



Construcción del conocimiento matemático en clase mediado por un ambiente tecnológico en red.

El caso del concepto de función que se construye con el trabajo colaborativo.

Trabajo de grado para optar por el título de Maestría en Educación.

Presentado por

Alexander Parra.

Asesor de Investigación

Mg. Hendel Yaker Agudelo

Universidad ICESI

Escuela de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Cali, abril de 2018.

Agradecimientos

Primero debo agradecer a Dios, quien me ha fortalecido y permitido encontrar el camino para culminar este proyecto.

En ese camino he encontrado y contado con personas maravillosas que me han brindado su apoyo para la realización de este trabajo, en esa larga lista un especial agradecimiento a:

Mi familia quienes han brindado su apoyo en cada ausencia debido al trabajo.

El Mg Hendel quien como tutor me brindó su experiencia y amistad.

El grupo de trabajo del Instituto Geogebra Cali, quienes de forma desinteresada brindaron sus reflexiones a las experiencias propuestas.

Mis compañeros y amigos que con sus sugerencias y observaciones pude reconocer las fortalezas y debilidades del proceso.

Mis estudiantes quienes de forma honesta participaron en las situaciones planteadas, superando todas las dificultades y continúan planteando nuevos retos.

A todos ellos mis más sinceros agradecimientos.

Introducción.

El presente trabajo se desarrolla en la zona rural del municipio de Yumbo Valle del Cauca, con estudiantes de 9° de la Institución educativa José Antonio Galán, aborda la mediación de las tecnologías computacionales en la construcción del conocimiento matemático, en el caso del concepto de función, en una visión amplia del concepto, estos dos focos en los que se desarrolla la propuesta, se asumen; en primer lugar desde la mediación de los ambientes tecnológicos en red, con el gestor de aula Classroom Management, explorando las configuraciones didácticas y su potenciales en la construcción del conocimiento matemático, y de otro lado el trabajo colaborativo que estos ambientes tecnológicos configuran, el trabajo se describe en 5 capítulos:

En el capítulo uno se desarrolla la definición del problema, estableciendo antecedentes del problema en el ámbito local, nacional e internacional, identificando que a nivel local y nacional no existen investigaciones que aborden el trabajo colaborativo en ambientes tecnológicos en red, con un gestor de aula, como el Classroom; a nivel internacional se pueden reconocer diversos trabajos con la línea que aborda esta propuesta, con un diversos enfoques, como el semiótico e instrumental. Se realiza una mirada local desde la necesidad de aportar a la comunidad educativa respecto al uso e integración de este tipo de tecnologías en red, siendo estas el resultado del proyecto de formación docente “*Educación Digital para todos*” del proyecto Tit@.

Lo anterior sin desconocer que otros proyectos se han desarrollado en el Municipio de Yumbo, se abordan este tipo de artefactos al reconocer desde un enfoque instrumental la importancia de la mediación de las tecnologías en la construcción de significados matemáticos; en particular se establece la necesidad desde la Institución Educativa, las falencias que se hicieron evidentes en el análisis curricular desde los resultados de las pruebas saber (MEN 2016), por lo

cual la decisión de trabajar desde el pensamiento variacional la construcción del concepto de función cobra aún mayor validez.

En el capítulo dos se establece el estado del arte y el marco conceptual, en el primero se amplían las investigaciones que se identificaron con una línea de investigación similar a esta propuesta de trabajo, estableciendo que la mayoría de las investigaciones se han realizado en ambientes tecnológicos en red con calculadora, con el dispositivo *Navigator Network de la TI*, que permiten varias configuraciones didácticas similares a las que permite el Classroom Management que se explora en esta propuesta, adicionalmente se establece una diferencia con ellas al emplear el programa Geogebra introduciendo algunas variables didácticas adicionales que deben ser analizadas desde el enfoque instrumental que se reconoce en varias de las investigaciones. También se identifican algunas experiencias con otros tipos de software similares en países como Chile y Argentina, donde también se desarrollan en el marco del enfoque instrumental. Este enfoque instrumental delimita y establece la forma de abordar la mediación de los artefactos en la construcción del objeto matemático, así como el enfoque del trabajo colaborativo con ordenador que asume una perspectiva sociocultural de la construcción del conocimiento, en la cual este es una construcción colectiva del hombre en el marco de las actividades que desarrolla en comunidad. La perspectiva didáctica de la construcción del conocimiento se asume con la mirada que se realiza desde la Teoría de Situaciones Didácticas que reconoce las tecnologías (Classroom, Geogebra) como el medio que ha preparado el docente para las interacciones que permitirán al estudiante la construcción del trabajo colaborativo mediado con las tecnologías en red.

