su superficie exterior de azul y después lo desmontamos totalmente. ¿Cuántos cubitos tendrían exactamente tres caras azules? ¿Y cuántos tendrían exactamente dos caras azules? ¿Y una cara azul? ¿Y ninguna cara azul? actividad planteada por Bishop (1983)

Grafica 16. Ejemplo, Conteo de partes, Revista Números



- **Clasificación - Conteo de cubitos**

El estudiante tiene que visualizar y realizar la representación del objeto y sus partes (los cubitos), se tiene que conocer la estructura del ortoedro y referenciar cuáles caras pertenecen al mismo cubito (vistas ortogonales de las caras de los cubitos).

Los autores hacen una recopilación final de todo el texto, en donde muestran la propuesta de clasificar las diferentes tareas, las cuales aparecen en libros de texto o en otras investigaciones. Se muestra la gran variedad de tareas como también los conocimientos que participan en su desarrollo, así mismo las dificultades que se les presenta a los estudiantes en el momento de afrontarlos.

Así mismo, plantean que estas clasificaciones de tareas deben de servir a los docentes durante la planificación de clases, los cuales deben estar dirigidos a situaciones que incorpore ejercicios físicos y de manipulación. Además, se plantea cómo se puede cambiar el estímulo inicial de una tarea; al realizar ciertos cambios que lleven a obtener diferentes aspectos durante una misma acción.

En el artículo de Godino et al. (2011) se reflexiona cómo al observar los planteamientos del programa de matemática, los temas de orientación y visualización de objetos tridimensionales y diferentes espacios, es poco empleado o formulado como actividad recreativa. Los ejercicios que se encuentran en la mayoría de textos de geometría, reflejan poco interés manejando pocos aspectos importantes de este tema; están normalmente enfocados en representaciones planas y espacios sin relacionarlos con objetos reales ni espacios conocidos.

De igual forma, termina realizando recomendaciones de cómo estos aspectos podrían manejarse interdisciplinariamente, ya que se pueden usar perfectamente en la geografía, el dibujo técnico, la educación física y no solo en el ámbito matemático.

Para finalizar la reseña del artículo de Godino et al. (2011) destaca el uso de elementos importantes en este trabajo investigativo, ya que muestra desde la referencia de varios autores, cómo se pueden clasificar diferentes tipos de actividades que puedan surgir en el diseño de situaciones didácticas, las cuales deben llevar a los aprendizajes significativos y a incentivar el desarrollo del pensamiento espacial en los alumnos. Pero se queda un poco corto cuando define que hay que utilizar diferentes tipos de representaciones, afirmando la necesidad de hacer las representaciones mediante dibujos bidimensionales, nombrando algunas como las que propone Gutiérrez (1996) pero no tiene en cuenta que dentro del currículo de matemáticas normalmente no se utiliza la realización del dibujo isométrico en la clase de geometría, tema que, en gran porcentaje los profesores de matemáticas no lo manejan.

La propuesta, en este trabajo de investigación, consiste en que el estudiante no se limite a la visualización mental de las formas tridimensionales, sino que para llegar a una representación más acertada, tenga claros los conceptos del dibujo isométrico para realizar la representación bidimensional, además de movilizar esos conocimientos con la inclusión de las TIC, dentro de las prácticas de enseñanza aprendizaje; logrando con el manejo del programa Cubos & cubos, mejorar la visualización de los objetos tridimensionales, al poder moverlos y rotarlos dentro de un espacio virtual, que redunde en la mejora de su percepción espacial real.

5.2 Didáctica de las matemáticas

Hacia los años 70' aparece en Francia el termino "Didáctica de las Matemáticas" por parte de investigadores como Yves Chevallard y Guy Brousseau entre otros. Para Brousseau (1986) esta didáctica es una ciencia que dirige a la comunicación y producción de conocimiento, mientras que Chevallard (1997) se refiere a que el objetivo de esta didáctica es dominar los fenómenos de la clase mediante la construcción de una teoría de procesos didácticos.

Para ampliar un poco el concepto se recoge los aspectos que expresa Cabanne (2006), para la cual, esta didáctica es la que estudia los procesos y fenómenos que tiene que ver con la enseñanza de las matemáticas, la autora propone la didáctica para estimular "la sorpresa matemática" en la conexión con los niños. La sorpresa debe llevar a los conceptos, demostraciones elementales, curiosidad, reflexión, interés y admiración, estos ejercicios son de tipo lúdico – característico entre niños y jóvenes, pero poco visto en las clases de matemáticas- que deben llevar a los aprendizajes, los cuales a su vez deben modificar el conocimiento.

El docente debe plantear "una situación adecuada", haciendo uso de una pregunta que promueva las distintas situaciones de aprendizaje y que tenga en cuenta los conocimientos previos; el alumno debe ir acomodando estos conocimientos a las nuevas situaciones, Brousseau (1986); ir trasformando el conocimiento como respuesta al medio se convierte en la tarea obligatoria del maestro en matemáticas.

Brousseau (citado por Cabanne, 2006), propone que se debe diseñar situaciones didácticas que movilicen el saber, partiendo de los saberes establecidos en los programas escolares. Esta propuesta se fundamenta en que el sujeto que aprende debe construir sus conocimientos por sí mismo, mediante un proceso adaptivo. Los alumnos deben aprender movilizandoo el saber, o que este aparezca al controlar y ejecutar las tácticas que emplea buscando una solución en una situación didáctica.

5.2.1 Situaciones didácticas

Que el estudiante se apropie de los saberes necesarios para dar solución a algún problema debe ser la pretensión de los docentes hoy día. Un medio para alcanzar este objetivo son las situaciones didácticas, las cuales deben diseñarse con gran cuidado, en la búsqueda de llegar a las mejoras de las prácticas educativas que lleven a los aprendizajes en los niños. Para que estas situaciones respondan a los objetivos, se retomará la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (citado por Cabanne, 2006)

Según el texto de “Iniciación al estudio de las teorías de las situaciones didácticas” de Brousseau (2007), el autor propone una construcción que lleva a la comprensión de las interacciones sociales entre el saber matemático, los docentes y los alumnos, las cuales se dan cada día en el ejercicio de enseñanza y aprendizaje en el salón de clase; estas condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden. Para que se produzca el conocimiento deseado debe existir un “medio”, el cual para el autor puede ser un juego, un problema, un ejercicio u otros más. Para que el sujeto pueda concebirlo o adoptarlo debe seguir unas reglas de interacción; la situación es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio, lo cual determina el conocimiento que se busca.

La situación es una herramienta, es un entorno del alumno, diseñado y planificado por el docente, el cual quiere enseñar un conocimiento mientras va controlando la adquisición de este. Según Cabane (2006) “el aprendizaje se logra por medio de la adaptación del sujeto que aprende al medio creado por esta situación, haya o no intervención de un docente en el trascurso del proceso. Los conocimientos se manifiestan esencialmente como instrumentos de control de las situaciones”. (p. 18)

5.2.1.1 Clasificación de las situaciones didácticas

5.2.1.1.1 Situación de acción

En una situación de acción se produce mediante acciones, decisiones o nuevas estrategias. El alumno debe actuar sobre un medio, las sucesiones de situaciones de acción llevan al estudiante aprenderse un método para llegar a una solución más eficaz.

El sujeto a medida que se enfrenta con el medio, relaciona algunas informaciones que este le va dando, de modo que pasa a una fase de retroalimentación propia, para tener en cuenta sus propias acciones futuras en la interacción con este medio.

El niño va determinando conocimientos implícitos que él se va formando a medida que se interrelaciona con el medio. Brousseau llama a eso “Modelo implícito”, el cual es un conjunto de relaciones por las cuales el alumno toma decisiones, sin llegar todavía a tener conciencia de ellas, ya que todavía no las formula.

5.2.1.1.2 Situación de formulación

En una situación de formulación se da en el trabajo colaborativo, en donde hay dos o más estudiantes trabajando en pro de conseguir un determinado resultado, la idea es poder comunicar a otro por una estrategia que se está proponiendo. El autor propone dos tipos de comunicación:

- Inmediata: Por parte de los compañeros quienes la comprenden, comparten o no.
- Mediata: Por parte del medio, en caso de ser aplicada al medio, se puede lograr o no el objetivo.

El sujeto para poder formular una idea, va logrando una terminología asociada a los conocimientos que determinan el manejo del medio. Este le exige al sujeto usar esa formulación, en donde se involucra a otro participante para lograr una cooperación y entre ambos lograr los objetivos.

5.2.1.1.3 Situación de validación

A raíz de las formulaciones planteadas anteriormente, estas conllevan procesos de corrección, esto puede que sirva para llegar algo entre los dos sujetos, pero también puede que termine en un enfrentamiento.

Se elaboran enunciados en demostraciones (Teorías), estas son razones para persuadir a otro de que cambie de punto de vista; estas serán debatidas y convenidas. No solo basta con comunicar sus razones, tiene que demostrar que lo que dice es verdadero. Cuando se encuentran con un error, es la oportunidad de que otro compañero realice su propuesta hasta llegar a la solución acertada del problema en ejecución.

5.2.1.1.4 Situación de institucionalización

A raíz de las primeras situaciones, el profesor debe dar cuenta de lo que hicieron los alumnos. Se describe lo sucedido en estas situaciones, mostrando la vinculación con el conocimiento al que se quiere llegar. Al término de este proceso, el objeto y la relación del estudiante con la utilización del medio, deben llevar al aprendizaje por parte del alumno. Así mismo el profesor debe hacer un acto de reconocimiento oficial e institucionalizar este proceso que ha funcionado.

Al igual que se explicó anteriormente en la teoría de situaciones didácticas Brousseau (2007), para entender como aprenden y que aprenden los alumnos, el autor propone la interrelación social, en donde se ven involucrados el saber matemático, los alumnos y el docente. Así mismo desde 1997, Chevallard, habla de la “Transposición didáctica”, la cual involucra tres lugares que se interrelacionan entre sí, que según el autor son: el docente, el alumno y el saber matemático. Aquí el autor propone didactizar el saber científico por parte del docente para que este pueda ser enseñado; para esto el docente debe plantearse algunos interrogantes como: ¿Qué voy a enseñar?, ¿Para que voy a enseñar esto? y ¿Cómo voy a enseñar esto?; interrogantes estos que son resueltos implícitamente en la implementación de las situaciones didácticas que se proponen más adelante.

En estas teorías se recurre a que, de forma activa, el sujeto que aprende debe relacionarse con el objeto matemático; situando estas prácticas de enseñanza aprendizaje desde las teorías constructivistas. Se analizarán las siguientes en conexión con los objetivos de esta investigación

5.2.2 Constructivismo

El Constructivismo matemático es muy coherente con la Pedagogía Activa; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos. No basta con que el maestro haya hecho las construcciones mentales; cada estudiante necesita a su vez realizarlas; en eso nada ni nadie lo puede reemplazar. (Lineamientos curriculares MEN, 1998, p. 11)

Al igual que lo mencionado anteriormente por D' Amore, Chevallard y Duval, para quienes los procesos de enseñanza aprendizaje en el constructivismo se centran en el sujeto, se resaltarán otros autores reconocidos dentro de esta corriente pedagógica, quienes muestran algunas diferencias en sus teorías, pero las cuales conducen a involucrar de forma efectiva al niño para que llegue a los aprendizajes que se pretenden en el marco de este trabajo de investigación.

5.2.2.1 Socio constructivismo (Vygotsky)

El hablar de didáctica matemática se relaciona normalmente con la visión constructivista del aprendizaje, para Vygotsky (2000), la apropiación del conocimiento se da gracias a la influencia de los contextos sociales y culturales. Para este investigador, las actividades mentales se desarrollan “naturalmente” en los estudiantes a través de varios métodos, uno de los cuales es el que él denomina “zona de desarrollo próximo”.

Este método es de suma importancia en el presente trabajo, como se verá más adelante. Con este método el sujeto tiene la oportunidad de construir sus aprendizajes, pero lo más importante es la interrelación social en esos aprendizajes; el estudiante llega a un aprendizaje más significativo cuando lo hace de forma cooperativa; el adulto (Profesor), y sus compañeros más aventajados, pueden ayudar al logro de aprendizajes que de pronto se le dificulta al sujeto por sí solo.

Para este autor, la visión constructivista de los aprendizajes se da desde una construcción social, en donde el sujeto va construyendo sus aprendizajes, pero se apoya de terceros en el momento que así lo requiere, en este momento el rol del profesor cobra fuerza, ya que es el

encargado de facilitar esas construcciones para llegar a los aprendizajes deseados. En conclusión, el estudiante llega a sus aprendizajes en interacción con otros sujetos.

En el mismo sentido que plantea Vygotsky, Orlich et al. (2009), hablan sobre el trabajo colaborativo, los autores plantean que este es un método para emplear con pequeños grupos, cada integrante va aportando alguna habilidad individual, promoviendo que el alumno se sienta bien de apoyar a un par, de integrar un grupo y de obtener buenos resultados académicos. Este aprendizaje que se logra mediante la cooperación permite lograr aptitudes verbales y sociales; ya que incentiva la comunicación entre compañeros.

La zona teoría de desarrollo próximo de Vigotsky (2000), se ve conectada a las situaciones de Formulación y de validación de Brouseeau (2007), que serán implementadas en este trabajo investigativo; en estas situaciones el sujeto va construyendo sus aprendizajes de forma colaborativa, cada integrante de un grupo tiene la oportunidad de opinar y mostrar los saberes que posee, de tal modo que va movilizando en los saberes del otro, de tal modo que entre pares y la presencia del docente se va llegando a la modificación de los conocimientos. Para esto desde el diseño de las situaciones didácticas, se debe crear el ambiente que incentive la actividad física y mental en los niños, que exista las interrelaciones sociales, la cooperación, la opinión y la reflexión; que lleve a organizar los significados y direccionar a los nuevos conocimientos. Durante el análisis que se realice de las diferentes situaciones, se tendrá en cuenta qué tanto influyó el trabajo colaborativo en la construcción de los aprendizajes.

5.2.2.2 Cognitivismo (Piaget)

La teoría del cognitivismo explica como el desarrollo cognitivo del niño se da de acuerdo al proceso de cambios de estructuras, estas se dan por el proceso de asimilación, que para el autor se trata del acceso de elementos externos al cerebro del sujeto; primero surge la acomodación, ahí se van cambiando los esquemas. Desde este punto surge el logro cognitivo, en el momento en que se logra el equilibrio entre la asimilación y la acomodación. Así, cuando el aprendizaje es asimilado y pasa por el acomodo de sus características, se da el logro cognitivo.

¿Qué se debe entender por asimilación, en la teoría piagetiana?

Este concepto, según el autor, es el proceso por el cual los nuevos conocimientos ingresan a sus esquemas mentales que ya existen, generando cambios o crecimiento cuantitativo de estos.

La propuesta de Piaget, según Villar (2003) se enfoca en que el conocimiento se da a través de la interacción entre el sujeto y la realidad en el que se desenvuelve. El individuo al actuar sobre su realidad se dirige a la construcción de las características de ésta, así mismo va estructurando su propia mente.

Este autor acepta la existencia de algunas disposiciones innatas que le permiten al niño su supervivencia a través de que puede intervenir sobre el mundo, al acoger y difundir información, siendo esto de suma importancia para adaptarse al medio.

Las capacidades internas llevan al niño a relacionarse con su realidad, a través de actividades como oler, manipular, morder, estirar, golpear entre otras. Estas acciones llevan al niño a formar esquemas mentales, permitiéndole dar significado a la realidad. De esa forma va conformando un mundo compuesto por personas y objetos y así mismo le permite anticiparse a lo que pueda ocurrir. Integra, modifica y asimila su realidad al actuar sobre ella, de esta forma se va transformando así mismo; logrando mejorar sus conocimientos y prever la forma de actuar en una situación determinada.

Los esquemas mentales que el autor habla, se relacionan con las representaciones que debe hacer el niño de los objetos tridimensionales, durante las situaciones didácticas que se plantean en este trabajo investigativo, para eso es importante conocer el planteamiento de Piaget acerca de este tema.

Inhelder & Piaget. (2012), plantean la diferencia que existe entre percepción y representación. Para los autores la primera se da cuando el niño tiene la oportunidad de coger, tocar, sentir el objeto, llegando a un contacto directo con él. El concepto de representación que plantean se dirige a lo que se imagina el niño, a lo que evoca de ese objeto cuando no lo tiene en sus manos, así mismo también ocurre cuando lo está tocando, en ese momento fuera de percibirlo, lo está representando mentalmente. De esta forma para los autores, la representación mental de una forma, o la imagen de esta, es una imitación interna de acciones que realiza el sujeto sobre el objeto.

Dentro de las situaciones didácticas en esta investigación, el niño tendrá la oportunidad acercarse al objeto matemático, a manipularlo, tocarlo y sentirlo. Estos procesos se harán presentes en las situaciones didácticas de acción, formulación y validación; ya que los ejercicios planteados

utilizan el multicubo como uno de los medios para acercarse a la noética del objeto matemático. Este punto será vital en el análisis de las situaciones didácticas, ya se debe determinar el logro en las representaciones tridimensionales, toda vez que el niño no solo lo realiza mentalmente; sino que lo va reflejando en la construcción de modelos reales y representaciones planas de los mismos.

Coll (1991), realiza una reflexión acerca las dos teorías referidas anteriormente; estas son dos corrientes diferentes, ya que mientras para Vygotsky los aprendizajes se van dando de acuerdo con su interrelación social, para Piaget, estos hacen parte de un código genético, los cuales se van transformando a medida que el sujeto interactúa con su propia realidad. Pero tienen en común que los aprendizajes se van desarrollando gracias a los procesos de construcción de ellos.

Así mismo, Brouseeau (2007), haciendo un paralelo entre Vygotsky y Piaget, plantea que, desde las dos miradas de estos teóricos, “la enseñanza se convierte, pues, en una actividad que concilia dos procesos: uno de enculturación y otro de adaptación independiente” (p.14)

5.2.2.3 Aprendizajes significativos (Ausbel)

La teoría de este autor se denomina “Aprendizaje significativo” vincula la estructura cognitiva del sujeto que aprende con un conocimiento nuevo, relacionándolos de manera sustantiva y no arbitraria. Para Ausbel, según Moreira (2000), el aprendizaje significativo es el dispositivo con que cuenta el sujeto, para acceder y guardar la información de un campo del conocimiento en particular.

Cuando se refiere a sustantiva, el autor explica que es indispensable estar pendiente del contenido y la estructura cognitiva, la idea es que hay que manejar los dos. Para determinar ideas, conceptos, procedimientos y realizar las instrucciones; es necesario realizar un análisis conceptual del contenido. La idea es relacionar los aspectos más importantes del contenido con los aspectos relevantes del sistema cognitivo del estudiante.

En síntesis, Todo lo que se tiene en el programa, los libros y material educativo es importante, por lo tanto, hay que analizar con anterioridad qué se va a enseñar. El contenido viene organizado en los programas, pero este ha de ser revisado de forma crítica pensando en el estudiante; la idea es que el aprendizaje sea psicológicamente posible.

Para Ausbel, según Moreira (2008), la forma de manipular deliberadamente la estructura cognitiva del niño, es el uso de “organizadores previos”, los cuales son materiales que sirven para realizar una introducción, estos se usan antes de entregar el material de aprendizaje. Esto con el fin de servir de enlace entre lo que ya sabe y lo que debe saber el alumno, llevando a que el nuevo material se aprenda de forma significativa, lo que el autor llama un “anclaje provisional”.

Para el autor, el aprendizaje lleva a reestructurar conceptos y esquemas que tiene incorporado el niño. El aprendizaje no se reduce en asociar memorísticamente, el aprendizaje debe ser significativo, debe llegarse a una interrelación de los nuevos conocimientos con los que posee el niño, así el concepto existente se va modificando en su estructura cognitiva.

En las situaciones didácticas, el niño tendrá una gran oportunidad de llegar a los aprendizajes significativos, el lograr que el niño participe y que se involucre en la construcción de sus propios aprendizajes, llevaran al niño al logro de los objetivos. Se pretende que vayan transformado sus conocimientos y se den cuenta la posibilidad que les da el hecho de lograr las representaciones de objetos tridimensionales, ya que esto los ayudara a entender el mundo que les rodea. Se determinará la consecución de estos aprendizajes significativos, cuando, mediante las comunicaciones que se presentan durante una situación didáctica, el niño demuestre que asimiló estos nuevos conocimientos confrontándolos a cosas reales y así mismo encuentren la relevancia a los conocimientos recién adquiridos.

Por otro lado, las situaciones didácticas enmarcan la forma de cómo se realizará la implementación con los estudiantes en este trabajo de investigación. Esto implica, como se dijo anteriormente, el uso de medios para lograr los objetivos de aprendizaje; uno de esos medios se da en la integración de la geometría con las tecnologías. Estas deben servir en la búsqueda efectiva para llegar a las representaciones tridimensionales, en este caso haciendo uso del software “cubos & cubos”, como herramienta didáctica educativa; que permite a través del mundo virtual, acercarse a los conceptos de su propia realidad.

5.3 Las TIC en el aula

Según Williamson y Kapput (1999), citados por Gamboa (2007), Hoy en día se está propagando una nueva transformación cognitiva a raíz de los ambientes informáticos en el aula, así como sucedió en su momento con el desarrollo del lenguaje y la escritura. Este mecanismo tiene ventajas en que ellos mismos contienen los algoritmos en su memoria para ejecutar diversos ejercicios y así mismo almacenar la información que se requiera.

Los procesos que realiza el ser humano con lápiz y papel, son hoy día realizados en un computador, el cual procesa la información y tiene almacenados los algoritmos necesarios para procesarla. El uso de los computadores en la educación matemática como se plantea desde los Lineamientos Curriculares MEN (1998), ha hecho más accesible e importante para los estudiantes los temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra, estas nuevas tecnologías posibilitan la ampliación del campo de investigación buscando intervenir en las estructuras cognitivas del estudiante. Así mismo dan la posibilidad de intervenir en el currículo llevándolo a mejorar significativamente.

El uso de las TIC en las prácticas de enseñanza aprendizaje que sirven para el desarrollo del pensamiento espacial, como lo plantea Gutiérrez (2005), aparecieron desde los años 80 con el software Logo, el cual es utilizado para trabajar con niños en diversas áreas, pero en el caso de la geometría se utilizó para investigar y construir polígonos. Unos años más tarde aparece el programa de geometría dinámica, denominado Cabri, en 1988. A partir de esta época se utilizan las herramientas informáticas en todos los pensamientos matemáticos y niveles educativos. Estas herramientas se caracterizan por la facilidad y rapidez con que los niños pueden construir, transformar, visualizar y medir; para realizar un sin números de ejercicios que lleven al niño a movilizar sus conocimientos.

En la búsqueda de un medio tecnológico que sirviera para utilizar en el marco de las situaciones didácticas, se plantea el uso del software Cubos & cubos, el cual se presta de forma efectiva, ya que los gráficos que utiliza son formas tridimensionales conformadas por multicubos y que parten de una representación isométrica; haciendo con esto que sea ideal, en la búsqueda de los objetivos propuestos en este trabajo investigativo.

5.3.1 El software “Cubos & cubos”

En el caso del software **Cubos & cubos**, es un programa didáctico, especialmente diseñado para el desarrollo de la geometría en los estudiantes de educación básica. Este fue desarrollado por Efraín Alberto Hoyos, y cofinanciado por el Ministerio de Educación Nacional, Colciencias, la Universidad del Quindío y la Gobernación del Quindío. Según Hoyos & Acosta (2014):

Este software educativo ofrece la posibilidad de explorar el espacio y los objetos tridimensionales de forma novedosa y totalmente interactiva. Cubos & cubos permite el desarrollo de la visualización espacial, el manejo de la perspectiva y la capacidad para calcular volúmenes de sólidos irregulares, a través de la construcción libre o guiada de sólidos únicamente con el uso de unidades cúbicas. (p.10)

Este software está compuesto de un conjunto de ejercicios, los cuales tratan temas relacionados directamente con este trabajo investigativo, entre ellos: Visualización de figuras tridimensionales, vistas auxiliares, conteo de multicubos y vistas codificadas, entre otros. En este sentido, Cubos & cubos se enmarca en la categoría de “manipulables virtuales” ya que posibilita representaciones digitales de la realidad mediante el uso de computadores y que el estudiante puede manipular (López, 2003).

5.3.2 Modelo SAMR, para los aprendizajes usando TIC

Al introducir un software en un área determinada, se debe pensar en un modelo que nos permita comprender cómo estas nuevas tecnologías llevarán a que se presenten cambios en la forma de aprender; estos se irán dando de forma lenta, mientras los estudiantes van asimilando estos nuevos procesos. Para que el docente consiga esos nuevos objetivos y entienda los procesos que se presentaran, existe el modelo **SAMR**, el cual traduce sus siglas en inglés: Substitution, Augmentation, Modification y Redefinition.

Este modelo es de Puentedura, R., citado por Carione (2015) y por López (2015), con este, el docente se puede dar cuenta en qué etapa se encuentra de la introducción de la tecnología en su aula de clase, así mismo debe planificar los procesos que lo lleven a pasar a las otras etapas que se plantean en el modelo.

Este modelo está dividido en cuatro etapas, las cuales al mismo tiempo hacen parte de dos estadios que las cobijan, ellas son:

5.3.2.1 Mejora

Sustitución:

En el momento en que se introduce la tecnología, es el nivel más bajo, se sustituye una herramienta por otra sin que aparezca algún cambio en la metodología. Ej.

- Se cambia el lápiz y papel por un procesador de datos, sin hacer uso de alguna función extra.

Aumento:

La herramienta es remplazada por otra, utilizando otras funciones que ayudan agilizar y mejorar una tarea, pero sin que haya cambios en la metodología. Ej.

- Usar la función de copiar y pegar o hacer uso del corrector ortográfico.

5.3.2.2 Transformación

Modificación:

Aparece un cambio metodológico, la tarea es rediseñada teniendo en cuenta el acceso a la tecnología. Ej.

- En la construcción de las tareas se incorpora el uso de las redes, correos electrónicos, blog, etc. De forma que se percibe un mejoramiento en el desempeño académico de los estudiantes.

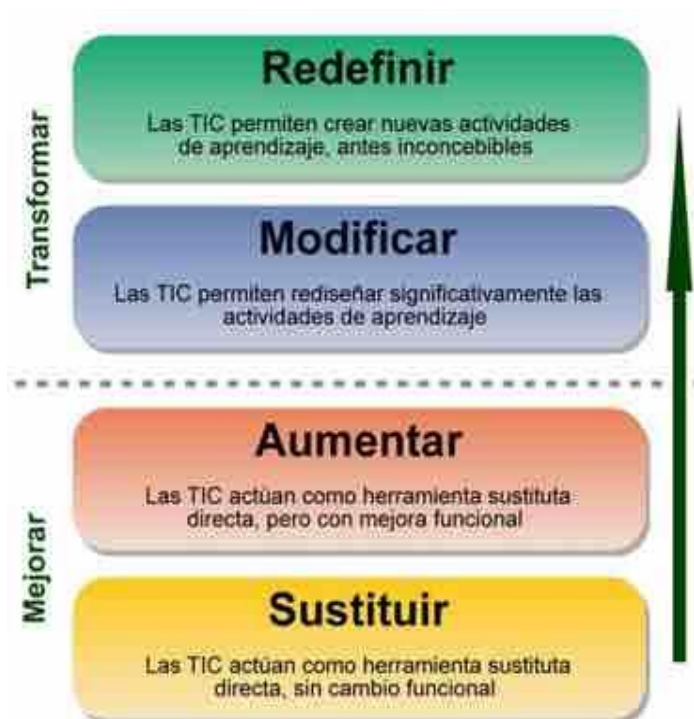
Redefinición:

Se crean nuevos ambientes de aprendizaje que incluyen actividades que sin las tecnologías no se podrían hacer. Ej.

- Los alumnos trabajan en un mismo documento desde Google Drive, lo que permite trabajar a través del internet, sin importar la distancia entre las personas que lo están elaborando.

El uso de este modelo en las situaciones que se van a realizar usando el “medio” tecnológico, Cubos & cubos, pretende llegar hasta el tercer nivel llamado de transformación (Modificar); ya que la incorporación de diversos procesos que se pueden hacer con este software, debe de culminar en el mejoramiento académico de los estudiantes; llegando a una conceptualización acertada del uso del objeto matemático y sus usos en la vida cotidiana.

Grafica 17. Diagrama modelo SAMR (López, 2015).



Para seguir entendiendo la importancia de las nuevas tecnologías en el aula de clases, como herramienta para el logro del mejoramiento cognitivo en la geometría, a continuación, se referenciará el artículo denominada “Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas”, publicado en Eduteka por López (2003).

5.3.3 Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas

Como se había nombrado anteriormente, el software, Cubos & cubos se encuentra enmarcado dentro de la categoría “Manipulables virtuales”, por permitir las representaciones digitales de la realidad mediante el uso de computadores y que el estudiante puede manipular (López, 2003). Para esto es bueno entender cuales son las categorías en las que se puede dividir los Manipulables en la enseñanza de las Matemáticas y enfatizar la categoría antes mencionada.

Para López (2003), los Manipulables que facilitan el aprendizaje en las Matemáticas pueden estar en dos categorías, las físicas y las virtuales.

5.3.3.1 Manipulables físicos

Según el autor, estos son objetos físicos o materiales del mundo real, los cuales pueden ser tocados y manipulados para experimentar con ellos diferentes conceptos Matemáticos. Normalmente son utilizados desde los primeros grados de escolaridad, con los cuales los niños empiezan a estudiar las diferentes figuras geométricas, ejemplo de ellos son: bloques y cubos para realizar operaciones de adición y sustracción u operaciones sobre pesos; Bloques de patrones, para medir, estimar, registrar y comparar.

5.3.3.2 Manipulables virtuales

Estas se definen como las distintas representaciones de la realidad en forma digital, permitidas por computadores, los cuales los estudiantes pueden manipular, en búsqueda, al igual que los manipulables anteriores, para experimentar y orientar diferentes conceptos Matemáticos. Estos son mas utilizados por los estudiantes de grados superiores, como lo plantea Spicer (2000), citada por López (2003), “Los manipulables virtuales tienen además la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar”. Algunos ejemplos de estos Manipulables son: Juegos de computador, fractales, software de visualización, representaciones tridimensionales, simulaciones y robótica.

5.3.3.3 Uso de los manipulables virtuales

Las dos categorías anteriores, permiten a los estudiantes fortalecer, construir y conectar diferentes representaciones al mismo tiempo sobre ideas Matemáticas, permitiéndole al estudiante mas variedad de problemas para pensar y resolver. Igualmente, estos Manipulables le dan objetos al estudiante para hablar y reflexionar, permitiéndoles un nuevo lenguaje para comunicar nuevas percepciones táctiles, visuales y espaciales en las Matemáticas.

Según la investigación realizadas por Heddens (1997), citado por López (2003), los manipulables virtuales permiten al estudiante pasar del nivel concreto al abstracto, aumentando sus habilidades para realizar una representación física, móvil, tangible, armable y desarmable, llevando a visualizar de manera concreta, diferentes conceptos matemáticos. Siguiendo con los planteamientos del autor, las diferentes investigaciones sobre este tema, muestran como se pueden mejorar los aprendizajes en matemáticas con el uso de las tecnologías; estas pueden llevar a cambios en lo que aprenden los estudiantes, ya que el estudiante puede llegar alcanzar dominio sobre diferentes conceptos cuando el computador les posibilita manejar simulaciones, interactividad y enlaces dinámicos. Así, el autor da un ejemplo al referirse a la tecnología que permite la utilización de diagramas dinámicos, al referirse a imágenes que pueden moverse siguiendo ordenes y comandos.

Para López, (2003), existen varios tipos de Manipulables virtuales, de los cuales a continuación se describirá el software de visualización y las representaciones tridimensionales; los cuales tiene que ver directamente con el software Cubos & cubos, utilizado en esta investigación para el mejoramiento de los aprendizajes en la Geometría.

5.3.3.4 Software de visualización

La importancia de la visualización en la enseñanza de las matemáticas se hace muy notable, como lo plantea Carrión (1998), citado por López (2003), “Visualizar un problema significa entenderlo en términos de un diagrama o de una imagen visual. La visualización en Matemáticas es un proceso en el que se forman Imágenes mentales con lápiz y papel, o con la ayuda de tecnología, y se utiliza con efectividad para el descubrimiento y comprensión de nociones Matemáticas”. Para López (2003), el software de visualización como Manipulable en los aprendizajes de las Matemáticas, contribuyen de buena forma a la Geometría y al Álgebra, enfatizando en el tema de esta investigación, en la Geometría, un software como el Cabri Geometre, origina una nueva forma de realidad virtual vinculada a los objetos de las Matemáticas, atrayendo a los estudiantes al permitirles realizar su manipulación de forma libre en la pantalla de un computador. Al final, el estudiante amplía su experiencia en cuanto a la manipulación del entorno geométrico y puede llegar a la validación de diferentes enunciados matemáticos.

5.3.3.5 Representaciones tridimensionales

Hoy día es posible la creación de Imágenes interactivas de objetos tridimensionales con el uso de los computadores, con los cuales estas se pueden cambiar de posición y rotar facilitando su estudio. López (2003) nombra la página web (<http://www.georgehart.com/>) creada por George W. Hart, en donde se pueden encontrar un gran número de poliedros virtuales manipulables. Este tipo de imágenes tridimensionales. Estas Imágenes tridimensionales han sido realizadas con la tecnología VRML (Virtual Reality Modeling Language), la cual debe ser visualizada con el uso de un computador en el cual este instalado un software que soporte archivos del tipo “wrl”. El autor da como ejemplo el programa “Alice”, el cual permite trabajar diferentes actividades, en donde los alumnos pueden manipular figuras tridimensionales como un “hipercubo”.

Teniendo en cuenta la importancia hoy día de la introducción de las nuevas tecnologías en el aula de clase, como se ha venido recalando en los últimos capítulos, se referenciará a continuación algunos apartes que tratan sobre la capacidad espacial, de la cual se habla en la investigación de maestría de Olivella (2015), la cual enfatiza el uso de las nuevas tecnologías para el desarrollo del pensamiento espacial.

5.3.4 ¿Qué es la capacidad espacial?

Para dar respuesta a esta pregunta Olivella (2015), define algunos conceptos claves en su investigación:

Inteligencia espacial: en la teoría de Inteligencia Múltiples de Gardner (2014), hace parte de una de las siete inteligencias nombradas por este autor, estas son la lógico - matemática, la musical, la lingüística, la cinético - corporal, la intrapersonal, la interpersonal y la espacial. Para Garner la inteligencia espacial surge de una combinación de diferentes habilidades, como poder diferenciar una transformación de un objeto a otro, así mismo poder construir imágenes mentales de cosas reales y poder modificarla mentalmente, esto lo define el autor como “la capacidad para formarse un modelo mental de un mundo espacial y para maniobrar y operar usando este modelo” (p.29)

Otros términos que define Olivella (2015) son:

Capacidad: aptitud que dispone una persona para realizar un buen ejercicio de algo, según la Real Academia Española (20014).

Habilidad: disposición y capacidad para realizar algo, según la Real Academia Española (20014).

Aptitud: capacidad para ejecutar una actividad de forma competente, según la Real Academia Española (20014).

Estos términos son importantes porque están estrechamente relacionados, pero no aclaran totalmente la definición de la capacidad espacial. Para esto Olivella (2015) referencia a Martín (2010), en la cual este autor aclara otras definiciones que se muestran a continuación:

Capacidad espacial: según Martín (2010) es la incorporación de destrezas, habilidades y aptitudes, entendiendo las habilidades como la predisposición que tiene todo ser humano, las cuales se adquieren por entrenamiento y aprendizajes, las destrezas son las habilidades motoras y la aptitud el potencial genético.

Aptitud espacial: según Martín (2010), es la capacidad natural que posee una persona para visualizar un objeto de forma mental, según el autor, esta capacidad contiene algún elemento hereditario o genético.

Habilidad espacial: según Martín (2010), es una capacidad que se puede enseñar, ya que se puede aportar a su desarrollo con diferentes técnicas de aprendizaje y diferentes recursos didácticos.

5.3.4.1 Aspectos educativos que se deben tener en cuenta

Como principios educativos, se parte de las reflexiones que hace Mossi (2013) sobre qué es la metodología, definiéndola como “conjunto de estrategias que se utilizan para dilucidar los distintos aspectos de la realidad que estudia la disciplina correspondiente” (p. 73), así mismo dice este autor, según Olivella (2015), que las estrategias “deben ir dirigidas a facilitar que el alumno alcance los conceptos, actitudes y técnicas deseables para alcanzar los contenidos de la disciplina” (p. 73). Al final Mossi (2013) reflexiona que el aprendizaje parte de aquello que se conoce y se va reorganizando en una estructura más compleja, llevándolo a los aprendizajes significativos, lo que nos recuerda la teoría de Ausbel, según Moreira (2008).

Mossi (2013) considera cómo se debe dar una buena enseñanza, apuntando a que las estrategias didácticas deben estar dirigidas al estudiante y su interacción con el medio sociocultural, considerando como punto importante la motivación al ser, siendo esta “la capacidad que conduce a la persona a superar y desarrollar esfuerzos para satisfacer unas necesidades” (p. 76).

Así mismo, Reinoso (2014) considera que hoy día se va en un camino de forma lenta hacia modelos de enseñanza – aprendizaje que corresponden la sociedad de información en la que transcurre nuestros días, Así para este autor, la Realidad aumentada, que es uno de los tipos de tecnología apropiados recientemente en la educación, y punto de partida de la investigación de Olivella (2015); se están volviendo un instrumento que facilita un aprendizaje ubicuo, donde las adquisiciones de conocimientos utilizando estos nuevos métodos serán vistos como procesos naturales.

6. DISEÑO METODOLÓGICO

6.1 Marco contextual

La Institución Educativa Alfonso López Pumarejo, es una Institución ubicada en el corregimiento de Potrerito, zona rural del municipio de Jamundí. La Institución está comprometida a la transformación en la búsqueda de alternativas que la reafirmen a apuntalarse como una de las mejores de Jamundí, esto se debe conseguir a medida que las prácticas educativas se vayan renovando. Apuntar a procesos de construcción colectiva del conocimiento ayudara a responder a las exigencias actuales de la educación.

La población que atiende nuestra institución es en su mayoría de estratos 1 y 2, los niños son hijos de familias que habitan el corregimiento de potrerito o fincas alrededor, las cuales se dedican a las labores del campo o la minería. Se destaca que la mayoría de estos niños que participan en la implementación de este trabajo de investigación, han cursado su primaria en alguna de las seis (6) sedes de la institución, de las cuales algunas quedan a una gran distancia de la sede principal.

De acuerdo con el diagnóstico realizado por las docentes en sus últimos grados de primaria, antes de pasarlos a 6° de básica secundaria, estos niños se caracterizan por carecer de un acompañamiento efectivo de las familias durante sus procesos de aprendizaje, destacándose también la carencia de afecto entre en algunos de estos niños, ya que en muchos casos son hijos de familias disfuncionales donde la madre es la cabeza de familia, y algunas veces los niños son criados por padrastros o abuelos.

Este poco apoyo en la participación de los aprendizajes de los estudiantes por parte de sus familias, repercuten en el poco interés que demuestran los niños en la realización de sus actividades escolares. Cuando acceden a la educación secundaria se perciben muchos vacíos en los conceptos básicos de la matemática y la geometría, lo cual también es creado por algunas prácticas pedagógicas realizadas durante la primaria.

Actualmente la institución cuenta con más de 400 estudiantes repartidos en todas las sedes, la sede principal en que se realiza la presente investigación cuenta con 13 aulas, aunque en la actualidad se construyen otras 6 aulas, que permitirá el mejoramiento del ambiente escolar en algunos grados, ya que los nuevos salones contarán con una infraestructura confortable y que cumple las normas de infraestructura del Ministerio de Educación Nacional.

6.2 Diseño de investigación

Esta investigación es no experimental, ya que no se manipula ninguna de las variables del proceso y mucho menos a los niños participantes. Se va a intervenir en los procesos de aprendizajes, pero el alumno en últimas es el que decide si hace o no lo requerido.

Los grupos de alumnos no son diferenciados en ningún momento, todos realizan los mismos pasos planificados en las situaciones didácticas, todos pertenecen a un mismo grupo, nunca fueron seleccionados para participar en el ejercicio por algún determinante.

El docente va observando y evaluando el comportamiento en el desarrollo de las representaciones tridimensionales que van consiguiendo sus alumnos, de acuerdo a los pasos acordados en un principio del ejercicio.

6.3 Tipo de investigación

La finalidad primordial de esta investigación, es desarrollar las representaciones de figuras tridimensionales en niños de 6°, los cuales tiene unas edades que oscilan entre 10 y 12 años. Para este caso se propone un tipo de investigación descriptiva, se pretende determinar las características de las situaciones didácticas y el nivel de logro por parte de un grupo de alumnos, así mismo ir viendo las situaciones y actitudes de los estudiantes al enfrentarse con estos nuevos procesos.

Los pasos durante la investigación serán los siguientes:

- Definir el objeto de estudio
- Definir el tiempo de investigación
- Delinear los pasos para conseguir los objetivos.
- Determinar los “procesos”
- Preparar el informe final.

Se realiza la descripción exacta de las actividades a realizar, luego se van identificando las relaciones entre las variables del ejercicio, para al finalizar, tabular los resultados obtenidos y poder analizarlos con cuidado; logrando extraer generalizaciones significativas del proceso.

6.4 Enfoque de la investigación

El enfoque desde el campo matemático de esta investigación es basado mediante la Heurística, ya que se manejan diferentes métodos que le ayudan al estudiante a entender la realidad, a medida que avanza en los ejercicios, va descubriendo formas de conseguir los resultados mediante la práctica y no memorísticamente; así consigue una interpretación más acertada de lo que requiere el objeto de investigación.

Mediante este ejercicio el estudiante logra una buena comprensión del espacio tridimensional que le rodea, además del desarrollar su estructura del pensamiento lógico.

6.5 Participantes

El ejercicio de la secuencia didáctica se va a implementar con el grado 6°-1 de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí, el cual cuenta con treinta (30) estudiantes. El salón de 6°1 cuenta con estudiante con una edad promedio de 11 años, de los cuales 22 son mujeres (63%), y 13 son hombres (37%).

Para la recolección de datos se tendrá en cuenta a 13 de los participantes del proceso, de los cuales se escogerán 3 como muestra en este trabajo de investigación. La composición de la muestra está dirigida a casos individuales que sean representativos por sus cualidades, teniendo como punto de partida su desempeño de estos en la primer prueba tipo test; uno con bajo desempeño, otro con desempeño intermedio y por último un estudiante con el desempeño mas alto.

6.6 Instrumentos

Son varios los instrumentos que se utilizaran durante la implementación de las situaciones didácticas con los estudiantes de 6°1 de la Institución Alfonso López Pumarejo de Jamundí. El primer instrumento a utilizar son test estilo Icfes, ya que dan la oportunidad de hacer cuestionamientos con el uso de gráficas, en este caso la idea es mostrar graficas que representen

formas tridimensionales para identificarlos desde sus vistas o, al contrario, con las vistas llegar a deducir cual es la figura que se busca; se pasará por varias clases de ejercicios, unos sencillos y otros más complejos.

Los análisis de estos resultados se valorarán según los desempeños alcanzados y serán tenidos en cuenta desde los criterios de los procesos evaluativos institucionales, que a su vez se apoyan en la escala de valoración nacional, según el MEN (2009), equivalentes a:

Desempeño bajo, desempeño básico, desempeño alto y desempeño superior.

El primer test servirá como diagnóstico, se tomará como muestra el 30 % de los participantes del grado 6^o, equivalentes a más o menos 13 estudiantes, al finalizar se determinará los tres estudiantes que estén en rangos de el mejor, uno con un promedio medio y otro con el promedio bajo de aciertos en la prueba diagnóstico.

Estos tres estudiantes serán la “muestra” y a quienes se les hará seguimiento durante todas las situaciones didácticas, esto por medio de una tabla que aparecen en los anexos desde K, hasta R, (p 173-180), retomada de ejemplos implementados por (García et al., 2013), en su libro “Competencias Matemáticas, actividad matemática de aprendizaje”, este instrumento, según el autor, muestra los procesos asociados al aspecto afectivo y tendencia de acción; lo cual en este trabajo investigativo, se direcciona hacia el seguimiento cualitativo de los estudiantes “muestra” durante el proceso de implementación de las situaciones.

El test final se realizará después de terminadas las situaciones didácticas, aquí participan los estudiantes de la primera “muestra” equivalentes al 30% del grado 6^o, para al final realizar una comparación cuantitativa de los progresos logrados después de la implementación de este trabajo investigativo.

6.7 Procedimiento

Esta investigación parte de la aplicación de una prueba diagnóstica, con test tipo Icfes, en donde los estudiantes se acercarán al objeto de investigación de forma intuitiva y mostrarán el alcance de sus saberes previos. Paso seguido se empieza con las situaciones didácticas, en donde se les hace una retroalimentación de los conceptos básicos que se necesitan para llegar a las

representaciones tridimensionales; conceptos como el de líneas paralelas, perpendiculares, toma de medidas y grados, necesarios para el acercamiento a los conceptos del dibujo isométrico.

Seguidamente se les hace la integración con las nuevas tecnologías, en donde el estudiante con el software cubos y cubos se va adentrando en el reconocimiento de las figuras tridimensionales con retos que estimulas al estudiante a llegar a una respuesta acertada. Seguido, el estudiante termina realizando dibujos isométricos sencillos, pero que acerquen esa representación a una realidad acertada. Para finalizar se la hace otra prueba test estilo icfes, en donde podrá mostrar después de implementar las situaciones didácticas, el desarrollo obtenido en las representaciones de objetos tridimensionales.

6.8 Tipo de análisis

Como se nombro anteriormente el tipo de investigación es descriptiva, durante el proceso de las situaciones didácticas se realiza el seguimiento a estas, se va observando y describiendo cómo se presentó cada una de ellas; la recolección de datos se hace de forma mixta, ya que se tiene en cuenta tanto resultados cuantitativos como cualitativos, para así, al finalizar en la parte del análisis proceder a la descripción de todos los factores que intervinieron, definiendo el alcance logrado durante la implementación de las situaciones didácticas.

Este tipo de investigación facilita el acompañamiento en los diferentes momentos que se presentan durante las diferentes situaciones didácticas, así, mientras se va dando el proceso de enseñanza-aprendizaje, se va realizando la descripción y el análisis durante todas las etapas de las situaciones; la descripción resultante durante cada momento del ejercicio permitirá junto con los instrumentos de recolección de datos, hacer un análisis más preciso de lo que se alcanzó, al final, la idea es comprender a los estudiantes, los procesos, los eventos y su contextualización.

En conclusión, el propósito del análisis es determinar si las características de las situaciones didácticas escogidas, llevan a los estudiantes a promover las representaciones tridimensionales mediante la visualización de formas geométricas y el uso del software Cubos & cubos.

Para los resultados cualitativos, el profesor mediante la observación va describiendo los diferentes momentos y llevando registros de los pormenores, enfatizando la relación de cada

estudiante con sus compañeros y el apoyo entre pares, igualmente va determinando el manejo acertado de las herramientas didácticas dispuestas; determinando al final, si mediante el trabajo colaborativo y el adecuado uso de las herramientas didácticas, los procesos de enseñanza-aprendizaje implementados, lleva a que los estudiantes logren las soluciones de los ejercicios propuestos.

El análisis de los resultados cuantitativos, parte del rendimiento obtenido por los estudiantes en los test tipo Icfes, comparando y analizando los errores y aciertos de las preguntas las cuales están relacionadas directamente con los ejercicios realizados en las situaciones didácticas. Para lograr una investigación descriptiva de forma acertada y ordenada, se definen las siguientes categorías que se tendrán en cuenta en el análisis.

6.9 Categorías de análisis.

- A. Situaciones didácticas
- B. Representación tridimensional
- C. Implementación de las TIC

6.10 Consideraciones éticas

- Los nombres de los participantes serán cambiados por códigos para conservar el derecho al anonimato de todos los participantes.
- No se obligará a ningún estudiante a participar en el proyecto.
- Se hará una socialización con los padres de familia en donde se les mostrará lo que se pretende hacer y los objetivos de este proyecto.
- Se realizarán actas para los permisos de los padres para la participación y la aparición de los niños en los diferentes registros fotográficos y videos.

6.11 Aplicación de las situaciones didácticas

En este trabajo de investigación y partiendo del marco de las situaciones didácticas, se desarrollarán 7 situaciones diferentes por parte de los alumnos participantes, las cuales aparecen en el ítem de anexos con sus respectivas consignas; paso seguido se revisarán los resultados para llegar al análisis de la aplicación de las diferentes situaciones. La propuesta pedagógica de enseñanza aprendizaje que se diseñó, está en la búsqueda del desarrollo del pensamiento espacial, mediadas por el dibujo isométrico y el uso del software Cubos & cubos, con diferentes ejercicios que promuevan las representaciones tridimensionales.

El pensamiento espacial es el eje fundamental de los siguientes ejercicios, pero hay que tener en cuenta que en la realización de los ejercicios de geometría interceden otros pensamientos matemáticos, en estos casos el numérico (manejo de números y operaciones), el métrico (para establecer medidas y magnitudes) y el variacional (Para establecer fenómenos de cambio y de variación de la vida misma).

Cuando los problemas relacionados con el pensamiento espacial hacen uso de los otros pensamientos matemáticos, así estos se van complejizando; ya que las relaciones entre los diversos procesos matemáticos deben llevar a que los aprendizajes en los estudiantes sean más significativos.

Para la realización de estas situaciones, el docente de geometría ha dado con anticipación algunos conceptos reforzando los saberes previos que deben tener los alumnos antes de la implementación de estas situaciones. En algunos casos, estos no están todavía asimilados totalmente por los estudiantes; en el desarrollo de las situaciones, los estudiantes terminaran por construir sus conocimientos, de tal forma que reestructuren sus saberes para el mejoramiento cognitivo de las matemáticas y del desarrollo del pensamiento espacial.

6.11.1 Saberes previos

- Paralelismo.
- Perpendicularidad.
- Ángulos
- Particularidades de un poliedro (Cubo).
- Potenciación. (Básico)
- Áreas de polígonos. (Básico)
- Volúmenes de cuerpos geométricos. (Básico)
- Dibujo isométrico (Básico)

7. RESULTADOS

Exceptuando la prueba diagnóstica, para la descripción de los resultados se organizaron teniendo en cuenta las categorías de análisis, las cuales son: situaciones didácticas, representaciones tridimensionales e implementación de las Tic. Después de la descripción de los resultados, se tomaron en cuenta estos para poder realizar un análisis pertinente, mostrando cómo se realizó la implementación de las situaciones didácticas, en donde se involucraron los estándares del MEN y las competencias que tienen que ver directamente con los objetivos de este trabajo de investigación.

Según Gómez (2011), el desarrollo de la geometría exige que el sujeto que aprende alcance diferentes habilidades visuales, comunicativas, de transmisión o de aplicación, representaciones mediante dibujos, reconocer las formas, entre otros, los cuales aparecen en Godino (2003), en su teoría de funciones semióticas. Esta teoría dirige a que el alumno entienda y comprendan el significado de los objetos matemáticos, además de las relaciones que se logran desde situaciones problema.

Para esta autora, con la implementación de las situaciones, se pretende llegar a los aprendizajes significativos, a los que se refiere Ausbel (citado por Moreira 2000), La idea es que, mediante la solución de problemas geométricos, el niño participe de forma activa y construya sus propios conocimientos geométricos. Para Gómez (2011), La construcción del conocimiento geométrico y la evaluación del mismo se logra a través tres pasos:

- La conceptualización: construcción de conceptos Vs aprendizaje de definiciones.
- La investigación: dotar de significación los objetos geométricos a través de la indagación de sus características, propiedades y relaciones entre ellos, es decir construir el conocimiento geométrico a partir de la investigación.
- La demostración: la elaboración de conjeturas o procedimientos que permitan convencer, probar y demostrar al otro su veracidad. (p. 23)

La competencia a tener en cuenta es la de comunicación y representación, tomadas del MEN², citado por (Gómez 2011).

Se refiere a la capacidad de identificar la coherencia de una idea respecto a los conceptos matemáticos expuestos en una situación o contexto determinado; usar diferentes tipos de representación; y describir relaciones matemáticas a partir de una tabla, una gráfica, una expresión simbólica o una situación descrita en lenguaje natural. Dentro de esta competencia también se evalúa la habilidad para manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y formulas, es decir, el uso y la interpretación del lenguaje matemático. (p.12)

Así mismo, para el MEN³ citado por (Gómez 2011), el componente geométrico métrico tiene la siguiente descripción:

Está relacionado con la construcción y manipulación de representantes de objetos bidimensionales y tridimensionales, además de sus características, relaciones y transformaciones. También se refiere a la comprensión del espacio y el plano a través de la observación de patrones y regularidades, así como al razonamiento geométrico y a la solución de problemas de medición (longitud, área, volumen capacidad, masa, tiempo, entre otras) a partir de la selección de unidades, patrones e instrumentos pertinentes. (p. 13)

De la misma forma hay que tener en cuenta los estándares con que se ha venido evaluando en las pruebas saber, a continuación, se mostrara algunos que son referentes del tema de esta investigación, y que aparecen en las tablas descritas en el texto de Gómez (2011, p. 52-53), en el cual aparece el estándar y la descripción de este:

Tabla N° 1. Estándares, Pensamiento espacial 6° y 7°

² Tomada de orientaciones para el examen de estado de la educación media ICFES SABER 11, Bogotá D.C. Julio de 2010.)

³ Tomada de orientaciones para el examen de estado de la educación media ICFES SABER 11, Bogotá D.C. Julio de 2010.)

Grado	Estándar
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Lo espacial y la geometría</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Las medidas</p> </div> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 48%;"> <p>Comparo y clasifico objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con sus propiedades y numero de lados, ángulos o caras.</p> </div> <div style="width: 48%;"> <p>Identifico los sistemas de medición de objetos y eventos y los aplico para medir tiempo, longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, amplitud.</p> </div> </div>
6° y 7°	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 48%;"> <p>Construyo y descompongo figuras planas y objetos tridimensionales para conocerlos mejor.</p> <p>Represento objetos tridimensionales en diferentes posiciones y desde distintos puntos de vista, es decir, manejo de la perspectiva.</p> </div> <div style="width: 48%;"> <p>Reconozco y uso la proporcionalidad para resolver problemas de medición.</p> <p>Construyo figuras planas y solidas con medidas establecidas y me ayudo con diferentes técnicas, herramientas o lo que tenga a la mano.</p> </div> </div>

De acuerdo a las competencias y los estándares descritos anteriormente, se realizará el análisis de los resultados de los estudiantes durante la implementación de las diferentes situaciones didácticas.



Imagen N° 3. Estudiante resolviendo el primer test diagnóstico.

En un primer momento, se mostrará los resultados de la prueba diagnóstica, luego los resultados de la prueba final, para posteriormente realizar una comparación entre las dos pruebas y determinar los cambios que se hayan presentado.

7.1 Prueba diagnóstica inicial.

Esta prueba es de tipo test, respuesta de elección múltiple, consta de 13 preguntas las cuales en su mayoría se obtuvieron de los cuadernillos de las pruebas saber que realizó el Icfes entre los años 2012 hasta el 2015. Ver anexo J. (p. 167)

Se busca evidenciar los conocimientos de los estudiantes para resolver preguntas que contengan figuras tridimensionales, en donde el objeto matemático “El cubo”, es el objeto matemático presente en estas preguntas. Así mismo, los resultados del test sirven para diagnosticar en qué nivel está el desarrollo del pensamiento espacial por parte de los estudiantes de 6^a1 de la Institución Educativa Alfonso López de Jamundí – Valle.

En la prueba diagnóstica se utilizan varios tipos de preguntas, en donde el objetivo se dirige a que el estudiante parta de sus conocimientos previos y pueda resolver planteamientos de problemas de volúmenes, cantidades, formas, representación y codificación; los cuales se presentan en las formas tridimensionales.

Para que el estudiante pueda resolver este test, se retoman los conocimientos vistos en la primaria y en el área de geometría en el primer periodo del año lectivo en curso. Algunas de estas preguntas fueron presentadas anteriormente en el marco teórico como ejemplo, remitiéndose al anexo A (p. 150), en donde se muestra las exigencias por parte del ministerio de educación y la estructura de las preguntas; la cual está dividida en su competencia, el componente y la afirmación u objetivo. En la siguiente página se muestra la tabla N° 2, en la cual se observa los resultados de la prueba diagnóstico:

Tabla N° 2. Registro prueba diagnóstica



Registro prueba diagnóstica (pensamiento espacial) mayo 2017

6º1

Institución Educativa Alfonso López Pumarejo

60% mínimo

COD. PARTICIPANTE	PREG 1	PREG 2	PREG 3	PREG 4	PREG 5	PREG 6	PREG 7	PREG 8	PREG 9	PREG 10	PREG 11	PREG 12	PREG 13	ACIERTOS	ERRORES
001	A	C	C	D	A	A	C	C	D	D	B	C	C	54%	46%
002	A	C	C	B	C	D	D	C	B	B	C	C	A	38%	62%
003	A	D	C	D	A	D	B	B	A	B	B	C	B	46%	54%
004	A	C	C	A	B	A	D	C	D	C	B	C	A	38%	62%
005	D	D	C	D	A	C	A	B	C	B	B	C	C	46%	54%
006	D	C	A	D	A	C	C	C	D	B	A	C	C	23%	77%
007	A	B	C	D	A	A	B	B	A	C	D	C	A	54%	46%
008	B	D	D	C	C	A	D	D	B	B	A	C	A	15%	85%
009	A	B	C	D	C	D	A	C	B	D	C	C	A	46%	54%
010	C	A	C	C	A	A	A	C	D	B	B	D	A	31%	69%
011	A	B	C	A	A	C	C	D	A	D	C	C	A	61%	39%
012	A	C	D	B	A	C	B	B	B	C	C	D	A	38%	62%
013	A	C	C	D	A	A	A	C	A	A	B	B	B	31%	69%
RESPUESTA	A	B	C	B	A	B	C	B	C	D	B	C	A		
ACIERTOS	69%	23%	77%	15%	69%	0%	23%	31%	8%	23%	46%	77%	62%		
ERRORES	31%	77%	23%	85%	31%	100%	77%	69%	92%	77%	54%	23%	38%		

Observando los resultados generales, se determina los desempeños del grupo “muestra” de la siguiente forma:

Tabla N° 3. Registro desempeños prueba diagnóstica.

DESEMPEÑOS			
SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
87-100%	75-86%	60-74%	1-59%
		011	001
			002
			003
			004
			005
			006
			007
			013
			009
			010
			012
			008

CODIGOS ALUMNOS

De acuerdo a los desempeños obtenidos se escogen tres estudiantes para la “muestra”, a los cuales se les realizara el seguimiento respectivo durante la implementación de las diferentes situaciones didácticas, se escogió el que tenía el porcentaje de aciertos más alto, (Cód. 011 con 61%), uno de los estudiantes con un puntaje intermedio, (Cód. 005 con 45%), y el estudiante que más dificultades mostro en esta prueba diagnóstica, (Cód. 008 con 15%).

El propósito de esta prueba era evidenciar los conocimientos de los estudiantes para resolver preguntas que contengan figuras tridimensionales, en donde el objeto matemático “El cubo”, se encuentra presente en estas preguntas. Así mismo, los resultados del test sirven para diagnosticar en qué nivel está el desarrollo del pensamiento espacial por parte de los estudiantes de 6^a1 de la Institución Educativa Alfonso López de Jamundí – Valle.

De esta prueba diagnóstica se retomarán 2 de las preguntas para realizar un corto análisis de ellas. En primera instancia se mostrará la que más acertaron los estudiantes, y luego la pregunta que más presentaron fallos en su respuesta.

La pregunta N° 3 del test, fue una de las dos que más acertaron los estudiantes en la prueba diagnóstica, con un 77% de aciertos. Esta pregunta exige que el estudiante tenga en cuenta las tres vistas auxiliares e identifique el sólido a las que pertenecen estas. Aquí el estudiante fuera del conteo de la cantidad de multicubos que conforman el sólido y las vistas, debe tener en cuenta los ejercicios realizados con anterioridad en el dibujo isométrico; para así poder lograr la visualización e interpretación acertada de la forma tridimensional. El estudiante puede encontrar rápidamente que la vista frontal le puede ayudar a escoger el sólido correspondiente, ya que esta solo hace parte de un solo sólido, y las otras dos vistas si están incluidas en los demás solidos a escoger.

La pregunta N° 6 del test, fue la única que ningún alumno pudo resolver, con un 100% de errores en la respuesta. Aquí se le exige al estudiante que determine el volumen de la forma geométrica compuesta por multicubos; partiendo de una unidad para determinar el volumen total de esta forma tridimensional. En este caso se detectó que puede tener dos (2) posibles causas por las cuales los estudiantes fallaron en su respuesta.

La primera es que los alumnos todavía no asimilan bien las diferentes representaciones semióticas que se dan, en este caso con el cubo; pueda que no tengan claro el concepto de volumen y la simbolización que se hace en la pregunta con el símbolo u^3 . Por otro lado, también puede darse el caso de que algunos alumnos no hayan sabido interpretar la forma tridimensional y terminen haciendo solo el conteo de los multicubos que son visibles.

Ya observando los resultados generales, se determina la evaluación del grupo “muestra” de la siguiente forma:

Al revisar estos desempeños se nota claramente que el resultado de la prueba diagnóstica sigue por el mismo camino de los resultados de las pruebas saber presentadas por estos estudiantes el año anterior. El porcentaje de estudiantes que no superaron el desempeño bajo, es demasiado alto,

llegando a un 92% del total de estudiantes. Por otro lado, solo un estudiante logró llegar al nivel de desempeño básico, pero tan solo con un 61% de aciertos; lo que corrobora la necesidad de la implementación de este trabajo de investigación en el grupo participante.

Ante esta situación que se presenta en este grupo acerca del componente geométrico métrico, se busca el desarrollo del pensamiento espacial en estos estudiantes. Para lograr que se de este desarrollo, es necesario la intervención de varios pensamientos matemáticos dentro de las diferentes situaciones, que acentúen y fortalezcan el desarrollo del pensamiento espacial; haciendo que los ejercicios se vayan complejizando cada vez más, como se plantea en los Estándares básicos de competencias MEN (2006).