En el capítulo tres se describe la población objeto de estudio y la metodología empleada para la construcción de la secuencia didáctica, se amplía la mirada que se hace de las dos actividades experimentales en la que se desarrolla la construcción de los significados matemáticos,

en particular el concepto de función que se asumió como la relación funcional entre magnitudes y el ambiente experimental en el que se desarrollaron las actividades de “Hierve agua ” y “El tiempo de oscilación del péndulo”, permitieron identificar la función como una forma de representación de una realidad cercana al estudiante, de un mundo cambiante en el que describir el que cambia y el cómo cambia constituyen parte de la actividad matemática, el uso del laboratorio y la toma de datos, establecen un contexto significativo y situado para la construcción del concepto de función.

En el capítulo cuatro se describen los análisis de los resultados obtenidos en el desarrollo de la secuencia didáctica, se analizan los diferentes momentos que se viven en cada una de ellas: la toma de datos desde el laboratorio, la representación de los datos en ambientes de lápiz y papel y computacional; se analizan las potencialidades y las restricciones encontradas desde el enfoque instrumental, se establecen las diferentes configuraciones didácticas encontradas, como: *La configuración de Mosaico, la configuración de Mosaico de uso social y la configuración Del Espacio Común Del Conocimiento*, en cada una de ellas se analizan las evidencias del trabajo desarrollado, desde los enfoques, instrumental y del trabajo colaborativo, para la construcción del concepto de función.

Los resultados y análisis realizados a la actividad instrumentada no solo se hace desde mediación del Classroom sino desde el trabajo desarrollado en Geogebra, por lo cual se identifican potenciales y restricciones del programa en la propuesta de las situaciones didácticas, encontrando resultados interesantes en cuanto al uso de dos tipos de representaciones en la construcción del concepto de función, la tabular y la gráfica.

En el capítulo 5, se realizan las conclusiones de los resultados y análisis presentados, a partir de las respuestas a las preguntas auxiliares establecidas para el desarrollo de la propuesta, así como recomendaciones a diferentes actores de la comunidad educativa, como los docentes en

ejercicio, los docentes con un rol de investigador, en cuanto a los potenciales identificados en las configuraciones didácticas analizadas y las restricciones, así como la actividad instrumentada desde Geogebra en el que se reconocen modos de explotación en el análisis de la orquestación instrumental, que juegan un papel potente en la integración de las tecnologías en red y el uso de Geogebra en la construcción del concepto de función ; y a las secretaría de educación como ente administrativo de la educación a nivel local, en cuanto a los procesos de formación y la necesidad de una especificidad de los programas de formación dado que los fenómenos didácticos son particulares en cuanto a la especificidad de algunas áreas, siendo necesario la revisión de la pertinencia y necesidad de algunos programas de formación continua

Contenido

Introducción.	2
Capítulo 1	9
Definición del problema.	9
1.1 Antecedentes del problema.	9
1.2 Planteamiento del problema.	15
1.3 Justificación	17
Objetivo General.	29
Objetivos específicos.	29
Capítulo 2.	31
Marco teórico.	31
2.1 Estado del arte.	31
2.1.1 Las experiencias de otros software.	37
2.2 Marco Conceptual.	42
2.2.1 Trabajo colaborativo y Ordenadores.	42
2.2.2 Mediación de tecnologías, un enfoque instrumental de la actividad matemática.	44
2.2.2.1 La Orquestación instrumental	49
2.2.3 Teoría de Situaciones Didácticas.	50
2.2.4 Objetivos curriculares y Conocimiento Matemático.	53
Capítulo 3.	61
Marco Metodológico.	61
3.1 Metodología	61
3.2 Técnicas.	62
3.3 Población.	64
3.4. Descripción de las actividades de la secuencia.	65
3.4.1 Actividad experimental, hierve el agua.	65
3.4.2 Actividad experimental, el tiempo de oscilación del péndulo.	67
Capítulo 4	70
Presentación y análisis de los resultados.	70
4.1 Actividad experimental, Hierve agua.	70
4.1.1 Concepciones iniciales. Actividad 1, Hierve agua	70