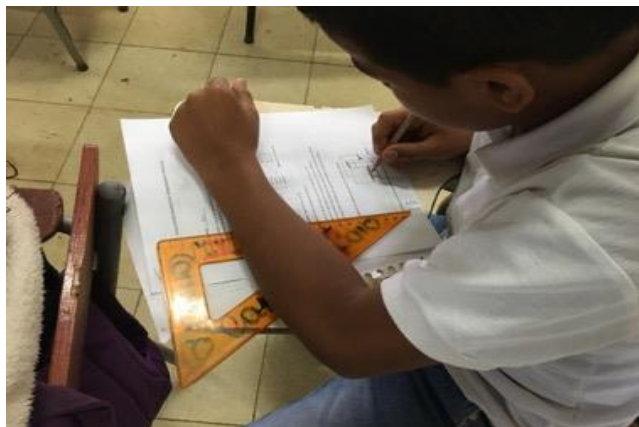


Imagen N° 4. Estudiante resolviendo el test de la prueba final.

A continuación, se muestra que pasó en la prueba final, la cual se realizó después de haberse implementado las situaciones didácticas.

7.2 Prueba final

Esta prueba es igual a la prueba diagnóstica. Esta prueba se realiza con el fin de determinar los avances en el desarrollo del pensamiento espacial y al final poder entablar una comparación entre los dos momentos, estableciendo los cambios en los aprendizajes de los alumnos de grado 6°, después de haber implementado las diferentes situaciones didácticas planteadas en este trabajo de investigación.

Recordemos que este test es de respuesta de elección múltiple, consta de 13 preguntas, las cuales en su mayoría fueron sacadas del cuadernillo de las pruebas saber que realizó el Icfes entre los años 2012 hasta el 2015. Ver anexo J. (p. 167)



Imagen N° 5. Grado de 6°1, respondiendo la prueba final.

La implementación de esta prueba, buscó demostrar que los procesos de aprendizaje de los alumnos los han conducido al logro de la representación mental de las figuras tridimensionales; de esta forma pueden enfrentar este cuestionario y dar respuesta a los problemas planteados. Los resultados están en la tabla N° 4 que se muestra en la pagina siguiente:

Tabla N° 4. Resultados prueba final.

REGISTRO PRUEBA FINAL (PENSAMIENTO ESPACIAL) SEPTIEMBRE 2017

6°1



INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALFONSO LÓPEZ PUMAREJO

60% mínimo

COD. PARTICIPANTE	PREG 1	PREG 2	PREG 3	PREG 4	PREG 5	PREG 6	PREG 7	PREG 8	PREG 9	PREG 10	PREG 11	PREG 12	PREG 13	ACIERTOS	ERRORES
001	A	B	C	B	A	C	B	B	C	D	A	C	A	77%	23%
002	A	C	C	B	A	B	C	A	C	B	B	C	D	69%	31%
003	A	B	C	B	A	D	C	B	C	D	C	C	A	85%	15%
004	D	B	C	B	A	B	C	B	C	D	B	C	A	92%	8%
005	A	B	C	D	A	A	C	B	C	C	B	C	A	77%	23%
006	A	B	C	B	D	D	A	B	C	B	D	C	A	62%	38%
007	A	B	D	B	A	B	A	B	C	C	D	C	A	54%	46%
008	A	D	C	A	A	D	C	A	C	C	C	D	A	46%	54%
009	A	B	C	B	A	C	C	B	C	D	B	C	A	92%	8%
010	A	A	C	B	A	B	D	B	C	B	C	C	A	69%	31%
011	A	B	C	B	A	B	C	B	C	D	C	C	A	92%	8%
012	A	B	C	B	A	B	C	C	C	B	B	C	A	85%	15%
013	D	B	C	D	A	B	A	A	C	D	B	C	A	77%	23%
RESPUESTA	A	B	C	B	A	B	C	B	C	D	B	C	A		
ACIERTOS	85%	77%	92%	77%	92%	54%	62%	77%	100%	46%	46%	92%	92%		
ERRORES	15%	23%	8%	23%	8%	46%	38%	23%	0%	54%	54%	8%	8%		

Observando los resultados generales, se determina la evaluación del grupo “muestra” de la siguiente forma:

Tabla N° 5. Desempeños prueba final.

DESEMPEÑOS			
SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
87-100%	75-86%	60-74%	1-59%
004	001	002	007
009	003	006	008
011	005	010	
	012		
	013		

CODIGOS ALUMNOS

La prueba final es igual a la prueba inicial; realizándose de esta forma para lograr un análisis comparativo del antes y el después de la implementación de las situaciones didácticas. Este test consta de 13 preguntas, las cuales en su mayoría están incluidas en el cuadernillo de las pruebas saber que realizó el Icfes entre los años 2012 hasta el 2015. Con esta prueba se busca demostrar el avance en el desarrollo del pensamiento espacial y los aprendizajes adquiridos sobre la representación de objetos tridimensionales en los niños del grado 6º de la Institución educativa Alfonso López Pumarejo de Jamundí valle.

Para el análisis nos remitimos a las tablas N°4 y N° 5, en donde se muestra el resultado tanto de la primer “muestra” de 13 estudiantes como los resultados individuales de los 3 estudiantes “muestra”, a los cuales se les realizó un seguimiento particular durante la implementación de las secuencias didácticas. De la prueba final se retomarán 2 de las preguntas para realizar un corto análisis de ellas. En primera instancia se mostrará la pregunta que más acertaron los estudiantes, y luego la pregunta que más presentaron fallos en su respuesta.

En la tabla N° 4, se observa, que la pregunta N° 9 del test fue la pregunta que más acertaron en la prueba final, con un 100% de aciertos. Esta pregunta exige el ejercicio de codificación y decodificación, al requerir que el estudiante localice mediante los códigos de las vistas, la cantidad de multicubos usados en el dibujo isométrico; realizando un paralelo entre cada vista y la forma tridimensional. En la prueba diagnóstico que se realizó antes de la implementación de las situaciones didácticas, el grupo había tenido un 8% de aciertos, contra un 92% de errores cometidos en esta pregunta, siendo una de las que más se les dificultó en el primer test a los estudiantes participantes.

Se muestra la importancia de los ejercicios realizados durante las situaciones didácticas, así en la situación N° 6 en su segunda etapa, los estudiantes se enfrentaron ante problemas de este tipo utilizando como medio el software Cubos & cubos. Así mismo en la situación N° 7 en sus dos etapas, trabajaron con vistas codificadas, de acuerdo a un modelo tridimensional que se estructuraba con los multicubos. Estas dos situaciones repercutieron efectivamente en los aprendizajes de los estudiantes; viéndose como resultado, el cambio tan radical del desempeño de esta pregunta en particular.

La pregunta N° 11 del test, fue la pregunta que más tuvieron inconvenientes para encontrar el resultado acertado. Los resultados en la prueba final fueron de 54% de errores, contra 46% de aciertos. Esta pregunta exige el manejo de las medidas volumétricas, relacionándolas con una representación tridimensional, al cual hay que determinar su capacidad volumétrica total.

Al comparar los desempeños de los estudiantes entre la prueba diagnóstica y la prueba final, se puede comprobar que los resultados de esta pregunta son exactamente iguales en ambas pruebas, cambiando solo los protagonistas de los aciertos en cada prueba, de tal forma que entre los seis (6) alumnos que acertaron la respuesta en ambas pruebas, solo repitieron acierto los estudiantes identificados con los códigos 004, 005 y 013, encontrándose entre estos uno de los estudiantes muestra.

Se pudo establecer en conversación con los alumnos participantes, que los números en los dibujos no eran muy legibles por la calidad de la copia, para algunos de ellos era increíble haber fallado en esta pregunta, cuando solo se trataba de sumar los volúmenes de los diferentes volúmenes que conformaban la forma tridimensional de la figura 1.

Verificando esta información, En la figura 2, la primera medida se puede confundir fácilmente con un 2 cm^3 , lo que pudo llevar a que 4 estudiantes hayan colocado la respuesta C, de 8 cm^3 . A pesar de esto el docente les recordó que si el segundo volumen medida 2 cm^3 , haciendo una comparación en el dibujo, podrían haberse dado cuenta que el otro volumen era más pequeño, y por ende la medida no era igual.

Ya observando los resultados generales, que se muestra en la tabla N° 5, el resultado en los desempeños de la prueba final por parte de los estudiantes es muy satisfactorio, al poder ubicar a 11 de los 13 estudiantes por encima del desempeño básico. Demostrando estos resultados el acierto en la implementación de las situaciones didácticas, estas mejoraron de forma sustancial los aprendizajes de los estudiantes, al punto que tres de ellos solo fallaron en una sola pregunta, quedando con un 92% de aciertos, y de los dos estudiantes que obtuvieron las notas más bajas, uno se mantuvo exactamente igual con 54% de aciertos en ambas pruebas y el otro paso de tener en la prueba diagnostico un 15% de aciertos a tener un 46% de aciertos en la prueba final.

Observando el desempeño de los tres estudiantes “muestra” se puede constatar sus desempeños con los siguientes porcentajes de aciertos:

Cod 011 con 92% de aciertos

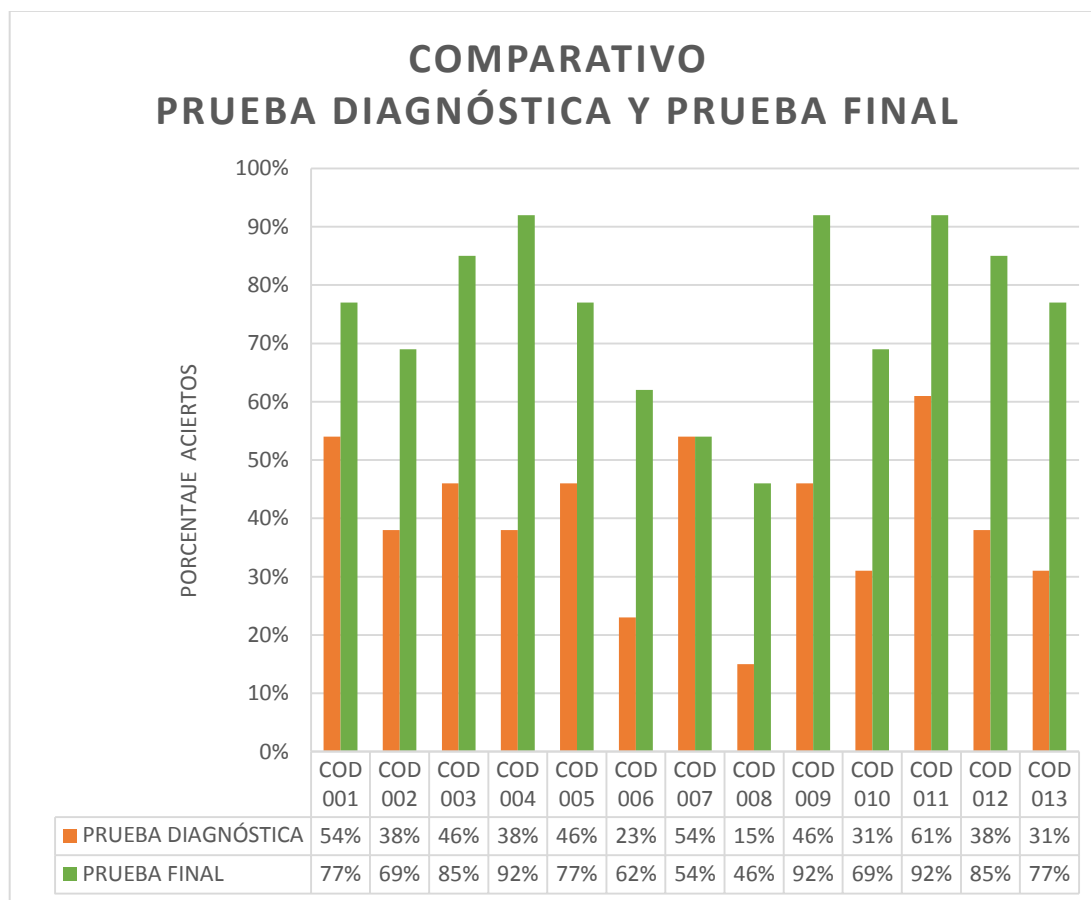
Cód. **005** con 77% de aciertos

Cód. **008** con 46% de aciertos

7.3 Comparación prueba diagnóstica – prueba final.

En esta primera grafica se quiere mostrar el cambio que se presentó entre las dos pruebas con el grupo de los 13 estudiantes:

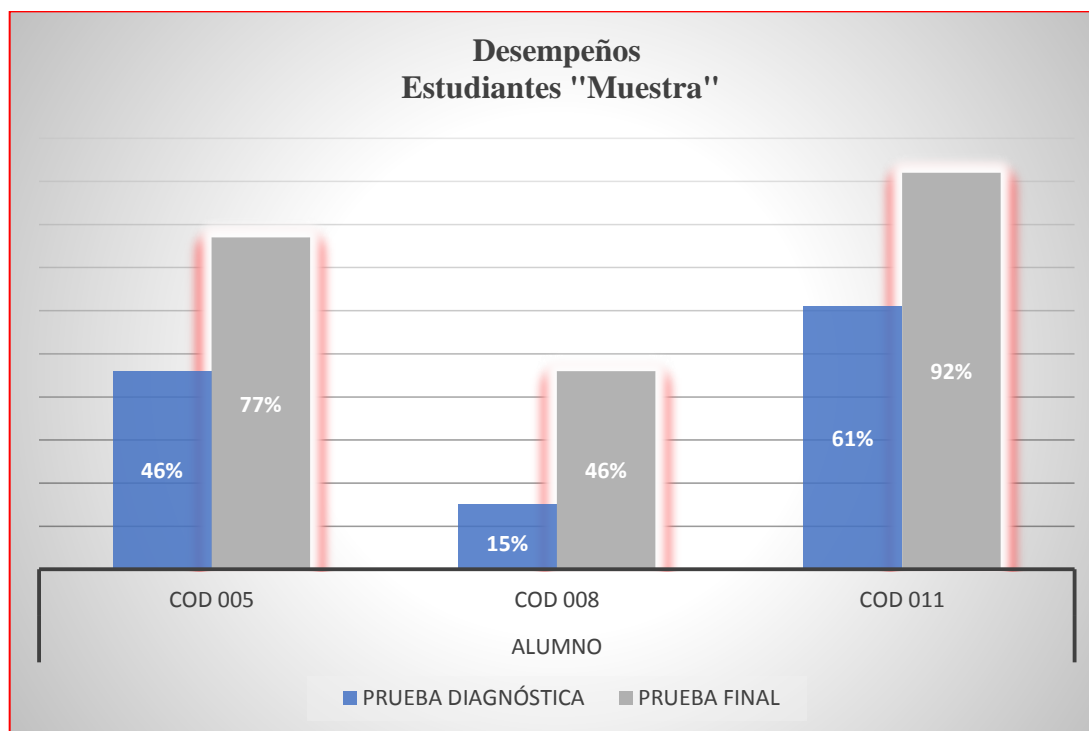
Grafica N° 18. Comparativo Prueba diagnóstica – prueba final.



Comparando los resultados de las dos pruebas realizadas a los estudiantes participantes, se observa como todos los estudiantes mejoraron su desempeño, tanto así, que en la prueba diagnóstica el estudiante con mejor desempeño solo tenía un 61% de aciertos, y el estudiante con más bajo desempeño había logrado un 15 % de aciertos. En la prueba final, tres estudiantes alcanzaron un 92% con los desempeños más altos, y el estudiante que sacó el desempeño más bajo logró un 46%, notándose que ningún estudiante bajó sus desempeños después de la implementación de las situaciones didácticas.

Para realizar la comparación con los tres estudiantes “muestra” se tendrá en cuenta el siguiente gráfico:

Grafica 19. Comparación resultados prueba diagnóstica – prueba final, estudiantes muestra.



Después de la implementación de las situaciones didácticas, se hace visible en la gráfica anterior, que los estudiantes mediante sus aprendizajes dirigidos al desarrollo del pensamiento espacial mejoraron la representación de las formas tridimensionales y el poder resolver problemas que involucran estas formas en una prueba estandarizada tipo test. Observando la comparación entre las dos pruebas, de forma casual, los tres (3) estudiantes “muestra” mejoraron un porcentaje igual; del 31% más en los aciertos de la prueba final respecto a la primera prueba diagnóstica.

Para entender mejor el cambio tan radical entre las dos pruebas, se mostrará a continuación qué pasó durante la implementación de las secuencias didácticas, y cómo se hicieron presentes en la práctica de enseñanza-aprendizaje, diferentes aspectos nombrados desde el marco teórico, además de tener en cuenta las competencias y estándares para el grado 6° y las diferentes categorías de análisis.

7.4 Situaciones didácticas

7.4.1 Situación acción.

A continuación, se mostrará el desarrollo de diferentes actividades durante las diferentes situaciones clasificadas como situación de acción, de Brousseau (2007). en el planteamiento de las situaciones aparecen dos dentro de esta categoría, la situación N° 1 y la N° 2. Ver anexo B (p. 153) y anexo C (p.155). Para contribuir de forma eficiente en este proceso, las situaciones didácticas buscaran que los estudiantes tengan la posibilidad de construir y estructurar sus propios aprendizajes, participando activamente en sus procesos de aprendizaje, como lo plantea desde la mirada constructivista D'Amore (2005).

En la situación N° 1, se hace un primer acercamiento del estudiante al objeto matemático. Para esto el ejercicio coloca a los estudiantes en situación problema, por lo cual de forma individual buscan información entre sus saberes previos de cómo puede ser el desarrollo del hexaedro, movilizandoo conocimientos entre los cuales tiene en cuenta lo que vieron en geometría durante su primaria, logrando determinar las informaciones que le recuerde cuáles son sus componentes, además de las clases en donde tuvieron los primeros acercamientos al dibujo isométrico.

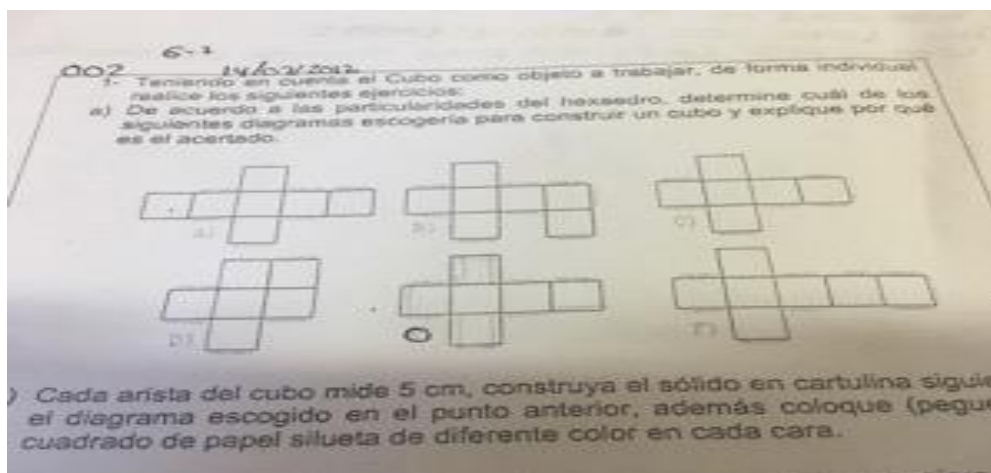


Imagen N° 6. Situación acción N° 1, desarrollo del hexaedro.

El alumno debe pasar por un momento de retroalimentación individual, para interrelacionarla con sus acciones durante el ejercicio propuesto. En la primera pregunta de la consigna se pretende acercar al estudiante al objeto matemático, el estudiante utiliza su propio método en la construcción

del cubo, partiendo de ejercicios ejecutados en geometría o en artes durante su primaria. Seguidamente utiliza el método del dibujo isométrico el cual ha sido enseñado por parte del docente como antesala a la implementación de estas situaciones didácticas. La consigna de esta situación se encuentra formulada en el anexo B. (p. 153)

Alumno 005: Profesor, en la primera pregunta hay dos dibujos iguales, ¿podría escoger cualquiera de los dos cierto?

Docente: Fíjate bien en los dos dibujos, hay algo que a pesar de verse igual las hace diferentes. ¿Qué es?

Alumno 002: Yo ya vi que es.....esas cositas que tiene pegadas a los lados...

Alumno 005: Así... eso es para pegar el hexaedro.

Alumno 005: Hay que escoger entre las dos figuras iguales cual es la verdadera con las pestañas.

Docente: Observen bien que al ir doblando no se encuentren dos pestañas en un mismo lado de una cara... ¿Qué significa esto al momento de armar el cubo?

Alumno 011: La idea es que las aristas del cubo son los lados de los cuadrados, así se vean dos en la figura para armar, cuando se juntan es una sola.

Corpus realizado con el audio de la clase.

Durante esta situación, los estudiantes van reflexionando sobre las formas de responder la consigna, cuando tiene alguna duda se la hacen saber al docente, este les hace una pregunta, que los haga reflexionar y realizar una hipótesis de cómo realizar el ejercicio, así de forma individual van en la búsqueda de las respuestas.

El acercamiento al objeto matemático en un principio se realiza mediante su construcción, para esto tiene que tener en cuenta cómo se realiza el desarrollo del cubo y poder armarlo, seguidamente identifica sus caras por colores, para al final poder representarlo en una isometría, en donde el estudiante realiza un primer ejercicio básico de visualización de las vistas auxiliares identificándolas por colores. En el transcurso de este acercamiento con el objeto matemático, empiezan los primeros ejercicios de visualización para llegar a la representación de este, como se verá más adelante.

La situación N° 2, Al igual que en la situación anterior, está inscrita dentro de la situación acción, en donde el estudiante de forma individual, parte de sus saberes previos para la solución de algunos problemas planteados. A pesar que esta situación está destinada a que los niños partan de los conceptos sobre áreas y volúmenes, se direcciona a la interrelación con la representación tridimensional; en esta situación el estudiante conectara de forma individual el significado del cubo

como forma geométrica, con el cubo como medida de la potenciación, esencial en el manejo de volúmenes. La consigna de esta situación se encuentra formulada en el anexo C. (p. 155)



Imagen N° 7. Alumno representando una variación con una isometría.

Durante esta situación de acción, las diferentes representaciones semióticas se hacen presentes, ya que después de realizar operaciones para determinar áreas y capacidades volumétricas, los estudiantes relacionan el ejercicio de cambios variacionales en cuanto a las medidas de una arista, para luego representarlos gráficamente mediante el dibujo isométrico.

Docente: Deben de recordar la clase que se tuvo sobre cómo sacar un volumen, si tengo (A^3), ¿Qué significa ese 3 que tengo encima de la A?

Alumno 002: Es multiplicar la letra A tres veces... igual que la del área, se hace lo mismo pero dos veces

Alumno 005: Profe creo que da 125, por que hice la operación, la arista del cubo construido en cartulina es igual a 5 cm, por eso multipliqué 5 cm x 5 cm x 5 cm

Corpus realizado con el audio de la clase.

Se puede observar en el anterior corpus, como los alumnos se enfrentan a problemas para determinar volúmenes, lo cual es el punto de partida para más adelante enfrentarse a los problemas didácticos de conversión, según D' Amore (2005); se pasa del lenguaje aritmético, mientras resuelven las operaciones para encontrar áreas y volúmenes, y lo relacionan con al lenguaje pictórico, al terminar la representación isométrica del hexaedro al cual varia la medida de la arista.

En las situaciones de acción, el docente busco que los estudiantes partieran de sus saberes previos, ya sea para crear nuevos saberes o reestructurar los que ya tenía. La actividad fue constante

durante las situaciones, llevando a los niños a la construcción de su propia realidad, siguiendo la teoría cognitiva de Piaget, (según Villar, 2003)

7.4.1.1 Representaciones tridimensionales en las situaciones acción.

Durante las situaciones de acción, la N° 1 y la N° 2 (ver anexos B y C), los estudiantes tuvieron un primer acercamiento al ejercicio de visualización, con el objetivo de llegar a la representación del objeto matemático.

Para resolver la pregunta del primer ejercicio durante la situación N° 1, los alumnos encontraron fácilmente que había dos (2) posibles respuestas al desarrollo del hexaedro, ya que las dos tenían la cantidad de caras que particularizan a esta forma geométrica. Al principio pensaban que cualquiera de las dos podía servir, hasta que el docente les pide que observen que diferencia encontraban entre los dos dibujos de los posibles desarrollos. Algunos cayeron en cuenta rápidamente que la diferencia era la posición de las pestañas, y que al doblar el desarrollo cada pestaña debía entrar por debajo de un lado de la cara para poder pegar y armar la figura. Realizando con esto un primer ejercicio de visualización, al percatarse de la forma de armar el cubo, y que las posiciones de las pestañas eran indispensables para realizar su representación en un modelo armando el objeto en cartulina.



Imagen N° 8. Niña armando el desarrollo del modelo tridimensional.

Cuando el estudiante logró entender el desarrollo del cubo para poder armarlo, luego pasó a identificar sus caras por colores, para al final poder representarlo en una isometría, en donde realiza un primer ejercicio básico de visualización de las vistas auxiliares, identificándolas por colores.

En este proceso el niño tenía que reflexionar sobre la posición de él como observador, teniendo el modelo enfrente de su hoja de dibujo, así, tenía que determinar cuáles caras del modelo seguían las posiciones de las vistas, la vista superior, la vista frontal y la vista lateral; identificando cada una de estas con un color que tenía el modelo.

Este ejercicio de representación empezó por algo muy básico, la idea es que el alumno se enfrentara por si solo al problema de lograr el desarrollo del hexaedro, su primer ejercicio de visualización era de ubicar con colores las tres vistas auxiliares siguiendo el modelo construido por ellos mismos. Este ejercicio contemplo tres fases importantes en el momento de lograr la representación tridimensional en la mente del niño; primero paso por visualizar el desarrollo del cubo, segundo paso por su construcción, representarlo mediante un modelo, y tercero, la representación bidimensional que tuvieron que realizar tanto con el dibujo isométrico, como con las vistas auxiliares.



Imagen N° 9. Niño resolviendo la representación de las vistas del hexaedro.

Durante la situación N° 2, el niño pasa primero por los problemas de tratamiento (identificando las diferentes formas en que se representa en el lenguaje aritmético), para luego pasar al problema de conversión (Pasar de un lenguaje a otro distinto), en donde debe asimilar como el cambio de la arista afecta no solo el volumen de la forma tridimensional, si no la representación de esta de acuerdo a un tamaño, y unas medidas, que el alumno fue descubriendo cuando paso del lenguaje aritmético al lenguaje pictórico.

El alumno busca estrategias para lograr la solución de la representación tridimensional, de tal forma que cada sujeto escoge por donde iniciar el ejercicio, determinando que le queda más fácil

de hacer, según sus propios conocimientos y habilidades. Para los alumnos fue muy agradable el resultado del dibujo isométrico, al ir descubriendo cómo con el cambio de la medida de la arista, el hexaedro crecía proporcionalmente tanto de largo como de ancho. Llegando a una representación mental del objeto después de pasar por un problema de variación.

Alumno 008: ¿La medida en el dibujo del cubo cambia en la raya del centro?

Alumno 005: La medida va subiendo cada dos cuadritos del formato que es 1 cm.

Docente: Esa rayita del centro es un eje... ¿Será que esa línea vertical es la que sirve para determinar alturas en la isometría?

Alumno 011: Profe ¿Puedo arrancar del cubo más grande de 5 cm?, es más fácil dibujarlo así.

Docente: ¿Cómo te queda más fácil a ti dibujar, ir creciendo la medida, o dibujarla de una vez toda, e ir disminuyendo?...

Corpus realizado con el audio de la clase.

Durante este proceso para llegar a las representaciones, los niños hicieron interrogantes, los cuales el docente responde con otras preguntas, las cuales los hace reflexionar y moviliza sus saberes, de esta forma van construyendo por si mismos a los nuevos saberes. Los niños tienen muchas preguntas, y algunas dificultades con el manejo de las escuadras para realizar las representaciones de objetos tridimensionales; pero al final demuestran su perseverancia al lograr terminar los ejercicios propuestos, e involucrar el concepto del objeto matemático a su mente. Este ejercicio fue un poco más complejo que el de la primera situación, ya que al final tuvieron que representar 5 hexaedros en uno, mostrando el cambio de tamaño de acuerdo a la variación de la medida.

Los niños logran completar el ejercicio al intervenir dos saberes matemáticos distintos, pero que, mediante la conversión didáctica se dan cuenta que significan lo mismo, logrando realizar la representación mental de la conversión entre un lenguaje aritmético a un lenguaje pictográfico, terminado por realizar la representación en dos dimensiones del volumen del objeto en cuestión.

Durante las dos situaciones de acción se dieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla N° 11. Se pueden observar los promedios cuantitativos logrados en los diferentes ejercicios que realizaron los estudiantes; los desempeños aquí calificados son resultado del seguimiento de los procesos, y no solo del producto final:

Desempeños: **S:** superior, **A:** alto, **BS:** básico, **B:** bajo.

Tabla N° 6, Desempeños cognitivos en las situaciones acción, estudiantes “muestra”

Códigos estudiantes	005				008				011			
	S	A	BS	B	S	A	BS	B	S	A	BS	B
Desempeño cognitivo.												
Construye figuras planas o sólidas, con medidas establecidas.	100				100				100			
Representa objetos tridimensionales en diferentes posiciones y desde distintos puntos de vista.	100				100					75		
Identifica distintos sistemas de medición, superficie y volumen.		75				75			100			
Describe efectivamente los procesos en problemas de tratamiento y de conversión	100					75			100			
Demuestra habilidad en el uso del lenguaje matemático; formula, propone y hace descripciones con el objeto matemático.	100						50			75		
Total	95%				80%				90%			

De acuerdo a la tabla anterior, los estudiantes “muestra”, alcanzaron los siguientes niveles de desempeño durante las situaciones de acción:

Código 005: Nivel superior con 95%

Código 008: Nivel superior con 80%

Código 011: Nivel superior con 90%

Durante el seguimiento que se realizó a los estudiantes “muestra”, según las tablas que aparecen en los anexos K, L, (p. 173, 174) se establece criterios cualitativos de los estudiantes durante las dos situaciones de acción. Se especificará el mejor criterio de desempeño y el que presentó alguna dificultad durante estas situaciones.

Código 005:

Para destacar: Reconoce las dificultades durante la actividad y elabora las consultas pertinentes.

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas.

Código 008:

Para destacar: Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención, disponiéndose a realizarlas.

Dificultades: No asimila del todo el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático.

Código 011:

Para destacar: Reconoce las dificultades durante la actividad y elabora las consultas pertinentes.

Dificultades: Algunas veces no dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase.

7.4.2 Situación formulación

Las situaciones que están inscritas dentro de la situación formulación son la N° 3, N° 4 y la N° 6. En estas situaciones los niños empiezan a trabajar en parejas, realizando diferentes ejercicios de representación tridimensional, además en estas situaciones se integran las Tic dentro de la propuesta del mejoramiento en las practicas pedagógicas. Los estudiantes deben ir formulando tácticas individuales, para luego comunicarle a su compañero la formulación que hacen para resolver el problema. Aquí se hace imprescindible la comunicación y las formas de lenguaje que utilicen para transmitir sus argumentos.

En la situación didáctica N° 3, se presenta el trabajo colaborativo, además de estar inscrita dentro de la situación formulación, como se dijo anteriormente, siguiendo la teoría de Brousseau (2007). En este caso la propuesta es de realizar los ejercicios en parejas, buscando que entre los dos alumnos resuelvan el taller N° 2, entre ellos se comunican buscando la mejor estrategia para ir desarrollando la consigna; de tal forma que entre las diferentes propuestas que pueden surgir definen cuál es la ideal para llegar al resultado en busca del objetivo final. Las consignas de estas situaciones se encuentran formulada en los anexos D, E y G. (p. 157, 159 y 162)

El trabajo colaborativo que se logró en esta situación, desde la perspectiva constructivista, se enfoca en la teoría de la “zona de desarrollo próximo” de Vygotski (2000). Aquí el alumno parte de lo que es capaz de hacer individualmente; pero lo va potenciando con la ayuda de lo que sabe el compañero y de la interacción con el docente. El estudiante hace parte de una sociedad, y sus aprendizajes se forman y se consolidan en su interrelación con ella; así los estudiantes de forma cooperativa acoplan esfuerzos para llegar a los objetivos de la consigna propuesta.

En estos ejercicios los estudiantes se siguieron familiarizando con las representaciones tridimensionales, además que pudieron trabajar los aprendizajes que se habían acumulado en las dos situaciones anteriores, ya que siguieron manejando conceptos de volumen y de áreas, e incorporaron “el conteo” como concepto nuevo. Así mismo, en esta situación, igual que en la anterior, los estudiantes se enfrentaron a problemas de conversión (Pasar de un lenguaje a otro distinto); tuvieron que visualizar la forma tridimensional y trabajar su volumen aritméticamente, de tal forma que se siguió fortaleciendo los usos de los diferentes lenguajes matemáticos en la búsqueda del desarrollo del pensamiento espacial.

El docente entregó la consigna del Taller 2, paso seguido explicó que las dos primeras preguntas era vital la formulación de los dos integrantes de la pareja para definir la solución. Para las preguntas g y h, les recalcó en recordar en el taller anterior, ahí habían determinado cómo sacar áreas y volúmenes; además el docente les solicitó que leyeran muy bien las consignas de cada pregunta; comprendiendo bien la pregunta, podían entender lo que tenían que hacer.

Después de la introducción del docente al taller, la cual sirve de “organizador previo” según Ausbel (citado por Moreira 2000), Los estudiantes, en pareja leyeron las preguntas del Taller 2. Para resolverlo fueron mostrando el procedimiento matemático mediante fórmulas que son necesarias según cada ejercicio. Además de esto, los estudiantes tuvieron que llegar a la representación mental de las formas tridimensionales mostradas por isometrías, las cuales según Gutiérrez (1998), trabajadas con los módulos de multicubos, permiten desarrollar diferentes clases de problemas a partir de las representaciones planas de los objetos tridimensionales.

La interrelación entre compañeros y docente fue muy provechosa, siguiendo la teoría de “Desarrollo próximo” de Vygotsky (2000), El docente da pautas para que el niño construya sus propios conocimientos mediante el trabajo colaborativo con sus pares. Como ejemplo, en la primera pregunta, el docente sugiere que dibujen en una hoja aparte y a mano alzada los posibles

movimientos que podría generar la forma tridimensional, de esta forma poder identificar cuáles de las figuras son iguales, llevando a los niños a reflexionar sobre cómo se verían según sus posibles rotaciones. Esto generó una serie de controversias, ya que cada uno formulaba una solución, así fueron encontrando errores en las diferentes propuestas, afianzando por último una decisión; logrando encontrar una lógica a la posible rotación de la forma tridimensional.

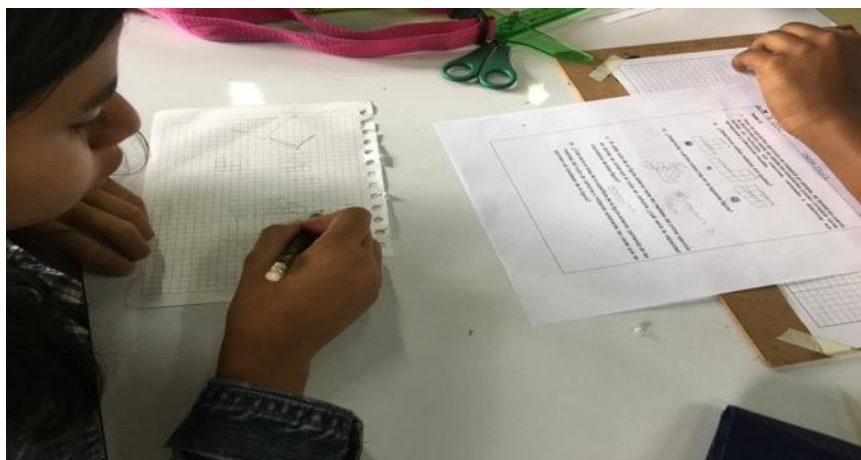


Imagen N° 10. Pareja, trabajando en situación formulación.

Por otro lado, también las situaciones N°4 y N°6 están inscritas dentro de la situación formulación. En estas dos situaciones los niños tuvieron contacto con las Tic en el aula, pero en medio de la propuesta del trabajo colaborativo, para esto fue esencial el dialogo, entre pares, sus aciertos dependían que hubiera una comunicación efectiva entre pares para logara los objetivos.



Imagen N° 11. Niña formulando una posible respuesta.

En el inicio del ejercicio de estas situaciones, los alumnos se organizan en parejas con un portátil para cada grupo, después de esto el docente con el uso de un video beam, mostro un ejemplo de los ejercicios a realizar, haciendo un paso a paso en el cual los estudiantes lo siguen en sus portátiles. Después de esta introducción, los niños inician con los ejercicios, de los cuales durante las dos situaciones hicieron tres tipos diferentes; uno de visualización de la forma tridimensionales mediante las vistas auxiliares, el segundo fue de conteo, en donde tenían que determinar cuántos multicubos conformaban la forma tridimensional que el programa les proponía, y el ultimo y que más les llamo la atención, porque les exigía un poco más de concentración, fue el de codificar las vistas siguiendo un modelo tridimensional.



Imagen N° 12. Situación N° 4. Trabajo colaborativo entre estudiantes

Durante el proceso de estas situaciones, el docente fue observando cómo entre los integrantes de las diferentes parejas van formulando cómo se vería cada una de las tres vistas de la forma tridimensional, además, en su comunicación, cuáles son sus argumentos y la contrapropuesta del compañero para llegar a la solución. A medida que los diferentes ejercicios se van desarrollando, el docente fue tabulando el resultado final que es calificado por el mismo programa y los desempeños cognitivos y cualitativos que se dieron en estas situaciones.

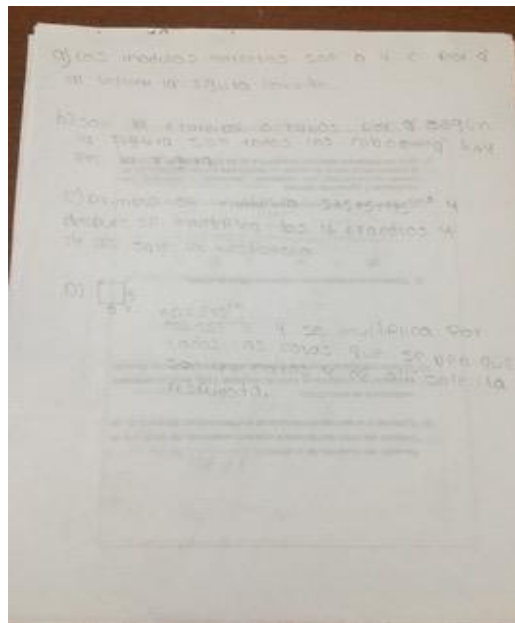
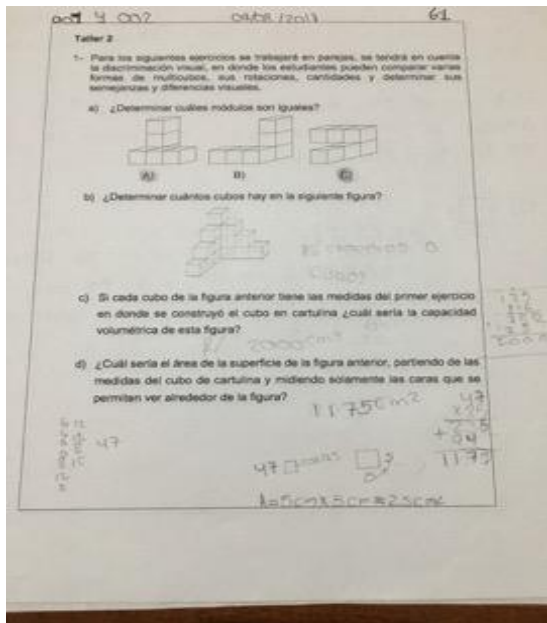
7.4.2.1 Representaciones tridimensionales en las situaciones formulación

Durante las situaciones de formulación, los logros de las representaciones tridimensionales se daban de acuerdo a la formulación que realizaban entre pares; dando cada uno sus argumentos de forma que podían determinar entre compañeros una respuesta convalidada entre ambos. Durante la situación N° 3, los ejercicios de representación se realizaron con la consigna del taller N° 2, mientras que en las situaciones N° 4 y N° 6, el logro de las representaciones tridimensionales, se producía con el uso del software Cubos & cubos.

Durante la situación N° 3, se enfatiza el logro del aprendizaje partiendo de los errores, como ejemplo, en la segunda pregunta del taller N° 2, se detectó que la mayoría de los estudiantes contaba los módulos de los multicubos que eran visibles, sin tener en cuenta que habían unos módulos en la parte posterior de la columna central que no se veían, para lo cual, el docente les hizo caer en cuenta de su error y les sugirió que trataran de visualizar por detrás cómo se vería esa misma forma, para que visualizaran que debajo del cubo más alto de la forma tridimensional habían otros 3 módulos que le servían como sustento a este último.

Ya en las dos últimas preguntas, los estudiantes relacionaron la forma tridimensional de la pregunta anterior, con el cubo construido en cartulina desde la primera situación didáctica, además de recordar las operaciones matemáticas para lograr el volumen y el área requerida. En el primer caso, determinaron el volumen de un módulo y lo multiplicaron por la cantidad de cubos que estaba compuesta la forma tridimensional. Para el segundo caso hubo más controversia entre las parejas, ya que pudieron determinar fácilmente el área de una cara del módulo, pero la visualización de la cantidad de caras que se podían visualizar, era distinta para la mayoría de parejas.

Al final como se muestra en las imágenes N° 13 y N° 14, se puede observar como algunos alumnos llegaron a las respuestas después de un proceso en el cual participaron activamente los miembros de cada pareja y el docente. Surgieron muchos interrogantes y muchas posibles soluciones, a lo cual el docente intervenía, mediante preguntas, los hacía reflexionar sobre los errores que estaban cometiendo, les hacía caer en cuenta que había una confusión sin mostrarles la respuesta, siguiendo la propuesta de la “zona de desarrollo próximo”; direccionándolos a que entre la pareja definieran el camino a escoger y construyendo sus propios conocimientos.



Imágenes N° 13 y 14, Situación N° 3. Taller 2 resuelto por la pareja identificada con códigos 001 y 002.

Alumno 001: Hay que determinar cuáles son iguales o solo el que es diferente.....profe, ¿y si todos son iguales?

Docente: Hay dos iguales y una es diferente. Observen bien entre los dos, si quieren dibujen aparte para ver la posible rotación de la figura, y deciden juntos cuales son iguales y los escogen.

Alumno 011: Yo digo que si esta la volteamos así (A)...parece a esta...(C)

Alumno 013: si por que esta (C) desde la vista superior se ve igual a esta (A)... si rotamos la (C) quedaría igual a la (A)...

Alumno 008: Cierto profe ¿que en la segunda hay 13 cubos?

Docente: Creo que solo están contando los cubos que se ven de frente en la figura... si ustedes se imaginan la forma por detrás, ¿será qué estas que se ven por delante, están en el aire? ... ¿no será que tiene otras piezas que las sostiene o soportan?

Alumno 003: Es girar la figura... este cubo no estaría flotando...hay 3 cubos debajo de él.

Corpus realizado con el audio de la clase.

Como se detalla en el anterior corpus, los ejercicios de visualización llevaron a los niños a formular argumentos entre pares en interacción con el docente, de forma que fueron replanteando como llegar a la solución a medida que encontraban errores; llegando a la representación de las formas tridimensionales de la consigna del taller N° 2.

Durante las situaciones N° 4 y N° 6, con la implementación de las TIC, la forma de llegar a las representaciones tridimensionales tomo otro camino. El uso del software cubos & cubos permitió a los niños realizar nuevos procedimientos, que antes tenían que hacer solo con su

imaginación, el poder rotar las formas tridimensionales, afianzaron las representaciones que el ya intentaba hacer, descubriendo en aciertos o errores que cometían anteriormente cuando realizaban el ejercicio plasmando esas representaciones tridimensionales en un papel.

Para logara las representaciones tridimensionales en el primer ejercicio, los alumnos debían determinar las vistas de una forma tridimensional. Durante el proceso del ejercicio el docente observa y tiene en cuenta las comunicaciones entre pares, sus argumentos para determinar cómo se vería cada una de las tres vistas de la forma tridimensional, además, el uso acertado del software, utilizando las herramientas como el de rotación para lograr el objetivo.



Imagen N° 15. Niña visualizando la forma tridimensional virtual.

En el segundo ejercicio los estudiantes debían determinar cuántos multicubos, constituyen una forma tridimensional dada por el software. Con el uso de un video beam, el docente muestra un ejemplo en el tablero de los ejercicios a realizar, haciendo el paso a paso en el cual los estudiantes van siguen en los portátiles. El docente resalta que el ejercicio es de conteo y que tiene que ir formulando la posible respuesta; pero que deben llegar a un consenso en la pareja antes de colocar un número determinado como respuesta.

El rotar las formas tridimensionales les aseguró encontrar esas piezas que se hacen invisibles. Algo que algunos niños asimilaron como un video juego, en donde ya están acostumbrados a interrelacionarse con las formas tridimensionales, pero las cuales nunca se había cuestionado;

encontraron una gran similitud entre estas formas y algunas que son usadas para ambientar los espacios en donde transcurren los juegos virtuales.

A continuación, observaremos un corpus, con una parte del dialogo que se da entre pares durante los ejercicios de representación.

Alumno 011: vienen de varios colores los cubos....
Alumno 008: si...pero hay que contarlos todos
Docente: No se olviden de rotar el volumen cuando necesiten visualizar mejor y hacer el conteo.
Alumno 004: No espérate, contémosla desde arriba...hay 4 azules y 4 verdes, y dos en cada pata...así que son 16...
Alumno 002: parece que si...bueno confió en usted...
Alumno 002: Huy si son 16...(Aplauso)
Alumno 010: 6,7,8,9....
Alumno 007: No, estas contando dos cubos de seguido...
Alumno 010: Noooo ...se repite al otro lado...si son 15... 15 + 15: 30...coloca en el papel...15 y 15...seguimos contamos los otros...
Alumno 008: 10 + 4 + 6
Docente: Hay que colocar el puntero encima del cuadrado y darle doble click, aparece el cuadrado en blanco...ahí pueden escribir el número del código...
Alumno 009: aquí en esta hilera van 4 hexaedros, rótaelo y veras...la flecha apunta hacia la lateral....
Alumno 008: entonces en las otras hileras van 4...mira que son iguales...
Alumno 005: Profe nos salieron todas buenas...
Docente: Bueno...después de este ejercicio quiero que me respondan... ¿qué aprendieron?
Alumno 011: Profe...aprendimos a ver cuántos cubos hay en las vistas...
Docente: En las vistas codificadas...recuerden...esas vistas se llaman codificadas...los números que indican la cantidad de hexaedros en una forma tridimensional se llaman códigos...

Corpus realizado con el audio de la clase.

En la primera parte del corpus anterior, se logra ver, como los estudiantes formulaban sus posibles respuestas o definían con su compañero la respuesta a medida que cada uno de ellos realizaba su ejercicio de visualización para llegar a la representación de la forma tridimensional.

Ya en la segunda parte, están formulando los ejercicios de la segunda etapa de la situación N° 6. En esta etapa, los estudiantes siguieron trabajando en los grupos establecidos, al igual que el ejercicio anterior el docente con el uso de un video beam muestra un ejemplo en el tablero de los ejercicios a realizar, haciendo el paso a paso en el cual los estudiantes van siguiendo en los portátiles. En esta ocasión el ejercicio se trató de visualizar una forma tridimensional establecida aleatoriamente por el software; las parejas tuvieron que codificar las vistas, de tal forma que

determinaron la cantidad de módulos que tiene esta forma perpendicularmente a una vista determinada.

En este ejercicio volvieron a manejar el concepto de perpendicularidad, ya que la exigencia era determinar el código que debería ir de acuerdo a la cantidad de módulos que estaba perpendicular al observador en cada vista. Lo complejo del ejercicio es que tenían que ir interrelacionando las tres vistas al mismo tiempo para ir descubriendo la posición real de cada cubo y el número exacto de ellos por hilera. Provocando con esto un ejercicio de visualización muy importante, tanto así que llegar a las representaciones con este método fue asimilado positivamente; logrando implementar esos nuevos conocimientos y reflejándose en la situación N° 7 y en la prueba final.

Este software les permitió a los estudiantes explorar el espacio y sus objetos, llevando al estudiante a la visualización espacial con el uso de unidades cubicas, Hoyos (2014). Así el propósito del uso de esta herramienta tecnológica en esta situación de formulación, permitió con los diferentes tipos de ejercicios realizados llegar a una interpretación espacial más acertada. De esta forma, las representaciones mentales de las formas tridimensionales, a medida que pasan las diferentes situaciones didácticas se han ido mejorando, siendo impulsadas con mucha fuerza con la implementación de las TIC en el aula de clases.

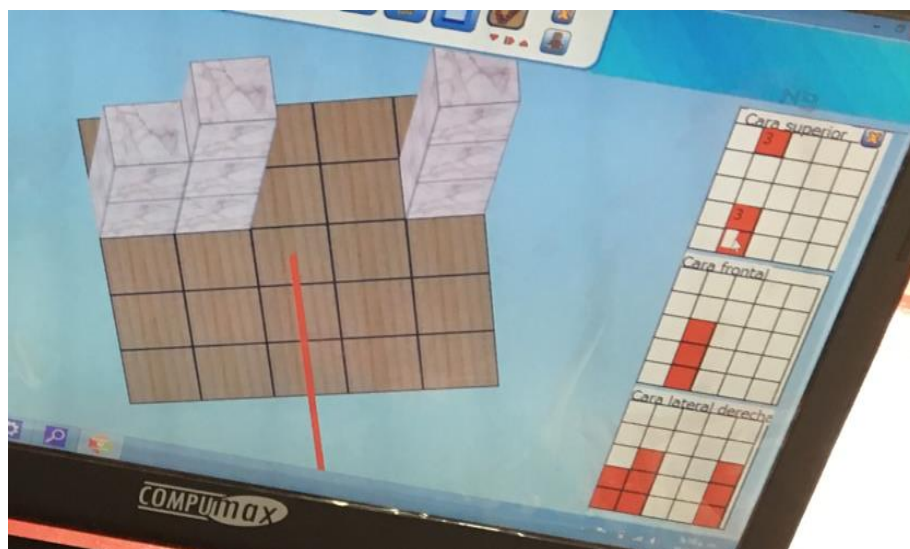


Imagen N° 16. Codificando vistas ortogonales.

Durante las tres situaciones de formulación se dieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla N° 12. Se observa los promedios cuantitativos logrados en los diferentes ejercicios que realizaron los estudiantes; los desempeños aquí calificados son resultado del seguimiento de los procesos, y no solo del producto final:

Desempeños: **S:** superior, **A:** alto, **BS:** básico, **B:** bajo.

Tabla N° 7, Desempeños cognitivos en las situaciones formulación, estudiantes “muestra”

Códigos estudiantes	005				008				011			
	S	A	BS	B	S	A	BS	B	S	A	BS	B
Desempeño cognitivo.												
Codifica y decodifica información referente a las formas tridimensionales.		75				75				75		
Representa objetos tridimensionales en diferentes posiciones y desde distintos puntos de vista.		75					50			75		
Identifica distintos sistemas de medición, conteo, superficie y volumen.		75				75				75		
Describe efectivamente los procesos en problemas de tratamiento y de conversión	100					75			100			
Demuestra habilidad en el uso del lenguaje matemático; formula, propone y hace descripciones con el objeto matemático.		75				75			100			
Total		80%				70%				85%		

De acuerdo a la tabla anterior, los estudiantes “muestra”, alcanzaron los siguientes niveles de desempeño durante las situaciones de acción:

Código 005: Nivel superior con 80%

Código 008: Nivel alto con 70%

Código 011: Nivel superior con 85%

Durante el seguimiento que se realizó a los estudiantes “muestra”, según las tablas localizadas en los anexos M, N y P, se establece criterios cualitativos de los estudiantes durante las tres situaciones de formulación. Se especificará el mejor criterio de desempeño y el que presentó alguna dificultad durante estas situaciones.

Código 005:

Para destacar: Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades presentadas.

Dificultades: No asistió a la situación didáctica N° 3.

Código 008:

Para destacar: Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas.

Código 011:

Para destacar: Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas.

7.4.2.2 Implementación de las TIC durante las situaciones de formulación.

Las situaciones N° 4 y N° 6 están inscritas dentro de las situaciones de formulación, como se venía describiendo en el punto anterior. La particularidad de estas dos situaciones fue la implementación de las TIC en el aula de clase, enfocándonos en el cambio que se plantea desde las prácticas pedagógicas, que lleven a los niños a la construcción de sus aprendizajes.

Los estudiantes siguieron en el proceso del desarrollo del pensamiento espacial; en esta ocasión con el uso del software Cubos & cubos. Siguiendo el modelo SAMR, de Puentedura (citado por Carione, 2015), implementando este software se llegó al nivel denominado de transformación (Modificar) como se mencionó anteriormente; ya que se logró rediseñando significativamente las actividades de aprendizaje; lo que en un principio hacían mediante el dibujo isométrico, es realizado con la ayuda del software, permitiéndole al alumno ver el movimiento de los sólidos y agilizando la toma de decisiones de las posibles vistas de este objeto.

Los procesos de enseñanza aprendizaje en nuestra institución educativa, normalmente se realizan con materiales de apoyo tangibles, como el lápiz, papel, compas, reglas, transportador y otros más. Con la integración de las TIC, se pueden realizar trabajos con herramientas que replacen estos materiales, permitiendo al alumno introducirse en el mundo de la enseñanza de la geometría con recursos tecnológicos que para ellos hoy día no son desconocidos.

Esta investigación utilizó el software Cubos & cubos, el cual según Hoyos (2014), permite la exploración espacial y la de los objetos tridimensionales de una forma interactiva. Para esto se escogió algunas funciones que el programa permite, las cuales tienen relación directa con las otras situaciones didácticas que se implementaron con los estudiantes, las cuales permiten el manejo de las formas isométricas, las vistas auxiliares, el conteo de los multicubos y la visualización de las formas tridimensionales mediante vistas codificadas.

A continuación, en el siguiente corpus se muestra un aparte de la comunicación, tomada como relevante para la descripción de la implementación de las TIC en la situación N° 4:

Alumno 005: De aquí hay 3 cuadros.
Alumno 001: No... este no va ahí.
Alumno 005: Así queda esa vista ... es la superior, se ven estas 3 seguidas...
Docente: Algunos se están equivocando. ¿Qué pasa si colocan encima de la forma tridimensional el puntero del mouse y lo mueven?
Alumno 011: Profe, la figura se mueve, va girando...
Alumno 008: Se puede ver por todo lado...
Docente: Muy bien...al ver que pueden rotar la forma tridimensional...piensen, ¿para qué les puede ayudar esto en las vistas?...
Alumno 013: Profe, podemos ver la vista colocándola de frente...
Alumno 004: Pero como me doy cuenta ¿cuál es la vista profe?
Docente: Miren el tablero, (imagen video beam), la flecha que aparece en la forma tridimensional, está marcando una vista... ¿Cuál creen que es?
Alumno 011: La de frente profe...
Docente: No...miren yo les dibujo la flecha en el tablero...miren las vistas...
Alumno 007: La flecha muestra la lateral...
Docente: Ok... ..Si esta es la lateral (señalando la imagen en el tablero) ... ¿Hacia qué lado está ubicada la frontal?
Alumno 004: Hacia la izquierda profe...
Alumno 008: Si aquí hay 3 cuadros hacia arriba ¿veo 3 en la vista?
Alumno 009: No...si tienes 3 en esa columna, vista desde arriba solo ves la de encima...solo veras un solo cuadro...
Alumno 011: ¿Le podemos dar calificar?
Docente: Claro... Si tienes algún error...van mirando el error...si lo encuentras, me llamas y me muestras.
Alumno 009: Si pillas...dos (2) buenas y una (1) mala...
Alumno 008: Si... pero está bien.

Corpus realizado con el audio de la clase

La interrelación entre pares fue vital para conseguir buenos resultados, los alumnos validaban entre ellos antes de dar la respuesta, después de obtener el resultado reflexionaban si habían fallado, buscando el error, de forma que el próximo ejercicio lo podían realizar de mejor forma. Siguiendo los preceptos constructivistas, en donde el niño construye sus aprendizajes, muchas veces apoyándose en los errores cometidos. Según Piaget (citado por Villar, 2003), el alumno construye y reconstruye sus aprendizajes mientras ejerce actividad sobre el medio. El software permitió al estudiante la construcción de sus aprendizajes de forma activa en un mundo virtual; pero recreando mentalmente las representaciones tridimensionales en la realidad.

Durante la implementación de las TIC con el software los estudiantes realizaron 3 ejercicios, estos fueron trabajados en parejas. En el primer ejercicio durante la situación didáctica N° 4, el docente les daba un código para abrir un ejercicio determinado, la propuesta del docente fue iniciar

con un ejercicio sencillo, e ir complejizándolos cada vez más; este primer momento fue de ocho ejercicios.

En la situación didáctica N° 6 se realizaron dos etapas. en la primera hicieron ejercicios de conteo, en el cual las parejas tenían que definir cuantos multicubos conforman la forma tridimensional, teniendo la ventaja que no pueden realizar en el dibujo isométrico de rotar la figura libremente, de estos ejercicios se realizaron 5 ejercicios. En la última etapa de la situación N° 6 se realizaron 4 ejercicios, estos implicaban determinar las vistas auxiliares, pero utilizando la codificación. Esto para los niños fue algo novedoso y atractivo, los llevo a los aprendizajes significativos mediante la movilización diferentes saberes, partiendo de conceptos de perpendicularidad, rotación, conteo y posición del observador; para poder llegar a la solución requerida.



Imagen N° 18. Pareja, trabajando con el software Cubos & cubos.

A continuación, en la tabla N° 8 se muestra los resultados de los ejercicios durante la situación N° 4, mientras que en las tablas N° 9 y N° 10 se muestran los resultados de la situación N° 6; en las cuales se implementó el uso de las TIC, con el software Cubos & cubos.

Tabulación de los ocho (8) ejercicios realizados (Encontrar las vistas), mostrando los resultados por parejas (estudiantes “muestra”, resaltados con negrilla)

Tabla N° 8. Tabulación encontrar vistas.

3 vistas: 100% 1 o 2 vistas: 70% 0 Vistas: 0%

Códigos Estudiantes	E 1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	PROMEDIO
									% ACIERTOS
008 - 009	0 %	70%	0 %	100%	100%	100%	70%	70%	63%
011 - 003	0 %	70%	70%	100%	100%	70%	100%	100%	76%
005 - 001	0 %	100%	100%	100%	100%	100%	0 %	70%	71%
004 - 013	70%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	96%
002 - 006	70%	70%	0 %	70%	70%	100%	100%	70%	68%
010 - 007	0 %	70%	0 %	70%	70%	100%	100%	100%	63%



Imagen N° 19. Grado de 6°1, organizado en parejas.

Etapa 1- Tabulación de los cinco (5) ejercicios realizados (Conteo), mostrando los resultados por parejas (estudiantes “muestra”, resaltados con negrilla):

Tabla N° 9. Tabulación conteo.

Correcto: 100% incorrecto: 0%

Códigos						PROMEDIO
Estudiantes	E 1	E2	E3	E4	E5	% ACIERTOS
008 - 009	100%	100%	100%	0 %	100%	80%
011 - 003	100%	100%	100%	100%	100%	100%
005 - 001	100%	100%	100%	0 %	100%	80%
004 - 013	100%	100%	100%	100%	100%	100%
002 – 006 -	100%	100%	100%	100%	100%	100%
010 - 007	100%	100%	100%	0 %	100%	80%

Etapa 2- Tabulación de los cuatro (4) ejercicios realizados (Vistas codificadas), mostrando los resultados por parejas (estudiantes “muestra”, resaltados con negrilla):

Tabla N° 10. Tabulación vistas codificadas.

Correcto: 100% incorrecto: 0%

Códigos					PROMEDIO
Estudiantes	E 1	E2	E3	E4	% ACIERTOS
008 - 009	100%	100%	0 %	100%	75%
011 - 003	0 %	100%	100%	100%	75%
005 - 001	100%	100%	0 %	100%	75%
004 - 013	100%	100%	100%	100%	100%
002 – 006 -	100%	100%	100%	100%	100%
010 - 007	100%	100%	100%	100%	100%

7.4.3 Situaciones validación

Las situaciones que están inscritas dentro de la situación validación son la N° 5 y la N° 7. En estas situaciones el estudiante evidencia las estrategias que emplean para resolver las diferentes consignas, los errores encontrados en las otras validaciones de sus compañeros se van corrigiendo, así van formulando otras propuestas para llegar a la respuesta de algún problema planteado; interiorizando de esta forma nuevos conocimientos.

Durante estas dos situaciones, incluidas en la situación Validación, Brousseau (2007), los estudiantes deben proponer enunciados, además de realizar demostraciones para persuadir a sus compañeros de cómo resolver algún ejercicio planteado; entre todos valoran o sugieren otras diferentes, buscando llegar a un acuerdo. Las consignas de estas situaciones se encuentran formulada en los anexos F y H. (p. 161 y 164).

Durante la primera situación de validación, los estudiantes tienen la oportunidad de observar una forma tridimensional armada por el docente y compuesta por multicubos, (modelo). Este sirvió para que en primera instancia realizaran el ejercicio de visualización, luego de representación mental y por último la construcción de una representación de lo que percibió; esta se logró mediante un dibujo isométrico, en el cual tiene que quedar plasmado la forma tridimensional y sus vistas ortogonales.



Imágenes N° 18. Situación N° 5. Estudiantes visualizando el modelo tridimensional propuesto por el docente.



Imagen N° 19. Situación N° 5. En parejas construyen el dibujo isométrico y sus vistas.

Para iniciar primer ejercicio, el docente colocó algunas reglas, después de verificar que los estudiantes tuvieran sus implementos de dibujo requeridos. La principal era que los estudiantes no podían acercarse a menos de 1.5 metros del modelo construido, realizando este primer ejercicio con un modelo armado por el docente; además la idea era que no pudieran mover ninguna pieza, además de no interferir en las visuales de sus compañeros.

Ya organizados en parejas y con la forma tridimensional armada, los grupos empezaron a desarrollar la consigna dada por el docente. Algunos grupos iniciaron por las vistas y otros directamente por la isometría, a medida que ellos iban realizando el ejercicio el docente estaba pendiente de los diálogos entre pares, en donde logro captar que en varios momentos colocaban como ejemplo la situación anterior en donde trabajaron con el software Cubos & cubos; al referirse de cómo se verían las vistas y comparándolas con los ejercicios en los portátiles (Categoría de análisis, uso de las TIC).

Algunos estudiantes se acercaban dibujando a mano alzada las vistas para luego mostrarle al compañero y discutir sobre cómo quedarían realmente. Así, siguiendo la teoría de Vygotsky (2000), se ve reflejado el trabajo colaborativo, ya que en compañía fueron armando la isometría, para lo cual, uno de los integrantes dibujaba y el otro le iba corrigiendo a medida que se avanzaba en la terminación de la representación en la hoja de dibujo.