4.1.2 MOMENTO 1. Registro de datos.	78
4.1.3 MOMENTO 2. Representación de datos.	80
4.1.4. MOMENTO 3. Representación gráfica de datos con Geogebra.	81
4.1.5 Interacción en la red: El trabajo colaborativo mediado por el Classroom Management.	89
4.1.4 Actividad instrumentada.	91
4.1.4.1 Las configuraciones didácticas.	91
4.1.4.2 Actividad instrumentada en Geogebra, en la actividad, hierve el agua.	97
4.2 Actividad experimental del Péndulo.	103
4.2.1 Concepciones iniciales actividad del péndulo.	103
4.2.2 Momento 1. Toma de datos cambio de masa.	104
4.2.3 Actividad 2. Registro de datos, cambio de longitud.	105
4.2.4 Actividad 3. Cálculo del registro tabular y gráfico en Geogebra.	106
4.2.5 Las interacciones en la red: El trabajo colaborativo mediado por el Classroom Management. (Actividad del péndulo)	115
4.2.6 Actividad instrumentada en la actividad experimental del péndulo.	117
4.2.6.1 Las configuraciones didácticas.	117
4.2.6.2 Actividad instrumentada en Geogebra, en la actividad del péndulo.	126
CAPÍTULO 5.	129
Conclusiones y recomendaciones.	129
5.1 Respuesta a la primera pregunta auxiliar.	129
5.2 Respuesta a la segunda pregunta auxiliar.	132
5.3 Respuesta a la tercera pregunta auxiliar	136
5.4 Respuesta a la cuarta pregunta auxiliar.	138
5.5 Recomendaciones.	141
5.5.1 A los docentes en ejercicio:	141
5.5.2 A los entes administrativos locales del sector educativo oficial.	142
Referencias.	143
ANEXOS.	146
Anexo 1. Exploración de concepciones actividad 1, Hierve el agua.	146
Anexo 1. Exploración de concepciones actividad 2, el péndulo extremo.	151

Capítulo 1

Definición del problema.

1.1 Antecedentes del problema.

En Colombia se han dado procesos de incorporación de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) desde el año 2000, con el proyecto “*Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia*”, liderado desde el Ministerio de Educación y con el acompañamiento de investigadores internacionales como el Dr. Luis Moreno Armella. Desde los inicios de este proyecto se dieron procesos de integración de las tecnologías al currículo de matemáticas; recordemos que uno de los objetivos del proyecto fue:

Mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y la capacidad de aprendizaje mediante los recursos expresivos que la tecnología pone al alcance de las instituciones educativas.

En este sentido es posible reconocer el camino que recorrieron más de 10 departamentos en el país, en los cuales sus secretarías de Educación, diversas Universidades y el MEN realizaron las dos las fases del proyecto:

- La Fase Piloto
- La Fase de Expansión y Profundización

En cada uno de esos momentos se puede reconocer cómo se habla de incorporar e implementar las tecnologías al currículo y a las prácticas de los docentes de matemáticas. En la actualidad esa visión se ha modificado a partir de las experiencias que se han establecido en proyectos como el presente, en los cuales se reconoce un proceso más complejo como el de la integración de las tecnologías en las aulas y las prácticas docentes.

De este proyecto de incorporación de nuevas tecnologías al currículo se identifican tres ejes fundamentales: *desarrollo académico, gestión y sostenibilidad*, en los cuales se movilizan las líneas de acción. En el primero de ellos, el desarrollo académico como el eje fundamental, se reconoce la intención no solo de incorporación de los artefactos tecnológicos, sino de investigación en el aula, lo que se espera redunde en el desarrollo curricular, formación docente, sistematización y producción de actividades de apoyo a los docentes. Son muchas las publicaciones que se generaron como resultado de los encuentros académicos y de las experiencias de aula, en particular las publicaciones del MEN (2004), en las que se establece una relación directa entre el pensamiento numérico, métrico, aleatorio, espacial y variacional, constitutivos del pensamiento matemático, y las tecnologías. En una de las publicaciones mencionadas anteriormente se aborda, el pensamiento variacional y tecnologías computacionales, y se da una mirada a la necesidad de la enseñanza del pensamiento variacional y su relación con las tecnologías, visión que se comparte en la construcción de esta propuesta de trabajo.