Imagen N° 20. Situación N° 5. El trabajo cooperativo se hace visible entre los estudiantes.

Los estudiantes ya han tenido varios acercamientos al desarrollo de ejercicios isométricos en las situaciones anteriores, así que cada uno de los estudiantes ha ido formando su propio proceso para realizar este tipo de ejercicio. En esta situación, entre pares validan la forma del desarrollo del ejercicio; al final realizaron la validación colectiva, mostrando la representación de la forma tridimensional en isometría, con los demás integrantes del grado 6°1.

La situación N° 7, está inscrita al igual que la que fue explicada anteriormente, dentro de la situación Validación. En esta ocasión conformaron grupos de 4 estudiantes.



Imagen N° 21. Situación N° 7. Alumnos armando el modelo tridimensional con los multicubos

Esta situación fue dividida en dos etapas de ejercicios; una en donde por grupos se realizaron un ejercicio en común con un modelo tridimensional que utilizó más o menos 70 piezas de multicubos. En la otra etapa, se realizaron varios ejercicios con 7 multicubos por grupo, en donde intervienen los integrantes de cada grupo resolviendo varios ejercicios propuestos por el docente de forma aleatoria. Los grupos asignados fueron organizados de 4 estudiantes por cada grupo.

En la primera etapa tenían que armar un modelo entre todos los grupos, luego mediante la visualización tenían que determinar cuántos cubos la conformaban, y al final, mediante la visualización tenían que lograr la representación de las vistas auxiliares. A diferencia de los ejercicios anteriores, estas debían de ser codificadas, de forma que tenían que ir identificando la cantidad de piezas perpendiculares a la posición del observador, en cada hilera que conforman las tres vistas.

Por grupo designaron un representante para que en compañía de los otros representantes de cada grupo armaran el modelo tridimensional, así mismo designaron a otro para acercarse al modelo e ir recogiendo la información necesaria de ellos e ir determinando la codificación de las vistas en una primera instancia. Al concretar las formas de la vista, entre los cuatro validarán las propuestas de codificación realizadas por cada integrante, determinado con anterioridad la cantidad de piezas que lleva el modelo.



Imagen N° 22. Situación N° 7. Proceso de representación en 2d de las vistas codificadas.

Alumno 004: aquí van 4 cubos....

Alumno 008: No...esa no es la vista este no va ahí.

Docente: ¿Cómo se ven los cubos, en las vistas?... a ver les replanteo la pregunta, ¿Qué forma geométrica forman los cubos, viéndolos en las vistas?

Alumno 011: Profe, son cuadros...hay que tener en cuenta los que se ven atrás...en mejor primero hacer la vista superior...

Alumno 004: desde aquí no se ve bien...

Docente: Recuerden que pueden acercarse con una hoja o un cuaderno para ir dibujando lo que necesiten...pero manteniendo la distancia de metro y medio

Alumno 012: ¿La isometría termina siendo de 5x 5 x 5 Profe

Docente: Claro...la base es de 5 x 5 unidades, y la torre más alta tiene otras 5 unidades...

Alumno 011: así está quedando bien...mira que las vistas coincidan...

Alumno 003: se ven parecidas al lado y lado, pero aquí tiene un cubo mas...

Alumno 011: por eso, en las vistas queda un poco diferente, la frontal que la lateral.

Alumno 008: Está bien, así como nos quedó profe...terminamos

Docente: Bueno, veo que terminaron tres grupos...esas exponemos...

Corpus realizado con el audio de la clase

El ejercicio de visualización, les permitió reconocer la conformación de la figura, iban validando en parejas lo que pensaban; de tal forma que le argumentaban al compañero y entre los dos tomaban las decisiones para llegar a la respuesta correcta. Lo más importante es que partieron de sus conocimientos previos, ya que el uso del software Cubos & cubos les permitió acercarse al concepto de vistas codificadas; de esta forma argumentaron sus propuestas entre compañeros determinando cual sería la solución acertada. Algunos se dieron cuenta que se debía integrar las tres vistas para buscar la respuesta correcta, mientras que para otros la vista auxiliar superior era la primera que tenía que ser solucionada; ya que esta da una perspectiva de cuantos multicubos se ven desde arriba, siendo para ellos más sencillo para armar las otras dos vistas codificadas.



Imagen N° 23. Situación N° 7. Proceso de representación en 2d de las vistas codificadas.

A medida que se realiza el ejercicio la comunicación entre integrantes de los grupos se vuelve más interesante, el punto de vista de algunos contradice totalmente a los demás, fuera de esto traen a colación los ejercicios realizados en los portátiles en una situación anterior. Estas discusiones enriquecen el aprendizaje, ya que se logra que los estudiantes defiendan su punto de vista argumentando con criterios claros. Cuando validaban una respuesta con algún error, el docente les da alguna pista para que ellos caigan en cuenta y lo puedan corregir. De esta forma fueron logrando los aprendizajes, las parejas validaban el proceso, se corrigen errores y se va llegando a la construcción de sus propios aprendizajes.

Para la segunda etapa de esta situación, se armaron diferentes formas tridimensionales compuestas de siete (7) multicubos por parte de los grupos; basándose en la copia que el docente entregó, en donde estaban planteadas las tres (3) vistas codificadas. Partiendo de esta forma tridimensional armada por cada grupo, los estudiantes debieron llegar a la representación del volumen mediante el dibujo isométrico. Fueron 5 figuras diferentes que se armó cada grupo.

El propósito de esta segunda etapa apuntaba a seguir desarrollando el pensamiento espacial en los estudiantes, cada ejercicio con vistas auxiliares codificadas hace que el alumno se cuestione de cómo y dónde debe ir cada módulo de la forma tridimensional, además de ir realizar el conteo de acuerdo al punto de vista del observador y la validación entre los integrantes para llegar a la representación acertada del modelo tridimensional.

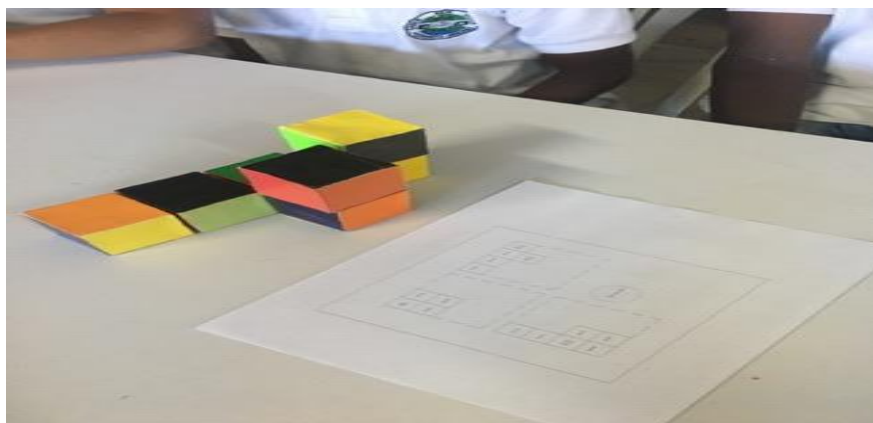


Imagen N° 24. Situación N° 7. Modelo tridimensional de acuerdo a la codificación de las vistas.

Después de lograr la representación tridimensional del modelo, siguiendo las vistas codificadas, los alumnos escogieron a un integrante para que fuera dibujando la representación de

la forma tridimensional en dos dimensiones mediante el dibujo isométrico, los demás compañeros iban aportando argumentos sobre cómo debería ir quedando la representación final. Al final se validó los ejercicios realizados por cada grupo, en donde algunos cayeron en cuenta de sus errores para poder corregirlos y entregar el producto final.

El propósito en estas situaciones, fuera de lograr representaciones tridimensionales, era que mediante la construcción social del aprendizaje los estudiantes fueran construyendo sus propios aprendizajes, partiendo de los saberes que han ido adquiriendo en las situaciones anteriores, y de su interrelación con los compañeros de grupo de trabajo, los otros grupos y del profesor; como se plantea en la teoría constructivista del desarrollo próximo de Vygotsky (2000)

7.4.3.1 Representaciones tridimensionales en las situaciones validación

Alumno 005: contemos los cubos, eso nos sirve para las vistas luego...

Alumno 008: si...esa cantidad debe coincidir con los números en las vistas...

Docente: recordemos algo... ¿Quién nos recuerda cómo se llaman esos números en las vistas auxiliares y para qué sirven?

Alumno 002: Son códigos profe, son números que nos dicen cuántos hexaedros hay de ahí para atrás...

Alumno 009: 5,4,3,2,1... listo...

Necesitamos la superior...

Docente: ¿Bueno y a ustedes les pasa algo...por qué están tan cayados?...

Alumno 011: No profe...es que él nos dice cosas que no son...dice que aquí son cuatro más otros cuatro y nos dice que son seis...

Docente: ¿Ya caíste en cuanta lo que los compañeros te dicen?... tienes un error ¿Cuál es?

Alumno 012: si profe...la suma quedo mala...

Docente: Ok...sigan trabajando... y dialoguen. No se enojen entre ustedes...para eso trabajan en equipo...si alguien se equivoca, ustedes le ayudan

Alumno 011: Si es cierto, profe vamos bien, ya casi acabamos.

Docente: Bueno, el grupo del compañero fue elegido para validar las vistas en el tablero.

Alumno 009: (Validación) Las vistas en la parte de abajo casi siempre se ven números más grandes...es donde más cubos hay...

Estos dos cubos son estos de aquí arriba...atrás no hay nada...por eso solo escribo 2 en las vistas...Abajo si coloco 4, porque son estos 2 mas los otros dos que aparecen al otro lado.

Alumno 011: Lo máximo que puede haber en una hilera son 5 cubos...porque la base es con ese número...si aparece un número mayor esta mala...

Alumno 005: Así como las hizo el compañero nos quedaron...las tenemos también buenas...

Corpus realizado con el audio de la clase.

Se inicia mostrando un corpus de las situaciones validación, en donde se percibe cómo los ejercicios de representación durante las situaciones de validación están llevando a que la mayoría de estudiantes están logrando la comprensión de las formas tridimensionales. Después de pasar por las diferentes situaciones y la implementación de las TIC en el aula de clase, los estudiantes ya identifican que en la parte posterior, que es la zona oculta para ellos, existen piezas (multicubos), que ayudan a sostener a las que son visibles; de esta forma los alumnos van comprendiendo y razonando sobre la conformación de estas formas tridimensionales.

Se puede observar en el corpus anterior, como a través del trabajo cooperativo esta situación didáctica se pudo validar, tanto por parte de los integrantes al interior del grupo, como una validación general de todos los grupos; mostrando cómo debería quedar el ejercicio al finalizarlo. Así mismo muestra los procedimientos de visualización por los cuales pasaron los alumnos, en donde tuvieron la oportunidad de enfrentarse a un modelo real, para poder llegar a su representación, la cual plasmaron en un dibujo isométrico con sus respectivas vistas.

El ejercicio con los multicubos en la situación N° 5, fue muy enriquecedora para los alumnos. El ver la figura ahí presente y no tener que imaginarla en un dibujo, les llamó la atención, de tal forma que las parejas se pusieron de acuerdo rápidamente en cómo enfrentar el problema, mientras se acercaban al modelo y lo dibujaban a mano alzada, el otro desde la mesa empezaba a dibujar la isometría en el formato de dibujo. Cuando se reunieron empezaron a validar lo que cada uno había captado desde su punto de observación y empezaron las primeras argumentaciones de cómo debería verse la figura en la isometría.

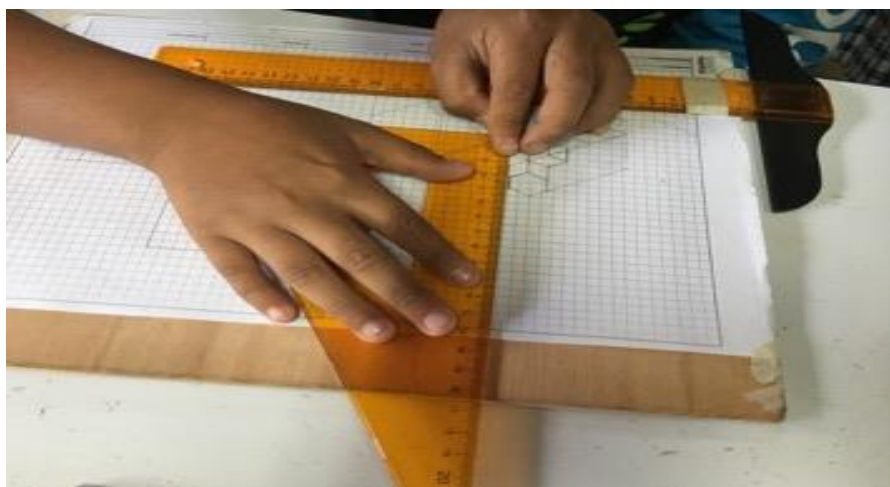


Imagen N° 25. Niño representando el modelo tridimensional con una isometría.

Durante la primera fase de la situación de validación N° 7, el trabajo colaborativo fue fundamental, los 4 integrantes del grupo hicieron un acercamiento a la representación a mano alzada, para confrontar entre ellos las soluciones a las vistas codificadas. Punto a favor, es que ya habían pasado por ejercicios parecidos con el software Cubos & cubos; lo que ayudo a que en este ejercicio los estudiantes visualizaran de forma más sencilla las vistas requeridas.

Después de definir cuál de las propuestas era la más acertada, empezaron a realizar el dibujo final de estas vistas, en donde volvieron a surgir dudas por parte del grupo. Definieron de diferentes formas en cada grupo, como enfrentarse a la realización y comprensión de la codificación de las vistas; tanto así que algunos grupos empezaron contrastando las tres vistas al mismo tiempo para definir el resultado final. Otros grupos prefirieron iniciar por la vista superior, la cual da una perspectiva desde arriba de la distribución real de la forma volumétrica.

Los ejercicios de la última situación didáctica retomaron el tema de vistas codificadas, el cual ya había aparecido en la prueba diagnóstica, sin tener buenos resultados por parte de los estudiantes. Así mismo, ya se había empezado a trabajar en la situación N° 6 con el software Cubos & cubos, sobre vistas codificada.

Este tipo de preguntas aparecen normalmente en las pruebas tipos test, como lo enuncia Gutiérrez (1998). La complejidad de estas es muy marcada cuando nunca se ha trabajado, ya que este tipo de representación no es común que se encuentre en los contenidos de la enseñanza de la geometría. Después de que el niño las enfrentó de dos formas diferentes, las representaciones que parten de vistas codificadas se pudieron realizar, al niño encontrar la secuencia lógica para su interpretación.

Los alumnos pudieron hacer los ejercicios de codificación en dos sentidos, el primero con el software, cuando teniendo un modelo tridimensional, ellos tenían que llegar a la representación de las vistas codificadas durante las situaciones de formulación. El segundo ejercicio fue al contrario, durante las situaciones validación, el docente les pasó unas copias con las vistas codificadas; los estudiantes tuvieron que representarlas en un modelo tridimensional y en una representación plana mediante un dibujo isométrico.



Imagen N° 26. Representación bidimensional, después de construir el modelo tridimensional.

Como se puede observar en la imagen N° 27, en este ejercicio ya se maneja un proceso mayor de complejidad. Se parte de las vistas codificadas, en donde se decodifica la información dada por el docente con unas copias donde aparecen 3 vistas codificadas, los niños en grupo formulan y validan cómo se debe armar el modelo tridimensional; cuando se logra validar la información correctamente construyen el modelo tridimensional. Por último, se procede a realizar la representación bidimensional del modelo tridimensional mediante una isometría; en este proceso los estudiantes han elegido a un integrante para realizar la representación isométrica, mientras los otros compañeros van formulando y validando cómo va quedando este dibujo y encontrando errores para irlos corrigiendo.

Durante las dos situaciones de Validación se dieron los siguientes resultados, mostrados en la tabla N° 13. Se puede observar los promedios cuantitativos logrados en los diferentes ejercicios que realizaron los estudiantes; los desempeños aquí calificados son resultado del seguimiento de los procesos, y no solo del producto final:

De acuerdo a la tabla anterior, los estudiantes “muestra”, alcanzaron los siguientes niveles de desempeño durante las situaciones de validación:

Desempeños: **S**: superior, **A**: alto, **BS**: básico, **B**: bajo.

Tabla N° 11, Desempeños cognitivos en las situaciones validación, estudiantes “muestra”

Códigos estudiantes	005				008				011			
	S	A	BS	B	S	A	BS	B	S	A	BS	B
Desempeño cognitivo.												
Codifica y decodifica información referente a las formas tridimensionales.		75			100				100			
Representa objetos tridimensionales en diferentes posiciones y desde distintos puntos de vista.		75			100				100			
Demuestra habilidad en el uso del lenguaje matemático; Valida, formula, propone y hace descripciones con el objeto matemático.	100					75			100			
Total	83%				91%				100%			

Código 005: Nivel superior con 83%

Código 008: Nivel superior con 91%

Código 011: Nivel superior con 100%

Durante el seguimiento que se realizó a los estudiantes “muestra”, según las tablas localizadas en los anexos O y Q, se establece criterios cualitativos de los estudiantes durante las dos situaciones de validación. Se especificará el mejor criterio de desempeño y el que presentó alguna dificultad durante estas situaciones.

Código 005:

Para destacar: Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo.

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas

Código 008:

Para destacar: Demuestra su aprendizaje mediante la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo.

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas.

Código 011:

Para destacar: Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo.

Dificultades: No presento ninguna dificultad en la implementación de las situaciones didácticas.

8. ANÁLISIS

El análisis de este trabajo de grado se realizó siguiendo las categorías de análisis previstas con anterioridad, por último se reflexiona sobre los resultados entre la prueba diagnóstica y la prueba final.

8.1 Situaciones didácticas

Las situaciones didácticas que se implementaron durante este trabajo de grado parten de la teoría de Brousseau (citado por Cabanne, 2006). Se diseñaron ocho situaciones didácticas, de las cuales se implementaron dos situaciones de acción, tres situaciones de formulación y otras dos situaciones de validación. La última situación es la situación de institucionalización, en esta situación, los estudiantes deben dar valor a sus saberes elaborados y adquiridos durante las otras tres situaciones didácticas. Así mismo, al docente le compete recapitular las acciones de los estudiantes, detallando que pasó durante estas situaciones y asociarlo con los conocimientos adquiridos acerca de las representaciones de objetos tridimensionales por parte de los estudiantes de 6°. La situación de institucionalización esta propuesta implementarla posteriormente, después de terminada esta investigación y teniendo ya los resultados de este trabajo investigativo; se organizará una sección en donde estarán los estudiantes de 6° y el docente, quienes participaron durante la implementación de las secuencias didácticas, además de los otros docentes del área de matemáticas y las directivas de la institución educativa.

El diseño de estas situaciones didácticas muestran las tácticas usadas para que los estudiantes movilizaran sus saberes, llevándolos a conseguir los aprendizajes significativos; desarrollando el pensamiento espacial y respondiendo a la competencia matemática de comunicación y representación, además de responder con los estándares que involucran las representaciones de objetos tridimensionales.

En las competencias de comunicación y representación se resalta la capacidad del alumno por identificar conceptos matemáticos y ser capaz de describir relaciones mediante tablas, gráficas, expresiones simbólicas, además de la interpretación del lenguaje matemático; manifestándose durante las situaciones cuando los niños se enfrentaron a problemas de tratamiento y de conversión, Según Godino (2003), permitiendo que los alumnos se acercaran a la noética del objeto matemático, mediante el uso de diferentes lenguajes.

En el caso de los estándares, la representación tridimensional se trabajó con el uso de varios medios, como lo plantea Brouseeau(2007), estos deben acercar al sujeto al objeto matemático, de forma que, mediante el uso del dibujo isométrico; usado como representación bidimensional, el uso de los multicubos; para conformar modelos tridimensionales, y la implementación de las tic en el aula de clases; se organizó la metodología de las situaciones didácticas para responder al objetivo de este trabajo de investigación.

8.1.1 Situación acción.

Durante la situación acción, los estudiantes tuvieron que resolver dos talleres de forma individual. La propuesta de esta situación, se dirigió a que el estudiante partiera de saberes previos, recordando temas que vieron durante la primaria y en el primer periodo de este año escolar. A partir de estos saberes ya interiorizados, los alumnos fueron adquiriendo nuevos saberes, o reestructurar los que ya tenían. La actividad constante durante las situaciones lleva a los niños a la construcción de su propia realidad, como está planteado en la teoría de Piaget (citado por Villar, 2003)

Cuando el niño tiene que enfrentar el problema de forma individual, moviliza sus conocimientos en búsqueda de la respuesta requerida. Esto se hizo visible durante el proceso de los ejercicios, los niños mostraban gran interés participando activamente y formulando constantemente interrogantes al docente, a lo cual él respondía con otra pregunta; este momento particularmente podría parecer un obstáculo, pero movilizaba a que los niños descubrieran los procedimientos necesarios para llegar a la respuesta requerida.

En la situación acción, los estudiantes lograron por primera vez acercarse al objeto matemático mediante el desarrollo del mismo, para lo cual realizaron el primer ejercicio de visualización para llegar a la representación del mismo. En algunas preguntas se involucraron el pensamiento numérico y el pensamiento variacional, con el fin de hallar áreas y volúmenes. Con estos procedimientos los niños utilizaron diferentes sistemas de representación semiótica, enfrentándose a problemas didácticos de tratamiento (identificando las diferentes formas en que se representa en el lenguaje aritmético), y de conversión (Pasar de un lenguaje a otro distinto), Siguiendo los planteamientos de Duval (citado por D`Amore, 2005. p. 31).

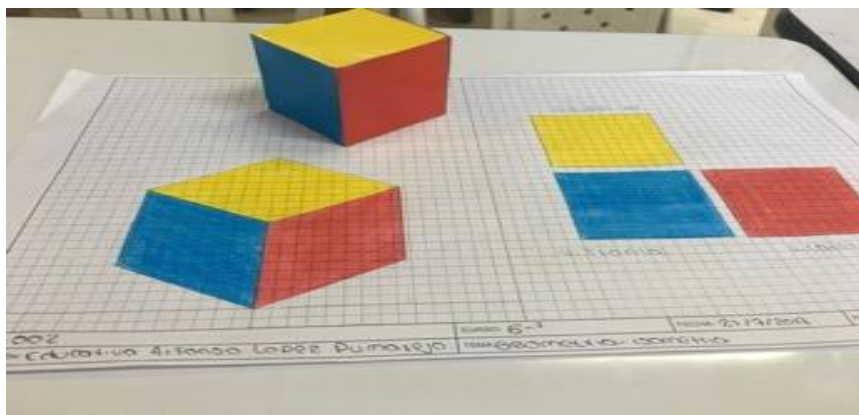


Imagen N° 27. Producto final, representaciones bidimensional y tridimensional.

Detallando un poco los logros en estas situaciones de acción, el alumno empezó a enfrentarse con problemas matemáticos del pensamiento numérico; el estudiante logró asimilar los diferentes sistemas de representación en el objeto matemático “El Cubo”, según D`Amore (2005). El estudiante pasó del lenguaje natural: “El cubo”, al lenguaje aritmético: Volumen: L^3 , de la misma forma pudo realizar problemas de tratamiento al entender que $L \times L \times L$ es igual a L^3 . Por último, con el dibujo isométrico realizó problemas de conversión, en donde convirtió el L^3 del lenguaje aritmético a una representación en un dibujo tridimensional, del lenguaje pictórico; llegando a mostrar por ultimo los cambios que se dan cuando se presenta las variaciones en la medida de una arista. De esta forma, el estudiante logró acercarse al significado del objeto matemático llegando a la “Noética”, la cual es la comprensión a la que se llega después de pasar por los diferentes registros semióticos; como lo plantea D`Amore (2005).

Esta situación planteo la realización de diferentes tipos de ejercicios, en donde tuvo que partir de saberes previos, además de las preguntas que les hacía el docente, lo que sirvió como detonante para hacer que el estudiante activara esos saberes; redefiniendo algunas veces lo que creía previamente y llegando a la solución de los problemas. Así, durante las situaciones acción, los alumnos pasaron por ejercicios de representación mediante una isometría teniendo en cuenta el modelo construido tridimensionalmente, además de visualizar las vistas auxiliares por colores, de acuerdo al punto de vista del observador. Después se pasó a un ejercicio más complejo, ya que primero tuvieron que resolver un problema aritmético sobre las variaciones de la medida de la arista, partiendo de este ejercicio debían representar las variaciones en un dibujo isométrico, representando como el cubo crecía proporcional al cambio de la medida en la arista. De esta forma

la interrelación de diferentes pensamientos matemáticos como, el numérico, el variacional y el métrico; fueron fundamentales para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial. Como se menciona que debería realizarse desde los estándares básicos de competencias MEN (2006).

Los tres estudiantes “muestra” obtuvieron resultados sobresalientes durante las situaciones de acción, en donde lograron desempeños superiores, destacándose que describen efectivamente los procesos en los problemas de tratamiento y de conversión, además de la habilidad del uso del lenguaje matemático, al conocer las particularidades del objeto matemático, acercándose con esto al significado del de este, como lo plantea D`Amore (2005). De forma individual se enfrentaron con diferentes problemas planteados, de modo que estos mismo los fueron retroalimentando, obteniendo información vital que les servirá para enfrentar los otros tipos de situaciones. Así, siguiendo la teoría de Brouseeau (2007), los alumnos fueron determinando conocimientos implícitos que se fueron formando de manera individual, lo que el autor llama “Modelo implícito”, llevando a los alumnos a tomar las decisiones que creían que eran acertadas y que corroboraron al finalizar los ejercicios con la intervención del docente; al momento de ratificar aciertos y errores realizados por ellos.

En resumen, durante estas situaciones de acción, loa alumnos se acercaron al significado del objeto matemático, entendiendo la relación del lenguaje aritmético con el lenguaje pictórico. De la misma forma lograron relacionar el cubo como elemento geométrico y como medida para determinar volúmenes en las operaciones matemáticas; alcanzando al final las representaciones tridimensionales, teniendo en cuenta los diferentes elementos que conforman el hexaedro, como vértices, caras y aristas; de esta formar identificando el desarrollo del cubo y posteriormente construirlo como una representación tridimensional tangible.

La utilización de los diferentes lenguajes matemáticos, y la habilidad que van adquiriendo los alumnos al manejar expresiones aritméticas que contienen formulas y símbolos, los van llevando a adquirir la competencia de representación, notándose esto al hacer buen uso e interpretar el lenguaje matemático.

8.1.2 Situación formulación.

Las situaciones de formulación se caracterizaron por que los alumnos empezaron a trabajar en parejas, aquí se hace visible la propuesta de la teoría de las situaciones de Brousseau (2007), en donde la idea es que los alumnos logren una comunicación en donde se proponga una estrategia para llegar a los resultados. El propósito de estas situaciones estaba dirigido a que entre dos compañeros formularan métodos para responder a las consignas que el docente les había propuesto; volviéndose relevante la comunicación que se da entre los dos pares. Durante esta situación resolvieron el taller N° 2 de la situación N° 3 y resolvieron problemas de representación tridimensional durante las situaciones N° 4 y N° 6, en las cuales se implementó el uso de las TIC en el aula, con el software Cubos & cubos.

Durante la situación de formulación N° 3, los estudiantes pasaron por problemas de representación tridimensional que incluían la rotación de la forma y el conteo, para luego determinar volúmenes y áreas, además de seguir con problemas de conversión como los que ya se habían planteado anteriormente. La comunicación entre pares fue vital, en la primera pregunta, cada uno argumentaba como debía girar la forma tridimensional para poder localizar las dos figuras iguales. En la segunda pregunta debían determinar la cantidad de multicubos que conforman un sólido tridimensional; aunque el ejercicio parece muy fácil, el docente se dio cuenta que en los argumentos entre compañeros había muchas diferencias para colocarse de acuerdo.

En esta situación, el trabajo colaborativo se hizo presente, no solo entre la pareja, sino la interrelación que se dio con el docente durante la realización del taller, como se plantea en la teoría de “desarrollo Próximo” de Vygotsky(2000), en donde los estudiantes se apropian del conocimiento gracias a la intervención de los contextos sociales. Así, el docente detectó errores en los argumentos que algunos niños discutían con sus pares en los ejercicios de representación tridimensional, confundían la rotación que tenían que realizar, con el concepto de simetría; ya que pensaban en rotación, como si fuera el uso de un espejo para voltear la figura. Para que logran una solución más acertada, el docente les aconsejó que dibujaran la figura en un papel, y se fueran imaginando como rotarla sobre el eje que era la columna vertical que aparece en la figura.

De esta forma, las preguntas que hizo el docente movilizo los saberes en los niños; así, los alumnos empezaron a reformular sus primeros argumentos para encontrar la representación exacta y hallar la respuesta correcta. Con estos ejercicios se logró la transformación de la forma de representar mentalmente las formas tridimensionales, de forma independiente por cada alumno; pero construcción realizada con base en el trabajo en sociedad. Vigotsky (2000)

Durante las situaciones de formulación N° 4 y N° 6, se realizó la implantación de las TIC en el aula. Se rediseñaron algunas actividades de aprendizaje; las isometrías que se dibujaban, ahora eran manipuladas e interpretadas mediante la interrelación con las Tics, logrando llegar al nivel de transformación (Modificar) del modelo SAMR de Puentedura (citado por Carione, 2015), Con esta intervención, los ejercicios que los niños acababan de realizar en la situación N° 3, se volvían más fácil, ya que la rotación de los objetos tridimensionales lo podían realizaban de forma virtual con el software Cubos & cubos; logrando una visualización del objeto en cuestión de una forma mucho más rápida y fácil, pero siempre desde un trabajo colaborativo, enmarcado en las comunicaciones que se dan entre pares para llegar a una solución, la cual ha sido concertada antes de tomar una decisión y marcar una respuesta.



Imagen N° 28. Grado de 6°1, Uso de las TIC en las situaciones de formulación.

De acuerdo a la tabulación mostrada en la tabla N° 8 de la situación N° 4, cuyos datos fueron tomados durante los 8 ejercicios de visualización de las vistas de una forma tridimensional; se puede ver como en el primer ejercicio, 4 de las 6 parejas no acertaron ninguna vista, a pesar que era uno de los ejercicios más fáciles. En la interrelación con el docente, este les da una pista,

diciéndoles que tocando la forma tridimensional con el puntero del mouse podían hacer girar la figura; algunos se fueron percatando de las posibilidades que les da el programa mientras lo manipulaban, realizando la visualización de las vistas de forma más fácil. De esta forma, en los ejercicios posteriores se vio cómo las parejas iban acertando en mejor proporción las vistas de las formas tridimensionales.

En estos ejercicios con la implementación de las TIC dentro de las situaciones de formulación N° 4 y N° 6, se destaca como los 3 estudiantes “muestra”, quedaron con buenos resultados, el resultado más bajo en la Tabla N° 8 quedo por encima del 63%, mientras que en los ejercicios tabulados en las tablas N° 9 y N° 10 el mas bajo puntaje quedo en 75%, mostrando con esto que de apoco seguían en el camino del desarrollo del pensamiento espacial, enfatizando el trabajo colaborativo; en donde el aporte de cada uno de los integrantes es vital en la construcción de los conocimientos del otro compañero, metodología que parte de la teoría constructivista de Vygotsky (2000).

En las situaciones de formulación, la integración de las TIC en el aula de clase marco una pauta muy importante, esta herramienta tecnológica llevo a que los niños realizaran ejercicios de visualización espacial, llegando a la rotación de los objetos de forma virtual, para al final poder formular posibles respuestas entre pares llegando a resultados muy favorables, reflejados en las tablas de resultados antes mencionadas. De igual forma, el conteo, la codificación y decodificación planteados en algunos ejercicios en medio del uso del software, ayudo a los alumnos a conocer nuevos métodos para llegar a la visualización y por ende a la representación mental de los objetos tridimensionales.

8.1.3 Situación validación.

La situación validación, se presentó durante las situaciones N° 5 y N° 7, ver anexos F y H (p. 161 y 164). En estas situaciones loa alumnos trabajaron en grupos, fortaleciendo el trabajo cooperativo y la construcción de aprendizajes desde la teoría de “zona de desarrollo próximo” de Vygotsky (2000); durante la situación N° 5 lo hicieron en parejas y en las dos etapas de la situación N° 7 trabajaron en grupos 4 alumnos. Durante estas situaciones los alumnos lograron plantear argumentos y demostraciones, buscando convencer a sus compañeros de que las soluciones que

ellos plantean eran acertadas; al final, se hace una validación con todos los grupos, para determinar aciertos y errores en cada grupo.

En la situación N° 5, los estudiantes tuvieron que llegar a una representación isométrica del modelo tridimensional construido por el profesor, luego tenían que visualizar y representar las vistas ortogonales, de acuerdo al punto de vista del observador. El hecho de que este tipo de ejercicio fue trabajado en una situación anterior con la implementación de las TIC, favoreció de buena forma este trabajo. Dio pie a tener aprendizajes previos, ayudando a la discusión de cómo debería solucionarse las vistas, así cada estudiante valida sus argumentos, encontrando ellos mismos errores en algunas apreciaciones y construyendo sus aprendizajes mediante el trabajo colaborativo; con la intervención de sus pares, como lo plantea Vygotsky (2000).

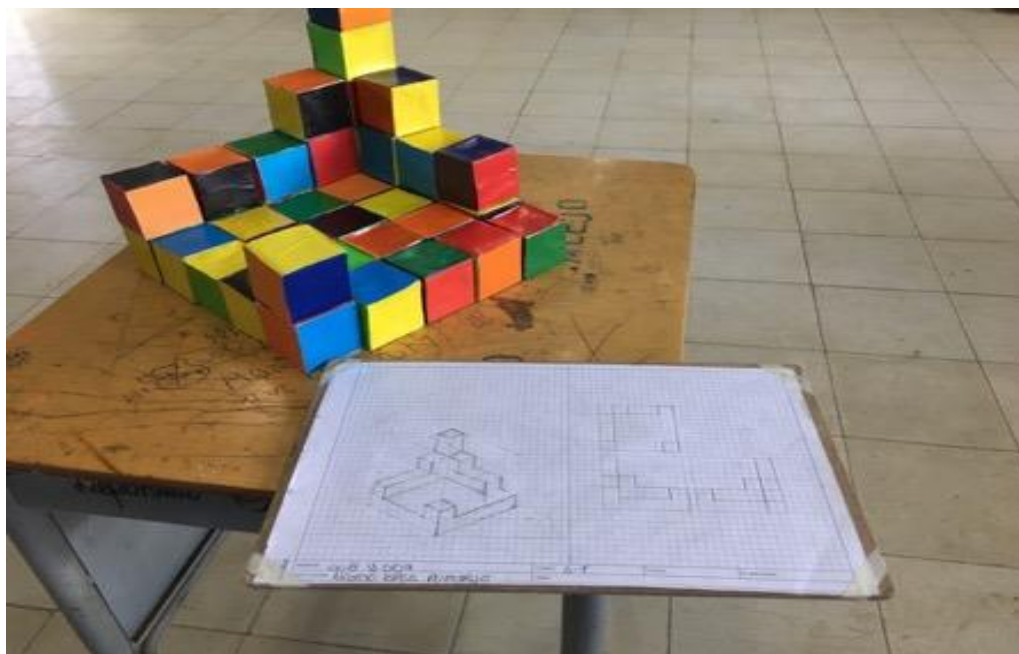


Imagen N° 29. Producto final, Isometría y modelo tridimensional.

La primera etapa en la situación N° 7, se caracterizó por que los alumnos tenían que decodificar la forma tridimensional que ellos mismos habían construido como modelo, para luego realizar la codificación respectiva en las vistas. Un gran apoyo fue el haber trabajado este tipo de ejercicios con el software Cubos & cubos; ya que sirvió como un aprendizaje previo, llevando a los aprendizajes significativos, como lo plantea Ausbel, según Moreira (2008), el cual menciona que debe llegarse a una interrelación de los nuevos conocimientos con los que posee el niño, así el

concepto existente se va modificando en su estructura cognitiva. Al final, los niños realizaron la argumentación entre pares, validando una propuesta que respondía a la consigna dada por el docente.

La codificación de las vistas, fue otra estrategia utilizada para el logro de la representación de las formas tridimensionales. Con la ayuda de códigos (Números), que muestran la cantidad de hexaedros que conformaban cada hilera de una vista; los niños pudieron interpretar y realizar el ejercicio mental de interrelacionar las tres vistas al mismo tiempo, para lograr la construcción tanto mental como físicamente, de la forma tridimensional.

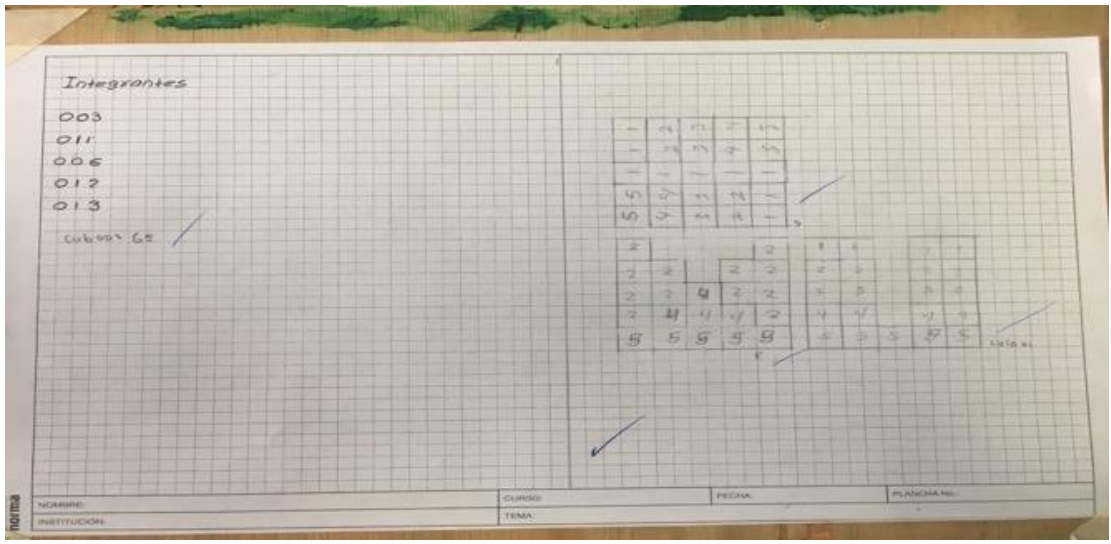


Imagen N° 30. Situación N° 7, Vistas codificadas.

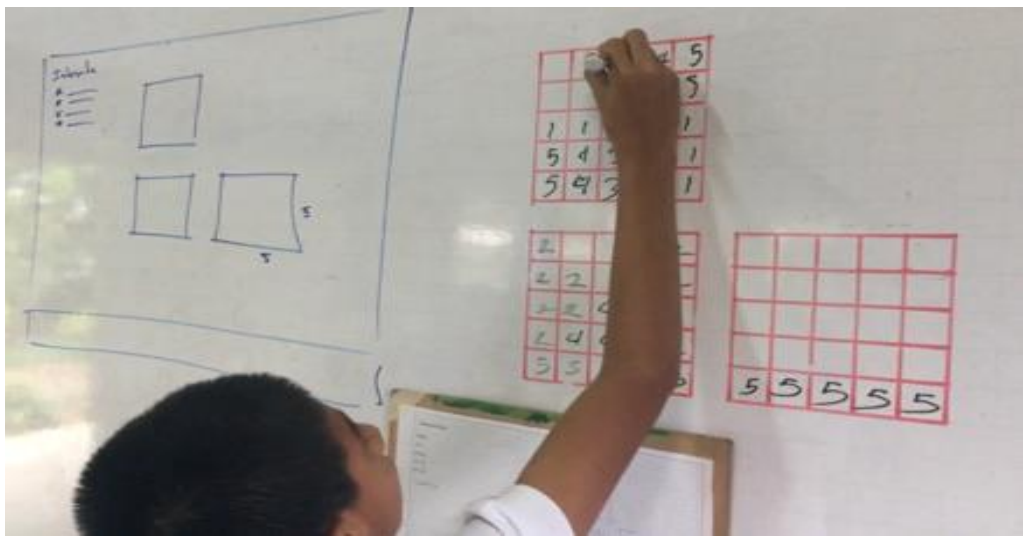


Imagen N° 31. Alumno validando las vistas codificadas.

Para la segunda etapa de esta situación, se armaron diferentes formas tridimensionales compuestas de siete (7) multicubos por parte de los grupos; basándose en la copia que el docente entregó, en donde estaban planteadas las tres (3) vistas codificadas. Partiendo de esta forma tridimensional armada por cada grupo, los estudiantes debieron llegar a la representación del volumen mediante el dibujo isométrico. Fueron 5 figuras diferentes que se armó cada grupo.

En cada ejercicio, los alumnos validaron mediante sus propios argumentos la forma de realizar cada ejercicio ante sus compañeros de grupo. Al finalizar entre los grupos que terminaron se escogió uno para que se hiciera la validación general del ejercicio, en donde todos comparaban sus proceso y resultados con el que era expuesto, analizando errores y aciertos en sus propios trabajos, y observando la representación generada por los otros grupos.

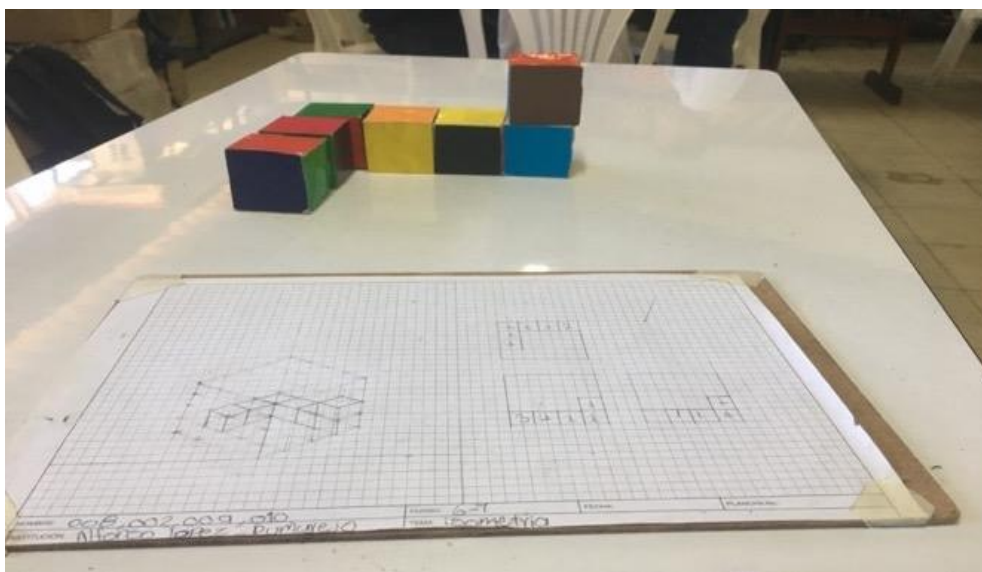


Imagen N° 32. Situación N° 7. Producto final: Modelo tridimensional, isometría y vistas codificadas.

Durante las situaciones validación, se observó como los alumnos formulaban estrategias para llegar a las soluciones de los ejercicios, mostrando aciertos y errores en el proceso, apareciendo procesos de corrección para al final lograr validar que la información final era verdadera y así obtener soluciones acertadas en los diferentes ejercicios, siguiendo la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

Los resultados durante las situaciones de validación, terminan por corroborar la adquisición de los aprendizajes por parte de los niños del grado 6º, logrando llegar a las representaciones mentales, demostradas en los productos finales, tales como la construcción de formas tridimensionales siguiendo patrones dados, la visualización y representación de las vistas auxiliares ortogonales, y la codificación y decodificación de las formas tridimensionales en sus vistas auxiliares. Demostrando que los resultados obtenidos en la prueba final, es el fruto de la implementación de las diferentes situaciones didácticas, y de los aprendizajes significativos adquiridos, enfocados en ejercicios de las representaciones tridimensionales y la implementación de las Tic en el aula de clases.

La tabla N° 11, en donde aparecen los datos de los resultados obtenidos por los estudiantes “muestra”, indican que estos alumnos quedaron en niveles de muy superior, al obtener el desempeño mas bajo entre ellos del 83% de aciertos en los ejercicios asignados. Se resalta en esta tabla de resultados, el desempeño en donde los alumnos demuestran habilidades en el uso del lenguaje matemático, formulan, validan y hacen descripciones con el objeto matemático, además durante el seguimiento cualitativo de los participantes, se destaca que los alumnos demuestran sus aprendizajes a través de su participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo.

8.2 Representaciones tridimensionales.

En este apartado se analizará los logros alcanzados en los ejercicios de representaciones tridimensionales durante las situaciones didácticas nombradas anteriormente. Se busco con estas situaciones didácticas mejorar las representaciones de figuras tridimensionales, tal como se plantea desde el componente geométrico métrico del MEN, citado por (Gómez 2011), se relaciona la construcción y manipulación de objetos tridimensionales y su representación bidimensional, teniendo en cuenta sus relaciones, características y transformaciones.

Durante las situaciones de acción, las representaciones tridimensionales partieron de ejercicios básicos, en donde las representaciones tridimensionales se enfocaron en la construcción de un modelo tridimensional en cartulina, el cual identificaban sus caras con diferentes colores de papel silueta; para este proceso, resolvieron en el primer ejercicio el “desarrollo” ideal para poder construir el hexaedro.

A partir de ahí, se efectuaron ejercicios en donde los alumnos tenían que manejar los diferentes lenguajes matemáticos, para ir comprendiendo el significado del objeto matemático. Como se vio en el capítulo de la situación acción, los alumnos de manera individual, empezaron a resolver problemas de tratamiento (maneja diferentes formas de representación aritmética), y de conversión (pasando del lenguaje aritmético al lenguaje pictórico), y logrando entender que el cubo aparte de ser una forma tridimensional, también hace parte de las unidades de medida, en este caso, la unidad de medida para los volúmenes.

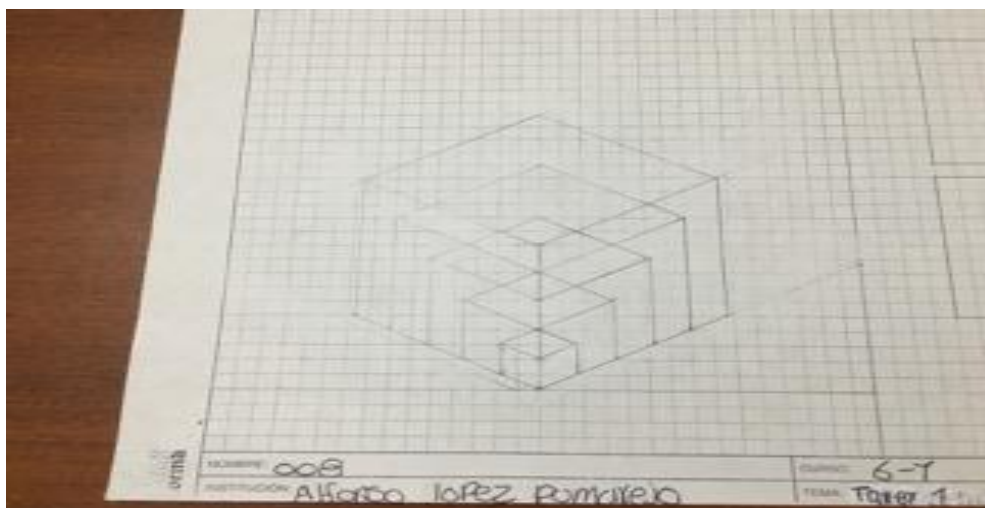


Imagen N° 33. Producto final. Isométrico variaciones.

En otro de los ejercicios de representación tridimensional durante la situación acción, aparece el pensamiento variacional, en donde el logro más relevante, fue el manejo por parte de los estudiantes de los problemas de conversión, en donde los niños cambiando el valor de la arista en un proceso aritmético, encontraban como iba creciendo el volumen del hexaedro, llevándolo luego a la representación con el lenguaje pictórico, en donde los alumnos lograron hacer el paralelo entre los dos tipos de lenguajes matemáticos, como lo propone D' Amore (2005), quien dice que la construcción de los conceptos matemáticos se van dando a medida que el alumno aumenta su capacidad de usar varios registros de representaciones semióticas de forma que se va llegando a la noética del objeto matemático en cuestión.

Durante las situaciones de formulación, apareció el uso de las TIC en el aula, usando el software de Cubos & Cubos se pudo lograr un acercamiento muy representativo al momento de visualizar las formas tridimensionales y llegar a su representación mental acertada, así como plantea sus creadores Hoyos & Acosta (2014), este software permite a los alumnos el desarrollo de la visualización espacial, la capacidad del calculo de volúmenes y el manejo de las perspectivas, a través del manejo de sus componentes en las formas tridimensionales que son las unidades cubicas.

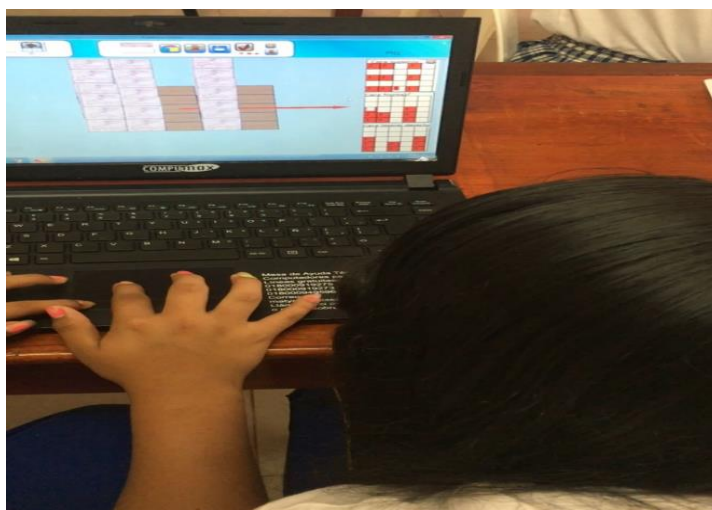


Imagen N° 34. Visualización de objetos tridimensionales con el uso de las TIC.

En las situaciones validación, se utilizo el modelo tridimensional construido por los mismos alumnos, para que al igual que el software como paso en las situaciones anteriores, se utilizaran estas unidades cubicas para construir formas mas complejas para que los alumnos pudieran visualizar, y llegar tanto a su representación mental como bidimensional mediante el dibujo isométrico.

Aquí las representaciones tridimensionales se lograron a partir del trabajo colaborativo, en donde los estudiantes formulaban los procesos que debían seguir y dependiendo de los aciertos o errores que los compañeros encontraban llegaban a la validación de la respuesta que por grupos creían que estaba correcta. Se realizaron tres clases de ejercicios, en uno el docente construía una forma tridimensional, en el segundo ejercicio los mismos alumnos hacían una forma tridimensional

con las unidades cubicas y en el ultimo ejercicio el docente les planteo diferentes formas tridimensionales que tenían que hallar siguiendo vistas codificadas dadas por el docente.

En el otro de los ejercicios de representación tridimensional, al igual que se detectó en un ejercicio similar de la prueba diagnóstico, algunos alumnos realizan el conteo de los multicubos, pero solo de los que son visibles a primera vista, para lo cual el docente les pidió que se imaginaran que podían rotar esa figura, así mismo les pregunto, ¿si era posible que el hexaedro que estaba en la parte más alta, no tenia en que apoyarse o estaba en el aire?

De esta forma, las preguntas que hizo el docente movilizó los saberes en los niños; así, los alumnos empezaron a reformular sus primeros argumentos para encontrar la representación exacta y hallar la respuesta correcta. Con estos ejercicios se logró la transformación de la forma de representar mentalmente las formas tridimensionales, de forma independiente por cada alumno; pero construcción realizada con base en el trabajo en sociedad. Vigotsky (2000)



Imagen N° 35. Visualización y representación con una isometría de una forma tridimensional.

En resumen, durante las situaciones didácticas se enfatizó en lograr la visualización acertada de los objetos tridimensionales para lograr su representación, tanto mental, como bidimensional en un dibujo isométrico o en el campo virtual con el uso de las TIC, además de la construcción de modelos tridimensionales tangibles. Según los logros encontrados en las tablas de tabulaciones desde la N°8 hasta la tabla N° 11, los alumnos “muestra” del grado 6°1 lograron puntajes altos y

superiores en los desempeños de representar objetos tridimensionales en diferentes posiciones, codificar y decodificar información para entender las formas tridimensionales y construir figuras planas o sólidas con medidas establecidas.

La implementación de las diferentes situaciones didácticas, fortalecieron a los alumnos al momento de enfrentarse a las formas tridimensionales, ya no solo tenían que observarlas, sino visualizarlas, construirlas, bidimensionalmente y tridimensionalmente; así como se plantea desde los Estándares de Matemáticas del MEN (2006), la geometría se debe dirigir al actuar sobre el espacio, hay que hacer cosas, construir, dibujar, producir y retomar de estos esquemas los elementos que le sirvan al estudiante para llegar a conceptualización y la representación interna.

8.3 Implementación de las TIC.

La implementación de las TIC en este trabajo de investigación permitió la generación de cambios en la forma de aprender geometría con el software Cubos & Cubos. Así, siguiendo el modelo SAMR de Puentedura, citado por Carione (2015) y por López (2015), se planificaron procesos durante estas situaciones didácticas con los cuales el docente logró llegar a la fase de Modificación perteneciente a la etapa de Transformación de este modelo. En un principio se logró reemplazar unas herramientas como el lápiz y el papel, agilizando y mejorando la forma de la realización de diversos ejercicios, logrando al final el mejoramiento académico de los estudiantes, ya que, gracias a la incorporación de este software, se pudieron encontrar nuevas formas de visualizar los objetos tridimensionales al poder rotarlos y observar las partes que normalmente quedan ocultas cuando se observa una figura de forma estática.

El software Cubos & Cubos, permitió a los estudiantes la oportunidad de girar las figuras y buscar la totalidad de los hexaedros; observándose que los errores en que ocasionalmente incidían, pasaban por dejar de contar un módulo que no era fácilmente observable. En este sentido, según López (2003), el programa le facilita al estudiante: a) explorar, gracias a la flexibilidad de los manipulables, las figuras geométricas de maneras que no son posibles con figuras Físicas (cambios en forma o tamaño, cambios generales o particulares, etc.); b) realizar procesos de composición y descomposición de formas (realizar unidades compuestas, descomponer un hexágono en otras formas como triángulos, etc.); c) conectar el aprendizaje geométrico/espacial al aprendizaje numérico, relacionando dinámicamente ideas y procesos numéricos con las ideas de los estudiantes

sobre formas y espacio; y, d) permitir que se detenga la aplicación en cualquier momento del proceso si se requiere tiempo para pensar sobre éste. Además, puede repetirse si se desea ver nuevamente parte de esta o ensayar otras respuestas.

Al final, los resultados generales del uso de las TIC fueron muy satisfactorios, ya que las diferentes parejas lograron estar en el rango entre 80 y 100% de aciertos, a pesar de la complejidad de algunos ejercicios que el software escogía aleatoriamente.

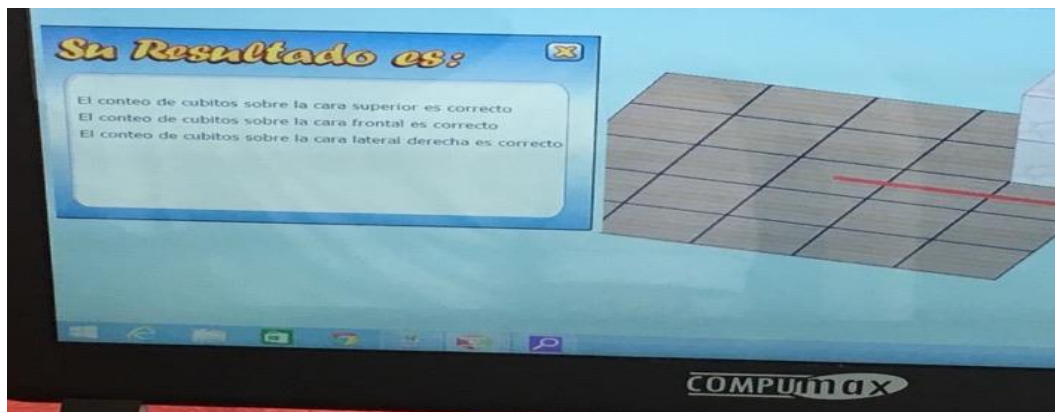


Imagen N° 36. Situación N° 6 Etapa 2. Software mostrando el resultado de un ejercicio

Observando los resultados de la etapa 2, registrados en la tabla N° 10, en los ejercicios de codificación y decodificación, se resalta los pocos errores obtenidos, cada pareja solo registró un error. La explicación del docente en el tablero, hizo caer en cuenta a los estudiantes que la visualización por medio de la codificación era comprensible, y que, a pesar de verse complicada en la prueba diagnóstica, este es un método mucho más fácil para determinar cómo está constituida la forma tridimensional; teniendo en cuenta la información que se coloca por medio de los códigos en las vistas auxiliares.

En estas situaciones a raíz del uso del medio tecnológico, los estudiantes demostraron gran motivación por participar y por querer superar los retos que el ejercicio les colocaba. Es así como las situaciones didácticas, tal como lo plantea Brousseau (2007), llevan a una construcción que conduce a la comprensión de las interacciones sociales entre el saber matemático, los alumnos y el docente; pero para que se produzca el conocimiento deseado, debe existir un “medio”, el cual puede partir de juegos o desafíos que hagan que el estudiante movilice sus saberes en post de conseguir un resultado.

El poder asimilar las formas tridimensionales virtuales con las formas de la realidad, ayuda de buena forma, ya que en muchos casos hoy día es más fácil acceder a un computador o a un teléfono inteligente para realizar ejercicios con formas tridimensionales, que poder llegar a construir estas formas tangiblemente, por tiempos y espacios apropiados para ello. Así mismo, Olivella (2015) plantea que el uso de la tecnología permite el desarrollo de la capacidad espacial de los estudiantes, siendo esta una herramienta utilizada en los métodos de entrenamiento de la visualización espacial. Estas nuevas tecnologías se pueden tener al alcance de los alumnos en cualquier momento y lugar, refiriéndose al aprendizaje ubicuo, que señala que puede hacerse desde cualquier momento y lugar.

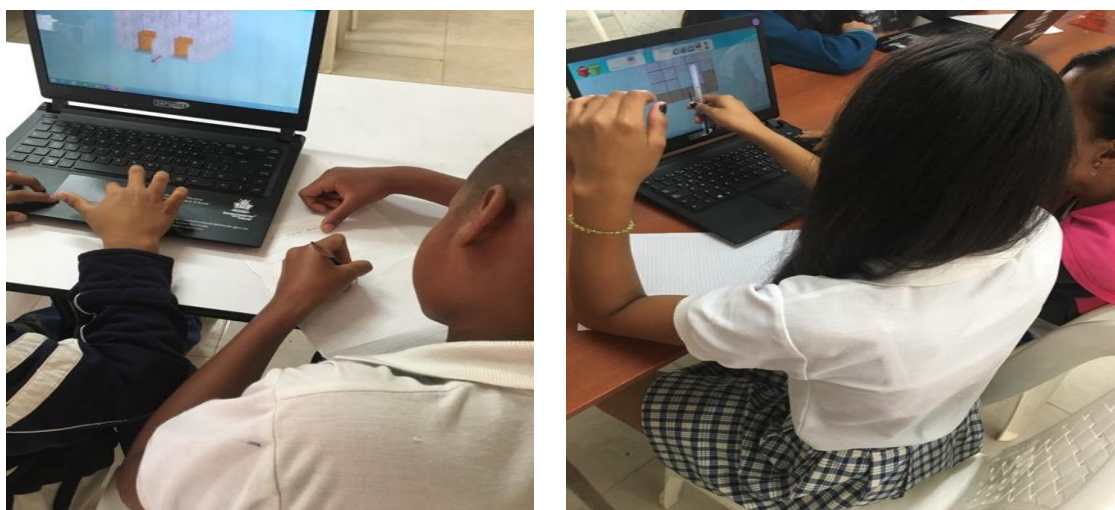


Imagen N° 37 y 38. Situación N° 6. Trabajo colaborativo desde el manejo de las Tic

De igual forma, con la implementación de las TIC, los estudiantes tuvieron la posibilidad de seguir acentuando el trabajo cooperativo, referido por Vigotsky (2000), de forma que entre compañeros toman decisiones conjuntas para llegar a las respuestas acertadas. También tuvieron la oportunidad de comparar el proceso que se hace para hallar las vistas con el dibujo isométrico, al observar las nuevas posibilidades que les da el programa; entre ellas el hecho de ubicar los cubos en cada vista de forma más rápida y de rotar el objeto para tener mejores posibilidades de acertar en las vistas. Así, la manera en que el estudiante logra la visualización de las formas tridimensionales y el desarrollo del pensamiento espacial fue en progreso, a medida que se presentaron nuevas situaciones didácticas, y en este caso, con el uso de un nuevo medio, respondiendo a la teoría de las situaciones de Brousseau (2007).

8.4 Prueba diagnóstica – prueba final.

Se notan cambios sustanciales en los desempeños logrados en las dos pruebas, en la prueba diagnóstica, solo contaban con sus saberes previos; lo que el niño hubiera podido apropiarse de conceptos geométricos durante su primaria y el primer periodo del 6° en secundaria, mientras que en la prueba final, los alumnos ya habían pasado por la implementación de las situaciones didácticas basadas en la teoría de Brousseau (2007); en donde tuvieron la oportunidad del manejo de medios como el dibujo isométrico y la implementación de las TIC en el aula de clase.

De esta forma se puede observar que de los tres niños muestra, durante la prueba diagnóstica, un solo alumno quedó logro llegar a un 61% de aciertos en sus respuestas. Haciendo un paralelo de los resultados de la prueba diagnóstica con los resultados de las pruebas saber, se puede observar que los desempeños de matemáticas en las pruebas saber de 5°, obtuvieron un resultado de muy débil en el pensamiento geométrico métrico; evidenciando de este modo la necesidad de mejoramiento y fortalecimiento en el desarrollo del pensamiento espacial. Así, después de implementar las diferentes situaciones didácticas, se realizó la prueba final, en donde, los resultados muestran como los tres estudiantes muestra tuvieron un repunte en sus desempeños; tanto que, de forma coincidente los tres alumnos obtuvieron un 31% más en sus aciertos que en la primer prueba diagnóstica, llegando a conseguir de forma positiva, hasta el 92% de aciertos.

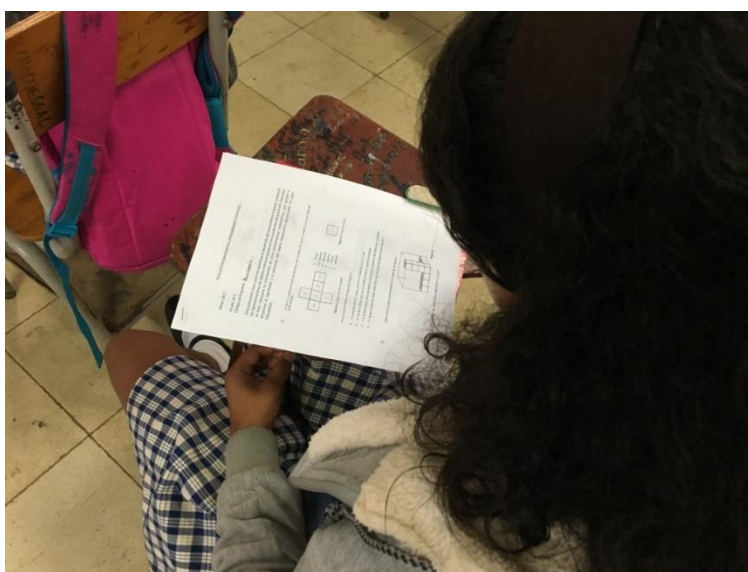


Imagen N° 39. Alumna presentando la prueba final.

Preguntas como la N° 9 (ver anexo J), la cual trata de la decodificación de vistas auxiliares para lograr hallar la forma tridimensional que estas representan; durante la prueba diagnostica solo se logró un 8% de aciertos entre los participantes, mientras que en la prueba final se pasó a un 100% de aciertos por parte de los participantes, evidenciando con esto que la realización de este tipo de ejercicios durante las situaciones de formulación y de validación, ayudo a que los alumnos comprendieran como decodificar vistas para armar formas tridimensionales o como codificar las vistas partiendo de una modelo tridimensional construido.

Durante las situaciones didácticas tuvieron la oportunidad de construir en un primer momento el objeto matemático, luego se hizo un acercamiento a su significado, partiendo de problemas de tratamiento y de conversión, como lo plantea D' Amore (2005), al final los alumnos pudieron manejar modelos tridimensionales tangibles y formas tridimensionales virtuales con la implementación de las TIC, logrando la visualización de las formas tridimensionales tanto en dibujos isométricos como en modelos reales.

Los desempeños logrados por los estudiantes en la prueba final, muestran su mejoramiento y el progreso en el desarrollo del pensamiento espacial; se ve claramente la influencia de la implementación de las diferentes situaciones didácticas. Durante la puesta en marcha de estas situaciones, se enfatizó en el logro de las representaciones tridimensionales y el mejoramiento de las prácticas educativas; teniendo mucha relevancia para estos resultados, la implementación del uso de las Tic en el aula, mediante el software Cubos & cubos.



Imagen N° 40. Construcción de un modelo tridimensional por parte de los alumnos.

9. CONCLUSIONES

La implementación de situaciones didácticas, diseñadas con base en los objetivos de este trabajo investigativo, demostró que los estudiantes del grupo 6°1 de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo, pueden visualizar y posteriormente representar mentalmente objetos tridimensionales, logrando la comprensión de estas formas desde diferentes puntos de vista e ilustrarlos mediante el dibujo isométrico. Además, se evidenció cómo los estudiantes desarrollan su pensamiento espacial, con ejercicios que se dirigían a la comprensión del objeto matemático; mediante problemas de conversión y manejo de representaciones semióticas. Así mismo, se logró la comprensión de las formas tridimensionales con la implementación de las TIC en el aula de clase, logrando que los estudiantes relacionaran los conceptos geométricos y las formas tridimensionales con su realidad, ya que estos hacen parte de los espacios presentes en su diario vivir.

El análisis de los datos muestra que los estudiantes lograron aprendizajes significativos, partiendo de ejercicios en los cuales comprendieron que las representaciones del objeto matemático pueden realizarse de varias formas. Así, para llegar a la representación de las formas tridimensionales, se diseñaron e implementaron situaciones didácticas cuyas características fueron: a) realizar ejercicios lúdicos relacionados con la vida diaria de los estudiantes que conduzcan a su participación activa en la construcción de sus propios aprendizajes; b) promover las representaciones del objeto matemático de manera individual, tales como la construcción de un hexaedro real como modelo que activó los conocimientos previos; c) construir hexaedros mediante el dibujo isométrico y representar sus vistas ortogonales de acuerdo a la posición del observador; d) fomentar actividades en las que se deba interpretar las vistas ortogonales codificadas, con las cuales se logra la visualización de todos los módulos que conforman cada vista y la congruencia entre sus caras; e) utilizar el software Cubos & cubos para promover nuevas formas de movilizar los conocimientos geométricos y estimular el desarrollo del pensamiento espacial; f) impulsar actividades colaborativas que conduzcan a la construcción de aprendizajes significativos mediante la discusión de procedimientos, la detección de errores y la propuesta de soluciones; g) estimular el uso de diferentes tipos de representación para relacionar y describir diferentes expresiones simbólicas y gráficas. Es así como mediante los siete puntos anteriores se responde la pregunta que le dio norte a este proceso investigativo.

A lo largo de la implementación de las situaciones didácticas se evidenció que los procesos de reestructuración cognitiva estuvieron siempre en progreso. Se empezó, con las primeras situaciones de acción, por el primer acercamiento al objeto matemático de forma individual. En este punto de la implementación los estudiantes fueron adaptando y reestructurando sus conocimientos, partiendo de sus saberes previos. En las situaciones de formulación, se empezó con el trabajo colaborativo, por parejas, para formular los diferentes procesos a seguir; llegando a una construcción del conocimiento a partir de la relación con su par. Por último, en las situaciones de validación, el trabajo colaborativo se hizo más visible, con grupos de estudiantes más numerosos; se validaron las diferentes propuestas y cada uno defendía su propio punto de vista. Esta actividad también sirvió para que ellos se enteraran de errores cometidos y posibles soluciones. Esta interrelación mostró como desde propuestas activas y en comunidad, se pueden construir aprendizajes significativos.

La implementación de situaciones didácticas, llevaron al docente a reflexionar sobre las características de éstas que promueven las representaciones de objetos tridimensionales, para de esta manera pensarse nuevas estrategias didácticas que dirijan a sus estudiantes a movilizar cambios significativos en sus aprendizajes. El hecho de modificar el trabajo pasivo y contemplativo de la geometría en el aula que se venía dando en las clases, para pasar a diseñar e implementar actividades motivadoras, lúdicas y activas, definitivamente promueve el mejoramiento de la enseñanza de la geometría, favoreciendo el desarrollo del pensamiento espacial. Los resultados finales fueron muy alentadores, ya que se pasó de desempeños muy bajos con un solo alumno con el 63% de aciertos, a mejorar sustantivamente después de la implementación de las diferentes situaciones didácticas, logrando en la prueba final que la mayoría de los participantes tuvieran niveles altos y superiores hasta lograr como puntaje más alto un 92% de aciertos.

Después de evaluar los resultados durante la implementación de las situaciones didácticas, se destaca que los estudiantes alcanzaron desempeños superiores en los siguientes aspectos: representación de objetos tridimensionales, manejo de diferentes sistemas de medición tanto de superficies como de volúmenes, codificación y decodificación de vistas para representar objetos

en forma tridimensional y, manejo de diferentes sistemas semióticos que los llevaron al logro de la noética al acercarse al significado del objeto matemático.

Además de los desempeños mencionados anteriormente, otros logros conseguidos fueron el mejoramiento de las competencias de comunicación y representación, ya que los estudiantes pudieron usar diferentes tipos de representación al relacionar y describir diferentes expresiones simbólicas y gráficas, y así mismo se observó el manejo e interpretación del lenguaje matemático durante las diferentes situaciones planteadas. Al final, se puede decir que el uso de isometrías y la implementación de las TIC durante las diferentes situaciones didácticas, lograron un mejoramiento visible entre las dos pruebas realizadas, notándose los faltantes cognitivos antes de la implementación de estas y el mejoramiento de estos después de su implementación.

Para terminar, se recomienda que los resultados obtenidos durante la aplicación de las situaciones didácticas sean socializados con los demás docentes del área de matemática de la Institución Educativa, para con esto llevar a una reflexión acerca de los métodos que se siguen utilizando en la enseñanza de la geometría. Las características de las situaciones didácticas implementadas en este trabajo de investigación son un ejemplo claro de los cambios necesarios a implementar desde el diseño de planes de clase, para así poder llegar a institucionalizar este tipo de prácticas pedagógicas en beneficio de los estudiantes. Prácticas de enseñanza-aprendizaje de la geometría que se enfoquen en la construcción del conocimiento y en el desarrollo del pensamiento espacial a través del manejo de las nuevas tecnologías, didácticas emergentes y trabajo colaborativo por parte de los estudiantes.

10. BIBLIOGRAFÍA

- Almodóvar, A. y García, P. (2009). *Matemáticas 5: Primaria*. Madrid. Santillana.
- Álvarez, S (2007) Procesos cognitivos de visualización espacial y aprendizaje. *Revista de Investigación en Educación*, no 4, pp. 61-71. ISSN: 1697-5200
- Battista, M. T. y Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (3), 258-292.
- Ben-Chaim, D., Lappan, G. y Houang, R. T. (1988). *The effect of instruction on spatial visualization skills of middle school boys' and girls'*. *American Educational Research Journal*, 25(1), 51-71.
- Bishop, A. (1983). *Space and geometry*. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and process* (pp. 175-203). New York: Academic Press.
- Brousseau, G. (1986) *La théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques*, tesis, Bordeus
- Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Cabanne, N. (2006). *Didáctica de la matemática*. Editorial Bonum, Buenos Aires.
- Cantoral, R. & Montiel, G. (2001) *Funciones: Visualización y pensamiento matemático*. Pearson Educación. México
- Carione, C. (2015) *Las TIC en las prácticas educativas de la Formación Docente Inicial*. Una mirada reflexiva sobre su inclusión. Eje temático: Competencias claves para el siglo XXI. Argentina.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica, Del saber sabio al saber enseñado*. Aique, grupo editor.
- Chevallard, Y. et al. (1997). *Evolución de la problemática Didáctica. En Estudiar Matemáticas*. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona, España
- Christou, C., Pittalis, M. y Mousoulides, N. (2009). Level of sophistication in representing 3D shapes *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 385-392. Thessaloniki: PME.

- Clark (1969). Linguistic Processes in Deductive Reasoning. *Psychological Review*, 76, 387-404.
- Clements, D. H. y Battista, M. T. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (3), 258-292.
- Coll, C. (1986). *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Siglo XXI, Segunda edición. España.
- D'amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de las matemáticas*. Reverte ediciones. México.
- De Soto (1965). Social Reasoning and Spatial Paralogic. *Journal of Personality and Social Psychology*, 2, 513-521.
- Egan (1982). Differences in Mental Representations Spontaneously Adopted for Reasoning. *Memory and Cognition*, 10, 297-307.
- Espinosa, J. Colom, R (1990). *Las representaciones mentales. ¿El lenguaje del pensamiento, los lenguajes del pensamiento o los "lenguajes de los pensamientos"?* Anuario de psicología N° 45, Universidad autónoma de Madrid.
- Farah, J. (1985): "Psychophysical evidence for a shared representational medium for mental images and percepts", en *Journal of Experimental Psychology: General*, vol. 114. pp. 91-103.
- Ferrero, L. (2008). *Matemáticas 4: Primaria, segundo ciclo*. Madrid
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 2, 139-162.
- Fonseca, D. Navarro, I. y Galindo, A. (2014). Nuevas estrategias docentes en bachillerato. Uso de la realidad Aumentada como herramienta tecnológica para la visualización de contenidos multimedia. *Comunicación y pedagogía* (p 67-71)
- Francesc, Imbernón. (1993). *Aula de Innovación Educativa*. [Versión electrónica]. Revista Aula de Innovación Educativa N°11
- Gamboa, R. (2007). *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. Universidad Nacional. Colombia.
- García (Comps.), *Lecturas de Psicología del Pensamiento*. Madrid: Alianza.

- García & López (2008). *presentación La enseñanza de la geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. México, D.F.
- García, B. Coronado, A. Montealegre, L. Giraldo, A. Tovar, A. Morales, S. & Cortes, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Universidad de la Amazonia. Colombia.
- García, S. (2008). *La enseñanza de la geometría*. Grupo Santillana. México.
- Gardner, H. (2014). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós.
- Gil, D. y de Guzmán, M. (1998). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Tendencias e innovaciones. Madrid.
- Giménez, Nocito, Redondo y Regot (2010), El dibujo de arquitectura como caso de estudio. Análisis integral de las aptitudes graficas de los estudiantes en la educación secundaria y universitaria en Cataluña: Propuestas de mejora e incorporación de las TIC. VII Foro sobre la evaluación de la calidad de la educación superior y de la investigación, Murcia
- Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas*. Universidad de granada. España
- Godino, J. Cajaraville, J. Fernández, T. Gonzato, M. (2011). *Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial*. Revista Números, Volumen 77 ISSN: 1887-1984.
- Godino, J. Cajaraville, J. Fernández, T. Gonzato, M. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática*. Proyecto de investigación, Ministerio de ciencia e innovación. Madrid.
- Gómez, M. (2011). *Pensamiento Geométrico y Métrico en las Pruebas Nacionales*. Universidad Nacional de Colombia
- Gorgorió, N. (1998). Exploring the functionality of visual and non-visual strategies in solving rotation problems. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 207-231.
- Gutiérrez, a. (1998). *Las representaciones planas en cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial*. Revista Ema Vol. 3
- Gutiérrez, A. (1996). *Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework*. Valencia: Universidad de Valencia.

- Gutiérrez, A. (2005). *Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica*. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Valencia. España.
- Hernández, O. (1996). *Introducción a la didáctica*. Universidad de Santander. México.
- Hershkowitz, R., Van Dormolen y Parzysz, B. J. (1996). Space and shape. En A. J. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education*, Vol 1 (pp. 161-204). Dordrecht: Kluwer.
- Hoyos, E. & Acosta, C. (2014). *Influencia de recursos educativos digitales en el desarrollo del pensamiento matemático al ser incorporados a estrategias de intervención pedagógica*. XV Encuentro Virtual Educa. Perú.
- ICFES (2015) *Lineamientos para la aplicación muestral y censal*, Recuperado de <http://www.icfes.gov.co>
- ICFES (2016) *Resultados pruebas saber*, Recuperado de <http://www.icfes.gov.co/index.php/instituciones-educativas/resultados-pruebas-saber>
- ICFES. (2012). *Colombia en PISA 2012 Informe nacional de resultados*. Bogotá, D.C.
- Inhelder, J. & Piaget. (2012) *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacial*. Recuperado de <http://dspace.usc.es/handle/10347/3692>. 1956>
- Just, A. y Carpenter, P. (1985): “Cognitive coordinate systems: Accounts of mental rotation and individual differences in spatial ability” en *Psychological Review*, vol. 92, pp. 137-172.
- Kosslyn, S. (1990): “Resolving the imaginery debate: A cognitive neuroscience perspective”, en *Third European Workshop on Imagery and Cognition*, 15-18 August. Scotland. Univ. of Aberdeen.
- Laird (1972). The three-term series problem. *Cognition*, I, 57-82.
- López, J. C. (2003). Los manipulables en la enseñanza de las matemáticas. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/Manipulables>
- López, J. C. (2015). SAMR, modelo para integrar las TIC en procesos educativos. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/articulos/samr>

- Martin, G. (2010). Estudio y evaluación de contenidos didácticos en el desarrollo de las habilidades espaciales en el ámbito de la ingeniería. (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Valencia. España.
- Martin, G. Meneses, F. Bendicho, P. y Mora, L (2014) Realidad aumentada en Educación Superior Aspectos pedagógicos y motivadores desde la experiencia. Comunicación y Pedagogía. (p 26-33)
- Meirieu, P. (1992). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Ediciones Octaedro. España.
- MEN, Colombia (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co>
- MEN, Colombia (2015). *Derechos básicos de aprendizaje*. Recuperado de <http://www.colombiaaprende.edu.co>
- MEN, Colombia (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. Recuperado de <http://www.colombiaaprende.edu.co>
- MEN, Colombia (2017). *Índice sintético de calidad*. Recuperado de <http://www.colombiaaprende.edu.co>
- MEN, Colombia. (2009). *Decreto de evaluación nacional 1290 reglamentación*. Bogotá D.C.
- MEN. (1998). *Serie lineamientos curriculares. Matemáticas*. Áreas obligatorias y fundamentales. Santafé de Bogotá, Colombia.
- Moreira, M. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Aprendizaje Visor. Madrid.
- Moreira, M. (2008). *Organizadores previos y anclaje significativo*. Revista Chilena de educación científica. Vol 7 ISSN 0717-9618
- Mossi, A. (2013). El dibujo. Enseñanza-aprendizaje. Valencia: editorial Universidad Politécnica de Valencia.
- Moya, A. (2011). *La percepción del paisaje urbano*, editorial biblioteca nueva, Madrid.
- Muñoz, J. (2013). Realidad aumentada, realidad disruptiva en las aulas. Boletín SCOPEO, 82. Recuperado de <http://scopeo.usual.es/realidad-umentada-realidad-disruptiva-en-las-aulas/>
- Neisser, R. (1981): Procesos cognitivos y realidad. Madrid, Marova.

- Olivella, C. (2015). Desarrollo de la capacidad espacial en el alumnado de Dibujo Técnico a través de la Realidad Aumentada. Trabajo fin de Master. Universidad internacional de la Rioja, España.
- Orlich, D. Harder, R. & Callahan, R. (2007). *Técnicas de enseñanza. Modernización en el aprendizaje*. Editorial Limusa. México.
- Pérez, T. y Serrano, M. (1998): Ejercicios para el desarrollo de la percepción visual. Club Universitario. Departamento Expresión Gráfica y Cartografía. Universidad de Alicante.
- Piaget, J. (1971). *Aprendizaje Significativo: Un Concepto Subyacente*. Rio de Janeiro, Zahar Editores.
- Piaget, J. (1978). *La equilibración de las estructuras cognitivas*, Siglo XXI. Madrid.
- Puentedura, R. (2014). Ruben R. Puentedura's Weblog. Recuperado de hyperlink "<http://www.hippasus.com/rrpweblog/>"
- Real Academia Española (2014) Diccionario de la lengua española. Vigésimotercera edición RAE, Madrid (España)
- Reinoso, R. (2014). Curso de introducción a la realidad aumentada. CEP Cantabria – Plan de Formación permanente del profesorado. Recuperado de <http://crol.erfptic.es/archivos/3711.PDF>
- Rivikre (1984). *Modelos de la representación en el razonamiento sobre series*. En M. Carretero y J.A.
- Rojas, J. Fernández, A. Serrano, A. Hernández, D. (2011). *Una revisión histórica: desde el dibujo de ingeniería hacia la ingeniería del diseño*. Revista Dina. Nro.167 Medellín.
- Salin M. H. y Berthelot, R. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Tesis doctoral, Université de Bordeaux I.
- Schulmaister, M. (2008). *Presentación La enseñanza de la geometría*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. México, D.F.
- Sternberg (1980). Representation and Process in Linear Syllogistic Reasoning. *Journal of Experimental Psychology*, 109, 119-159.
- Torres J. (2000). *Contribuciones de la actividad física recreativa en la educación constructiva del ocio en la EF*. CEP Granada
- Torres, P. (2000). *Educación de calidad*. Colección Educere. Caracas.

- Tversky, B. (1981): “Distorsion in memory for maps”, en Cognitive Psychology, vol. 13, pp. 7-433.
- Uribe, L. (2011) *El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. Revista Colombiana de la educación, N° 60. Bogotá.
- Uribe, L. (2011). *El legado de Piaget a la didáctica de la geometría*. Revista Colombia de la educación. N° 60. Bogotá.
- Villar, F. (2003) *El enfoque constructivista de Piaget*. Proyecto docente. Universidad de Barcelona. España.
- Villaroel, Y. Mendez, N. Lavaque, J. (2009) *Cubos, una propuesta didáctica basada en la visualización*. Revista de educación matemática. Número especial. Trabajos de investigación y propuestas de enseñanza. ISSN: 1852- 2882(Línea)
- Vygotsky, L. (2000) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Biblioteca de bolsillo. España.
- Williamson, S. & Kaput, J. (1999). Mathematics and virtual culture: an evolutionary perspective on technology and mathematics education. Journal of Mathematical Behavior, 17 (21), pp. 265-281.

GRAFICAS E IMAGENES

- Grafica 5. Ejemplo, derechos básicos de aprendizaje. (<http://nubr.co/TkH4DQ>)
- Grafica 7. Ejes para la construcción de una Isometría. (<http://nubr.co/qpXfxH>)
- Grafica 8. Hexaedro componentes. (Recuperado de <http://nubr.co/vFBCT6>)
- Grafica 9. Ortoedro, simulando un espacio. (Recuperado de <http://nubr.co/aOXLME>)
- Grafica 10. Desarrollo del hexaedro (cubo)(<http://nubr.co/QeG62k>)
- Grafica 11. Imagen de un cubo. (<http://nubr.co/BaQC83>)
- Grafica 12. Cubo compuesto por 27 unidades cubicas. (<http://nubr.co/ufxlCR>)
- Grafica 17. Diagrama modelo SAMR. (<http://nubr.co/cL0dDF>)
- Imagen 1, vivienda con forma de cubo (Recuperado de <http://nubr.co/4eP2cV>)
- Imagen 2, Interior de la vivienda (Recuperado de <http://nubr.co/pDiv5o>)

ANEXOS

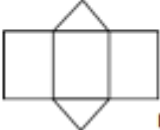
Anexo A.

Ejemplos preguntas pruebas saber que involucran el pensamiento espacial

Grafica 6. Ejemplo, Pregunta pruebas saber 5°. ICFES (2015)

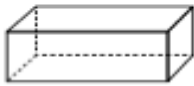
Javier quiere armar un sólido con el molde de la figura.

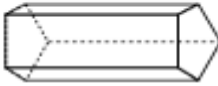
*





Figura

¿Cuál de los siguientes sólidos se puede armar con el molde?

A. 

B. 

C. 

D. 

• Estructura

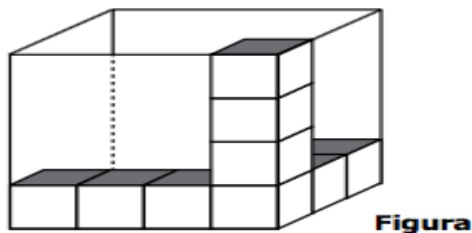
Competencia Razonamiento.

Componente Espacial - Métrico

Afirmación Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.

Grafica 7. Ejemplo, Pregunta pruebas saber 5°. ICFES (2015)

Observa los cubos contenidos en la caja de la figura.



¿Cuántos cubos de esos faltan para llenar la caja?

- A. 64
 B. 39
 C. 16
 D. 9

- **Estructura**

Competencia Resolución.


Componente Espacial - Métrico

Afirmación Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas.

Grafica 8. Ejemplo, Pregunta pruebas saber 9°. ICFES (2012)

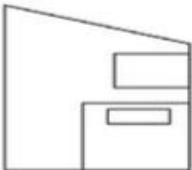
Observa la casa de la figura.


*




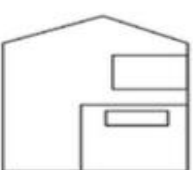
Dibujó tomado de: <http://www.freegreen.com/>

¿Cuál es la vista de frente de esta casa?

A. 

B. 

C. 

D. 

- **Estructura**

Competencia Razonamiento y argumentación.

Componente Espacial - Métrico

Afirmación Argumentar formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos

Grafica 9. Ejemplo, Pregunta pruebas saber 9°. ICFES (2015)

La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 muestra una de las vistas del sólido armado.

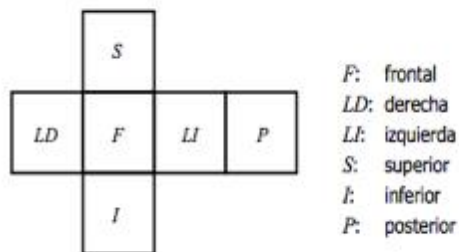


Figura 1. Desarrollo de un sólido.



Figura 2. Vista del sólido.

¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

- A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
- A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
- A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del sólido son cuadradas.
- A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

• **Estructura**

Competencia Razonamiento.

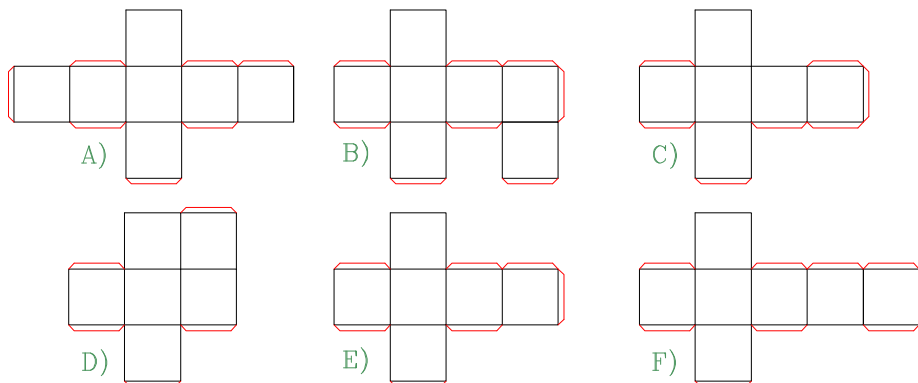
Componente Espacial - Métrico

Afirmación Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

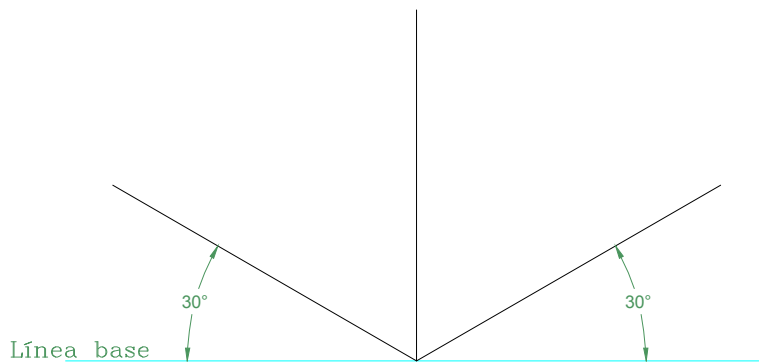
Anexo B, Situaciones didácticas. (consignas)

 <p>SITUACIONES DIDACTICAS. N° 1</p>	ACCIÓN	X	ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN		GEOMETRÍA	Carlos Paz
	VALIDACIÓN		PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN		Espacial Métrico	6-1
	Fecha. Mayo 2017	Horas empleadas. 4 horas		
Medio empleado Cubo en cartulina Isometria	Materiales -Cartulina, pegante, escuadras, regla "T", Papel silueta, tijeras, formato de dibujo, lápices 2H y HB.			
Reglas -El trabajo es individual. -Cuando el alumno termine cada ejercicio llamara al docente para mostrar sus resultados.	Rol del estudiante -El estudiante acatará las reglas del ejercicio. -El estudiante realizará los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos sin ayuda de ningún par o el docente.	Rol de docente -Se da a conocer las reglas del ejercicio. -El docente estará tomando nota del proceso del ejercicio de cada estudiante. -Se tabularán los aciertos y errores de cada estudiante. -Después del ejercicio hará una demostración de la ejecución de los ejercicios planteados. (retroalimentación)		

- 1- Teniendo en cuenta el Cubo como objeto a trabajar, de forma individual realice los siguientes ejercicios:
- a) De acuerdo a las particularidades del hexaedro, determine cuál de los siguientes diagramas escogería para construir un cubo y explique por qué es el acertado.



- a) Cada arista del cubo mide 5 cm, construya el sólido en cartulina siguiendo el diagrama escogido en el punto anterior, además coloque (pegue) un cuadrado de papel silueta de diferente color en cada cara.
- b) Colocando el cubo construido sobre una mesa para que sirva como modelo, dibuje en un formato de dibujo una isometría del cubo con sus respectivos colores, respetando las medidas de 5cm de cada arista, las líneas paralelas y los 30° de los ejes a la línea base.



- b) Dibuje en el mismo formato, la vista frontal, la vista lateral derecha y la vista superior, en donde se muestre el color de cada vista.

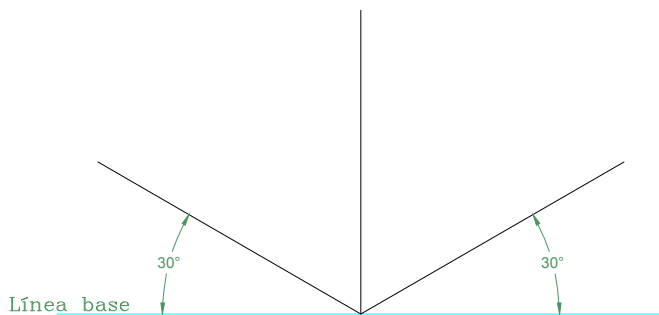
Anexo C, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN	X	ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN		GEOMETRÍA	Carlos Paz
	VALIDACIÓN		PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN		Espacial Variacional Métrico	6-1
SITUACIONES DIDACTICAS. N° 2	Fecha. Mayo 2017		Horas empleadas. 2 horas	
	Medio empleado Cubo construido en cartulina Talleres Isometría		Materiales -Cubo construido, escuadras, formato de dibujo, regla "T", lápices 2H y HB.	
Reglas -El trabajo es individual. -Cuando el alumno termine los ejercicios llamara al docente para entregar el taller terminado.	Rol del estudiante -El estudiante acatara las reglas del ejercicio. -El estudiante realizara los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos sin ayuda de ningún par o el docente.		Rol de docente -Se da a conocer las reglas del ejercicio. -El docente estará pendiente que el ejercicio se haga de forma individual. -Se recoge los talleres realizados por los estudiantes. -Se tabularán los aciertos y errores de cada estudiante. -Después del ejercicio hará una demostración de la ejecución de los ejercicios planteados. (Retroalimentación)	

Taller 1

De forma individual y de acuerdo al cuerpo geométrico construido y dibujado en la situación anterior:

- Determinar cuántos cm^2 de papel silueta se fueron para cubrir el cubo, muestren el procedimiento para determinar el área del papel usado.
- Con la medida de la arista, determinen el volumen del cuerpo geométrico trabajado, mostrando el procedimiento que les permite determinar el volumen de este sólido.
- Siguiendo el siguiente ejemplo, donde la arista de un cubo mide 1 cm y por consiguiente el área de las caras de todo el cubo equivale a 6 cm^2 :
Ej. arista 1cm $a = 6 \text{ cm}^2$
 - Determinen el área de las caras del cubo si la medida de la arista va cambiando de la siguiente forma:
 - arista 2cm $a =$
 - arista 3cm $a =$
 - arista 4cm $a =$
 - arista 5cm $a =$
- Siguiendo el siguiente ejemplo, donde la arista de un cubo mide 1 cm y por consiguiente el Volumen del cubo equivale a 1 cm^3
Ej. arista 1cm $V = 1 \text{ cm}^3$
 - Determinen el volumen del cubo si la medida de la arista va cambiando de la siguiente forma:
 - arista 2cm $V =$
 - arista 3cm $V =$
 - arista 4cm $V =$
 - arista 5cm $V =$
- Dibuje en una hoja de papel milimetrado las isometrías del cubo, el cual va cambiando de acuerdo a las medidas de las aristas dadas en el ejercicio anterior, iniciando siempre las medidas en el centro de la línea base.



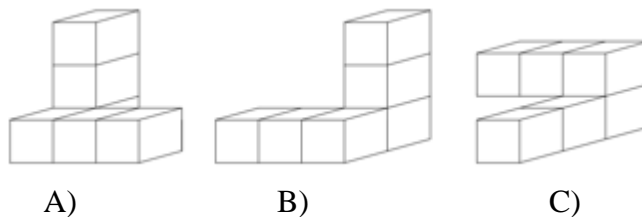
Anexo D, Situaciones didácticas. (consignas)

 <p>SITUACIONES DIDACTICAS. N° 3</p>	ACCIÓN		ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN	X	GEOMETRÍA	Carlos Paz
	VALIDACIÓN		PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN		Espacial Métrico Numérico	6-1
	Fecha. Mayo 2017	Horas empleadas. 1 hora		
Medio empleado Cubo construido en cartulina Talleres (Dibujos isometricos)	Materiales -Cubo construido, escuadra, formato de dibujo, lápiz.			
Reglas -El trabajo es en parejas. -Los dos integrantes pueden formular como hallar la solución a las preguntas del taller. -Cuando los alumnos terminen los ejercicios llamen al docente para entregar el taller terminado.	Rol del estudiante -El estudiante acatara las reglas del ejercicio. -El estudiante realizara los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos con la colaboración de su compañero. - Cada uno formulará una estrategia para resolver el taller con una comunicación inmediata.		Rol de docente -El docente hará un pequeño repaso de los saberes a tener en cuenta antes de la realización del taller. (anclaje provisional) - Se da a conocer las reglas del ejercicio. -El docente estará pendiente de las comunicaciones internas que están sucediendo en los grupos e ira tomando nota de los procesos. -Se recoge los talleres realizados por los estudiantes. -Se tabularán las formulaciones hechas por los estudiantes, como los aciertos y errores de los estudiantes. -Después del ejercicio hará una demostración de la ejecución de los ejercicios planteados. (retroalimentación)	

Taller 2

1- Para los siguientes ejercicios se trabajará en parejas, se tendrá en cuenta la discriminación visual, en donde los estudiantes pueden comparar varias formas de multicubos, sus rotaciones, cantidades y determinar sus semejanzas y diferencias visuales.

a) ¿Determinar cuáles módulos son iguales?




b) ¿Determinar cuántos cubos hay en la siguiente figura?



c) Si cada cubo de la figura anterior tiene las medidas del primer ejercicio en donde se construyó el cubo en cartulina ¿cuál sería la capacidad volumétrica de esta figura?

d) ¿Cuál sería el área de la superficie de la figura anterior, partiendo de las medidas del cubo de cartulina y midiendo solamente las caras que se permiten ver alrededor de la figura?

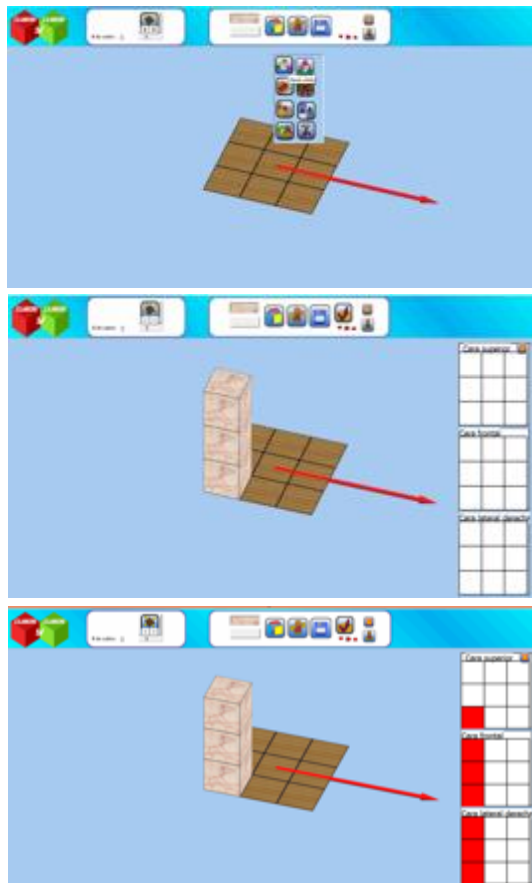
Anexo E, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN		ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN	X		
	VALIDACIÓN		PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN			
<p>SITUACIONES DIDACTICAS.</p> <p>Nº 4</p>	<p>Fecha.</p> <p>junio 2017</p>		<p>Horas empleadas.</p> <p>2 horas</p>	
	<p>Medio empleado</p> <p>Software cubos & cubos</p>		<p>Materiales</p> <p>-Portátiles Video beam.</p>	
<p>Reglas</p> <p>-El trabajo es en parejas.</p> <p>-Los dos integrantes pueden formular como hallar la solución a los problemas planteados.</p> <p>-Cuando los alumnos terminen mostraran la evaluación hecha por el programa al docente.</p>	<p>Rol del estudiante</p> <p>-El estudiante acatará las reglas del ejercicio.</p> <p>-El estudiante realizará los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos con la colaboración de su compañero.</p> <p>- Cada uno formulará una estrategia para resolver el ejercicio con una comunicación inmediata.</p> <p>- Cada pareja ejecutará la evaluación que realiza el programa después de cada ejercicio y se la dejará ver al docente.</p>		<p>Rol de docente</p> <p>-Se da a conocer las reglas del ejercicio.</p> <p>-El docente hará una explicación de un primer ejercicio utilizando un video beam para socializarlo con todos los alumnos.</p> <p>-El docente escoge en cada grupo el ejercicio a realizar por parte de ellos.</p> <p>-El docente estará pendiente de las comunicaciones internas que están sucediendo en los grupos e irá tomando nota de los procesos.</p> <p>-Se recoge la evaluación hecha por el programa a cada grupo.</p> <p>-Se tabularán las formulaciones hechas por los estudiantes, como también sus aciertos y errores.</p>	

1- El primer ejercicio a ejecutar con el software Cubos & cubos es para determinar las vistas de una figura tridimensional realizada con multicubos.


En este primer ejercicio el docente interviene en el portátil de los estudiantes solo para ayudar a escoger los ejercicios a realizar.

- a) En el primer ejercicio el docente les colocara una figura básica (que no tenga mucha complejidad), paso seguido los estudiantes con ayuda del mouse pueden girar la isometría de los multicubos a placer, así van identificando la figura y pueden realizar las 3 vistas solicitadas según la guía del docente.




- b) Después se realizarán varios ejercicios con la misma metodología del primero, pero siendo cada vez más complejos los ejercicios a realizar, estos ejercicios son realizados en parejas, entre ambos estudiantes formularan las tres vistas de cada forma tridimensional.

Anexo F, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN		ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN			
	VALIDACIÓN	X	PENSAMIENTO Espacial Numérico Métrico	Grado: 6-1
	INSTITUCIONALIZACIÓN			
SITUACIONES DIDACTICAS. N° 5	Fecha. junio 2017		Horas empleadas. 2 horas	
	Medio empleado Cubos contruidos. Isometrías		Materiales -Escuadras, formato de dibujo, regla "T", lápices 2H y HB.	
Reglas -El trabajo es en parejas. -Los dos integrantes pueden formular como hallar la solución a los problemas planteados. -Cuando los alumnos a terminen le mostraran el trabajo realizado por ellos al docente.	Rol del estudiante -El estudiante acatara las reglas del ejercicio. -El estudiante realizara los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos con la colaboración de su compañero. - Cada uno formulara una estrategia para resolver la isometría solicitada con una comunicación inmediata. - Se validarán los trabajos delante de los demás compañeros mostrando las soluciones propuestas.		Rol de docente -Se da a conocer las reglas del ejercicio. -El docente organizara en una mesa los cubos contruidos por los alumnos, formando una forma tridimensional con los multicubos. -El docente estará pendiente de las comunicaciones internas que están sucediendo en los grupos e ira tomando nota de los procesos. -Se tabularán las formulaciones y validaciones hechas por los estudiantes, teniendo en cuenta los aciertos y errores de los trabajos recogidos.	

- El docente agrupara los cubos contruidos anteriormente en forma de figura tridimensional.
- Los estudiantes realizaran la isometría de dicha figura en un formato de dibujo.
- Los estudiantes sacaran las 3 vistas de la isometría propuesta.
- Se validarán las soluciones propuestas entre pares.

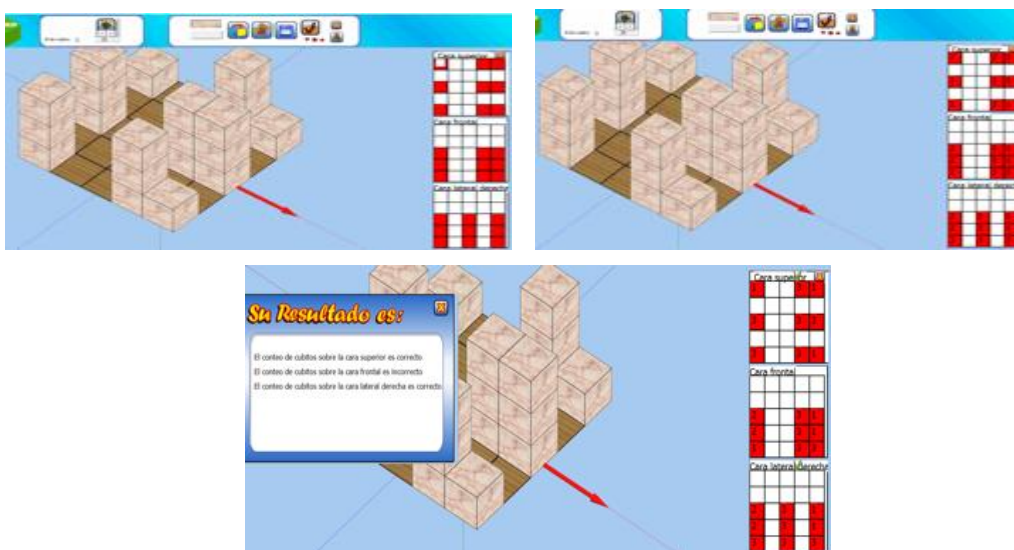
Anexo G, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN		ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN	X	GEOMETRÍA	Carlos Paz
	VALIDACIÓN		PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN		Espacial Numérico	6-1
SITUACIONES DIDACTICAS. Nº 6	Fecha.	junio 2017	Horas empleadas.	2 horas
	Medio empleado	Software cubos & cubos	Materiales	-Portátil Video beam.
<p>Reglas</p> <p>-El trabajo es en parejas.</p> <p>-Los dos integrantes pueden formular como hallar la solución a los problemas planteados.</p> <p>-Cuando los alumnos terminen mostraran la evaluación hecha por el programa al docente.</p>	<p>Rol del estudiante</p> <p>-El estudiante acatará las reglas del ejercicio.</p> <p>-El estudiante realizará los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos con la colaboración de su compañero.</p> <p>- Cada uno formulará una estrategia para resolver los dos ejercicios propuestos con una comunicación inmediata.</p> <p>- Cada pareja ejecutará las 2 evaluaciones que realiza el programa después de cada ejercicio y se las dejará ver al docente.</p>	<p>Rol de docente</p> <p>-Se da a conocer las reglas del ejercicio.</p> <p>-El docente hará una explicación de un primer ejercicio de conteo y posteriormente el de codificación con el programa, utilizando un video beam para socializarlo con todos los alumnos.</p> <p>- El docente escoge en cada grupo el ejercicio a realizar por parte de ellos.</p> <p>-El docente estará pendiente de las comunicaciones internas que están sucediendo en los grupos e ira tomando nota de los procesos.</p> <p>-Se recoge la evaluación hecha por el programa a cada grupo.</p> <p>-Se tabularán las formulaciones hechas por los estudiantes, como también sus aciertos y errores.</p>		

- a) Primera Etapa. – Se realizarán ejercicios de conteo, el docente escoge una figura de una lista predeterminada por el programa, se les mostrará a los estudiantes una figura tridimensional construida con multicubos, ellos por conteo tendrán que definir cuantos cubos componen esa figura.



- b) Segunda Etapa. – Se realizarán ejercicios de codificación, se mostrará a los estudiantes una figura tridimensional construida con multicubos, ellos en las 3 vistas que se muestran deben colocar la cantidad de cubos que hay en cada fila teniendo en cuenta la posición de estos respecto a la figura isométrica.



Anexo H, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN		ÁREA	DOCENTE
	FORMULACIÓN		GEOMETRÍA	Carlos Paz
	VALIDACIÓN	X	PENSAMIENTO	Grado:
	INSTITUCIONALIZACIÓN		Espacial Numérico Métrico	6-1
SITUACIONES DIDACTICAS. N° 7	Fecha. Junio 2017		Horas empleadas. 3 horas	
	Medio empleado Cubos contruidos. Vistas de Isometrias		Materiales -Mesas, Cubos contruidos, formato de dibujo, escuadras, lápices.	
Reglas -El trabajo es en grupos de 4 personas. -Los 4 integrantes pueden formular como hallar las soluciones a los problemas planteados. - Cuando los alumnos terminen, si son los primeros en acabar, validaran el trabajo delante de sus compañeros.	Rol del estudiante -El estudiante acatara las reglas del ejercicio. -El estudiante realizara los ejercicios teniendo en cuenta los saberes previos con la colaboración de sus compañeros. - Entre los integrantes del grupo formularan estrategias para resolver los problemas planteados con una comunicación inmediata, se tendrá en cuenta tanto la planeación de las estrategias como la solución de los ejercicios. -El primer grupo en terminar validarán el trabajo delante de los demás compañeros, mostrando las soluciones propuestas.		Rol de docente - Dar a conocer las reglas del ejercicio. -El docente observara detenidamente la puesta en marcha del primer ejercicio, viendo que los estudiantes cumplan con lo solicitado en el ejercicio. - El docente hará entrega de las vistas a cada grupo para la realización del segundo ejercicio. -El docente estará pendiente de las comunicaciones internas que están sucediendo en los grupos e ira tomando nota de los procesos. -Se tabularán las formulaciones y validaciones hechas por los estudiantes, teniendo en cuenta los aciertos y errores que se presenten en los ejercicios.	

1- Etapa.


- Los estudiantes colocaran los cubos construidos por ellos encima de una mesa, de forma que armen una figura multicubos con todos los hexaedros armados por los estudiantes del grado 6-1, le única regla es que la base de la figura sea de 5 x 5 unidades.
- Seguido a esto se organizarán en grupos de 4 estudiantes.
- Los estudiantes colocaran enfrente de la mesa en donde se arme la forma tridimensional.
- Se realizará un ejercicio, en donde cada grupo validará sus resultados internamente, después entre los primeros grupos en terminar se validará al resto del grupo el trabajo terminado. Las preguntas son:
 - a) ¿Cuántos cubos conforman la figura que está encima de la mesa?
 - b) Realizar las tres vistas de la figura, mostrando la codificación respectiva.

2- Etapa.

(5 ejercicios)

- Los estudiantes se organizarán en una mesa por los grupos establecidos, cada grupo contara con 7 multicubos.
- El docente les dará una hoja con tres vistas de una isometría, las cuales están codificadas.
- Los estudiantes tendrán que armar la figura con los cubos que se está planteando en las vistas.
- Al armar las formas tridimensionales validaran entre los compañeros para definir si esta está bien construida.
- Al quedar validada por los compañeros, pasan inmediatamente a realizar el dibujo isométrico de la figura.
- Al finalizar cada ejercicio será validado por el primer grupo que termine ante sus compañeros de salón.

Anexo I, Situaciones didácticas. (consignas)

	ACCIÓN		ÁREA GEOMETRÍA PENSAMIENTO Espacial	DOCENTE Carlos Paz
	FORMULACIÓN			
	VALIDACIÓN			
	INSTITUCIONALIZACIÓN	X		
SITUACIONES DIDACTICAS. N° 8	Fecha. Enero 2018		Horas empleadas. 2 horas	
	Medio empleado Reunión docentes y directivos y alumnos participantes. Software Cubos & cubos. Isometrias		Materiales -Portátil -Video beam. - Tabulaciones, resultados de las situaciones.	
Rol de docente -El docente dará a conocer a los profesores del área de matemáticas, directivos de la institución y otros docentes de otras áreas que deseen participar, el proceso realizado con los estudiantes durante los dos meses que duraron las situaciones planteadas.		-Se demostrará la eficiencia del uso de los medios utilizados, tanto del dibujo isométrico como el uso del software, para que, partiendo de la didáctica de las matemáticas, los estudiantes puedan alcanzar objetivos relacionados con la geometría y el pensamiento espacial.		
Rol del estudiante -Los niños que participaron en la implementación del trabajo de investigación harán parte de la charla, en donde darán a conocer los aprendizajes adquiridos y los métodos que utilizaron durante las diferentes situaciones didácticas en que participaron.		- Se solicitará a las directivas que estos resultados sean tenidos en cuenta para poder incluir estos medios y estas situaciones, como herramientas a utilizar dentro del currículo de matemática del próximo año, e ir mejorándolo a medida que se vayan hallando nuevas soluciones didácticas.		

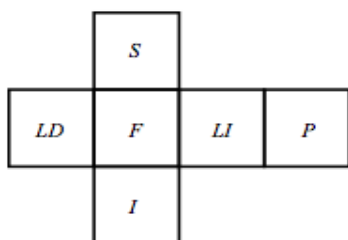
Anexo J, Test, prueba diagn3stica y prueba final.

Grado: 6°

C3digo participante: _____

Esta evaluaci3n tiene como fin identificar el desarrollo del pensamiento espacial, mediante las representaciones de objetos tridimensionales en los estudiantes del grado 6°1. Para esto se hace necesario la intervenci3n de otros pensamientos matemáticos, que ayuden a encontrar el significado y la utilizaci3n del objeto matemático denominado “el cubo” (Hexaedro).

- 1) La figura 1 muestra el molde que permite armar un s3lido y la figura 2 muestra una de las vistas del s3lido armado.



F: frontal
LD: derecha
LI: izquierda
S: superior
I: inferior
P: posterior



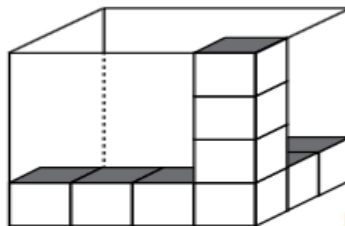
Figura 2. Vista del s3lido.

Figura 1. Desarrollo de un s3lido.

¿A qu3 vista del s3lido corresponde la figura 2?

- A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
- B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
- C. A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del s3lido son cuadradas.
- D. A 1 de las 6 vistas del s3lido, pues cada vista del s3lido es distinta de las dem3s.

- 2) Observa los cubos contenidos en la caja de la figura.



Figura

¿Cu3ntos cubos de esos faltan para llenar la caja?

- A. 64
- B. 39
- C. 16
- D. 9

3)

Camilo observó un sólido desde distintas posiciones. Esto fue lo que Camilo observó:

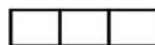
Desde el lado.



Desde el frente.

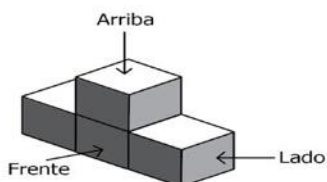


Desde arriba.

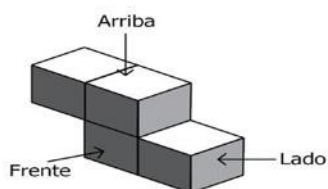


¿Cuál de los siguientes sólidos observó Camilo?

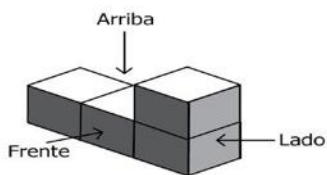
A.



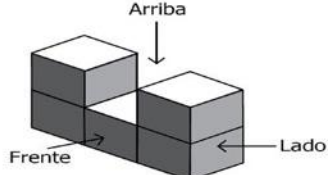
B.



C.



D.



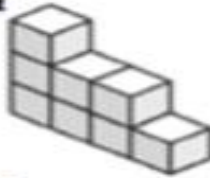
4)

¿Cuál de las siguientes figuras es la que tiene **menor** volumen?

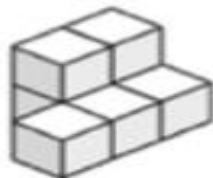
O



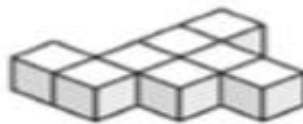
Q



P

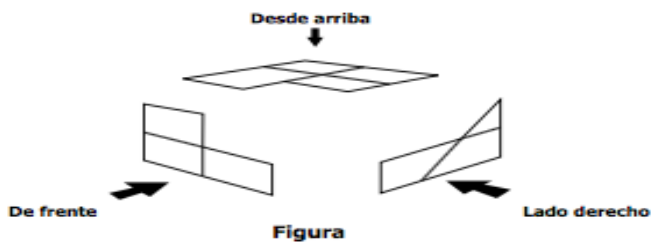


R



- A) O
- B) P
- C) Q
- D) R

- 5) Un sólido se observa desde arriba, de frente y por el lado derecho como se muestra en la figura.



¿Cuál de los siguientes sólidos se observó?

A.



B.



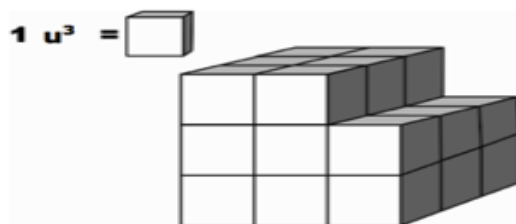
C.



D.

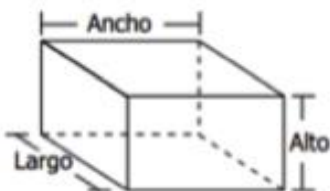


- 6) ¿Cuál es el volumen de la siguiente figura?



- A) 16 u^3
 B) 24 u^3
 C) 26 u^3
 D) 27 u^3

- 7) La siguiente figura representa una caja. En la figura se señalan las dimensiones de la caja.



¿Cuál de los siguientes procedimientos permite hallar el volumen de la caja?

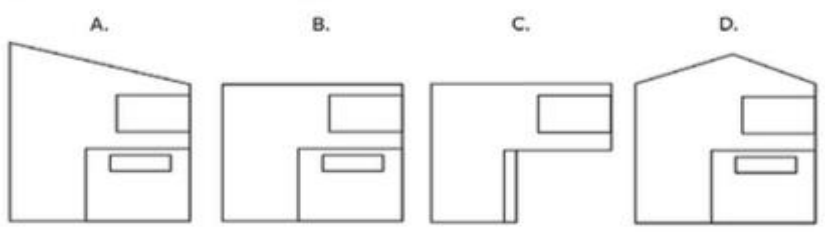
- A. Sumar el largo, el ancho y el alto de la caja.
 B. Multiplicar por 3 el alto de la caja.
 C. Multiplicar el largo por el ancho y por el alto.
 D. Sumar el largo con el ancho, y multiplicar por el alto.

8)

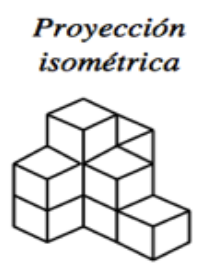
Observa la casa de la figura.



¿Cuál es la vista de frente de esta casa?



9) ¿con cuál de las proyecciones ortogonales codificadas se puede observar la figura de la proyección isométrica?



Los números indican cuántos cubos hay en cada línea perpendicular al observador.

Proyección ortogonal codificada

A)

1			
3	2		
3	1	1	

Frente

2			
3	2	1	
2			

Superior

	1		
1	2	1	
1	3	1	

Derecha

B)

1			
3	1		
3	2	1	

Frente

2			
3	2	2	
2			

Superior

	1		
1	2	1	
1	3	1	

Derecha

C)

1			
3	1		
3	1	1	

Frente

2			
3	2	1	
2			

Superior

	1		
1	2	1	
1	3	1	

Derecha

D)

1			
2	1		
3	1	1	

Frente

2			
3	2	1	
2			

Superior

	2		
1	2	1	
1	3	1	

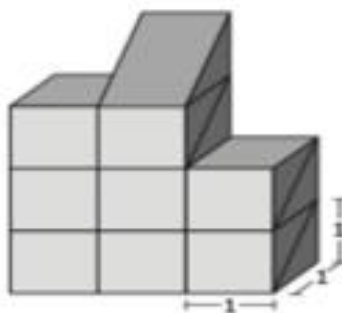
Derecha

10)

Con bloques como este



se construyó la siguiente torre:



¿Cuántos bloques se utilizaron en total para construir la torre?

- A. 8
- B. 9
- C. 16
- D. 17

11)

Observa la torre de la figura 1.

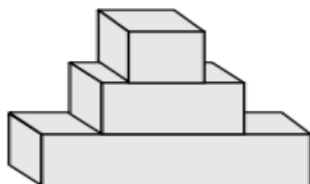


Figura 1

La torre se construyó con los tres bloques de la figura 2.

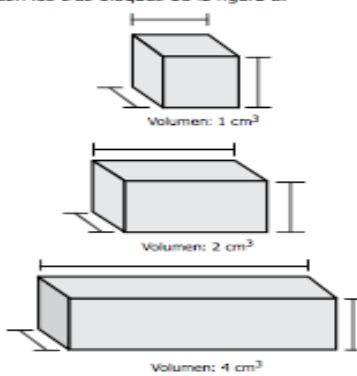


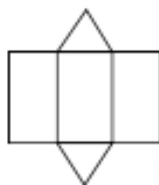
Figura 2

¿Cuál es el volumen de la torre?

- A. 4 cm^3 .
- B. 7 cm^3 .
- C. 8 cm^3 .
- D. 13 cm^3 .

12)

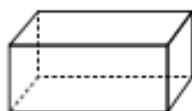
Javier quiere armar un sólido con el molde de la figura.



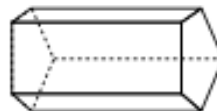
Figura

¿Cuál de los siguientes sólidos se puede armar con el molde?

A.



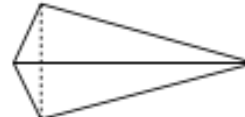
B.



C.

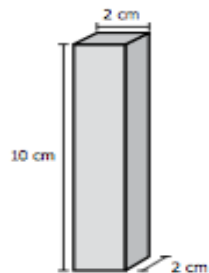


D.



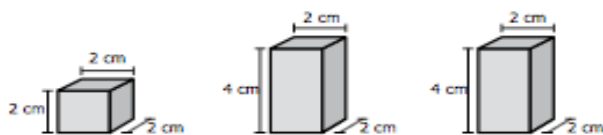
13)

Observa la torre y algunas de sus medidas.

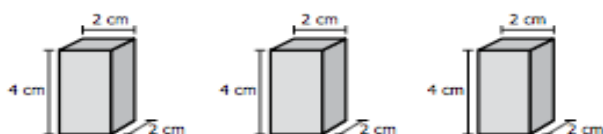


¿Con cuál de los siguientes grupos de bloques se puede armar una torre que tenga las mismas medidas que ésta?

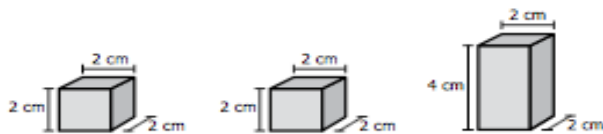
A.



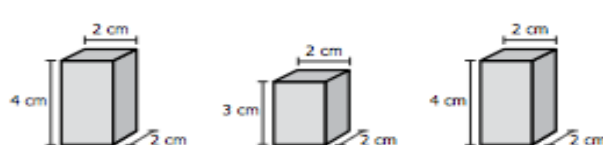
B.



C.



D.



Anexo K Situación didáctica N° 1**Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁴(Cualitativo)**

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.	X					X					X				
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	X								X		X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.	X								X			X			
Escucha y respeta el uso de la palabra	X					X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades	X					X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes	X							X			X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.		X				X			X			X			
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X						X			
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X							X		

⁴ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo L Situación didáctica N° 2

Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁵(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.	X					X					X				
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad		X					X				X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.	X							X			X				
Escucha y respeta el uso de la palabra	X					X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades	X					X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes	X					X					X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	X					X						X			
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X					X				

⁵ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo M

Situación didáctica N° 3

Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁶(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.					X	X						X			
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad						X					X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.							X				X				
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo						X					X				
Escucha y respeta el uso de la palabra						X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades						X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes						X					X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.						X						X			
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.						X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase						X					X				

⁶ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo N Situación didáctica N° 4

Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁷(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.	X					X					X				
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	X					X					X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.		X					X				X				
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo	X					X					X				
Escucha y respeta el uso de la palabra		X				X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades		X				X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes		X					X				X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	X					X					X				
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X					X				

⁷ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo O Situación didáctica N° 5

Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁸(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.		X					X					X			
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	X					X					X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.		X					X				X				
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo		X				X					X				
Escucha y respeta el uso de la palabra	X					X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades		X					X					X			
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes		X				X					X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	X					X					X				
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X					X				

⁸ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo P Situación didáctica N° 6

Aspecto afectivo y tendencia de acción ⁹(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.	X					X					X				
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	X					X					X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.	X						X				X				
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo	X					X					X				
Escucha y respeta el uso de la palabra	X					X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades		X				X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes		X				X					X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	X					X					X				
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X					X				

⁹ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo Q Situación didáctica N° 7

Aspecto afectivo y tendencia de acción ¹⁰(Cualitativo)

Códigos estudiantes:	005					008					011				
Criterios de desempeño	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N	S	CS	AV	PV	N
Es puntual al ingresar y asiste a la actividad.	X						X				X				
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	X					X					X				
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático determinado.	X					X					X				
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo	X					X					X				
Escucha y respeta el uso de la palabra	X					X					X				
Se comporta adecuadamente durante las actividades	X					X					X				
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes	X					X					X				
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	X					X					X				
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	X					X					X				
Dispone de los recursos necesarios para trabajar en clase	X					X					X				

¹⁰ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.

Anexo R Tabla resumen situaciones didácticas de la N°1 hasta la N° 7 – Aspecto afectivo y tendencia de acción ¹¹(Cualitativo)

Códigos estudiantes: Criterios de desempeño	005					Total	008					Total	011					Total
	S	CS	AV	PV	N		S	CS	AV	PV	N		S	CS	AV	P	N	
Es puntual ingreso y asistencia	500	80			20	86	500	160				94	500	160				94
Atiende y participa activamente en desarrollo de la actividad	500	80			20	86	500	80		40		88	700					100
Asimila el lenguaje matemático al referirse al objeto matemático	400	160			20	82	100	320	60	40		60	500	160				94
Demuestra su aprendizaje a través de la participación dinámica y efectiva en el trabajo cooperativo	300	80			20	80	500					100	500					100
Escucha y respeta el uso de la	500	80			20	86	700					100	700					100
Se comporta adecuadamente durante las actividades	300	240			20	83	600	80				97	600	80				97
Reconoce las dificultades en el desarrollo de la actividad y elabora las consultas pertinentes	300	240			20	80	500	80	60			91	700					100
Las correcciones hechas a la actividad las asume con atención y se dispone a hacerlas.	500	80			20	85	700					100	400	160	60			88
Da respuestas a las preguntas formuladas, a pesar de las dificultades que se presentan.	600				20	88	700					100	600	80				97

¹¹ Los formatos de aspecto afectivo y de tendencia de acción se han modificado ligeramente con relación a la versión original tomada de: (García et al., 2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia. Universidad de la Amazonia.