Esa mirada inicial a la integración de las tecnologías al currículo de matemáticas permite darle sentido a los esfuerzos locales que se han dado para continuar con esos procesos de integración y establecer cómo, en cada uno de ellos, el reconocimiento de la complejidad del marco teórico y de un modelo pedagógico en el aula se hace más necesario.

En particular, en el Valle de Cauca se han dado diversos esfuerzos por mejorar las competencias de los docentes en diversos aspectos en cuanto a la necesidad de integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en sus prácticas de aula; en el contexto local es posible reconocer que:

En el Municipio de Yumbo, tanto en la zona urbana como rural, se ha presentado desde el 2012, con la primera entrega de dispositivos por parte del MINTIC, un incremento en la dotación de portátiles y tabletas en las Instituciones Educativas (IE) del Municipio. Esto ha generado una serie de retos a los docentes en cuanto a la integración de las TIC; dichos retos, al igual que en el resto del país, se han ido asumiendo como cada entidad territorial (Secretaría de Educación Municipal SEM) lo ha considerado mejor o de acuerdo a las ofertas académicas de formación docente que se le proponen a estas entidades por parte de diversos organismos que generan estos proyectos, entre los que se encuentran: “*Computadores para educar*” con dos diplomados, la Universidad Autónoma de Occidente con el diplomado “*Formación en el uso pedagógico de dispositivos móviles (tabletas)*”, y el último de “*Educación Digital para todos*” del proyecto Tit@.

Ante este panorama y, dado el reconocimiento de un objetivo común a los diversos programas: “la transformación de las prácticas de los docentes en el aula”, es importante que se realice una mirada sistemática a las prácticas docentes y los niveles de integración de las TIC en el aula, así como a la transformación de las concepciones de los maestros a través de los procesos de formación: ¿Cómo se han dado estos procesos de integración?, en particular, ¿qué transformaciones se han dado en el aula de matemáticas ?

Los interrogantes generales que se formula la comunidad académica al interior de la Institución Educativa, en el orden municipal y nacional, así como los entes gubernamentales como la SEM, han llevado a acciones concretas y posibilidades de intervención desde la investigación. Un ejemplo claro de esto es la creación del *Observatorio Colombiano de Innovación Educativa con Uso de TIC* en el 2016, con el objetivo de dar respuesta a estos y otros interrogantes que acompañan los diversos procesos realizados en la Integración de TIC en el aula, o procesos denominados de Innovación Educativa. En este observatorio se establecen 6 tipos de indicadores

sobre innovación Educativa con uso de TIC: Infraestructura, Recursos Educativos, Prácticas, Gestión, Políticas y Formación. Los indicadores sobre Prácticas, se definen como aquellos que:

< Hace referencia al uso de la infraestructura, de los recursos educativos y la integración de las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje >

En el indicador de la *práctica* se establecen en el Observatorio dos Subdominios que son:

Subdominio: Uso de Infraestructura. Con dos indicadores

Subdominio: Uso de Recursos Educativos. Con cuatro indicadores

En este último subdominio, uno de los cuatro indicadores: “*Proporción de docentes que usan recursos educativos digitales para procesos de enseñanza y aprendizaje*”, nos daría luces sobre algunas de las reflexiones iniciales, pero al buscar los porcentajes que arroja con relación al municipio de Yumbo en cuanto a la proporción de docentes en un tipo de uso en particular de las TIC, como es el diseño e implementación de secuencias didácticas¹, tanto en la zona urbana como rural, es preocupante el panorama dado que no aparece ninguna Institución educativa registrada, por lo cual no hay datos para este indicador; igualmente no aparecen datos para ningún indicador en el municipio de Yumbo, por lo cual no es posible hasta el momento realizar ninguna reflexión alrededor del uso de los recursos tecnológicos por parte de los docentes y en particular de los docentes de matemáticas, por ello el uso de los recursos tecnológicos con los que cuentan los docentes en algunas instituciones de Yumbo no es claro o simplemente no existe. Un ejemplo particular y que centra el interés de este trabajo es el uso de la infraestructura dejado por el proyecto Tit@ que permite al maestro cierto tipo de configuraciones didácticas, que se reconocen en la figura 1, como se identifican en Trouche, L. (2009).

¹ La secuencia didáctica como conjunto de actividades concatenadas con una intencionalidad de enseñanza, se desarrollan en el marco de la Teoría de Secuencias Didácticas (que se amplía en el marco conceptual).

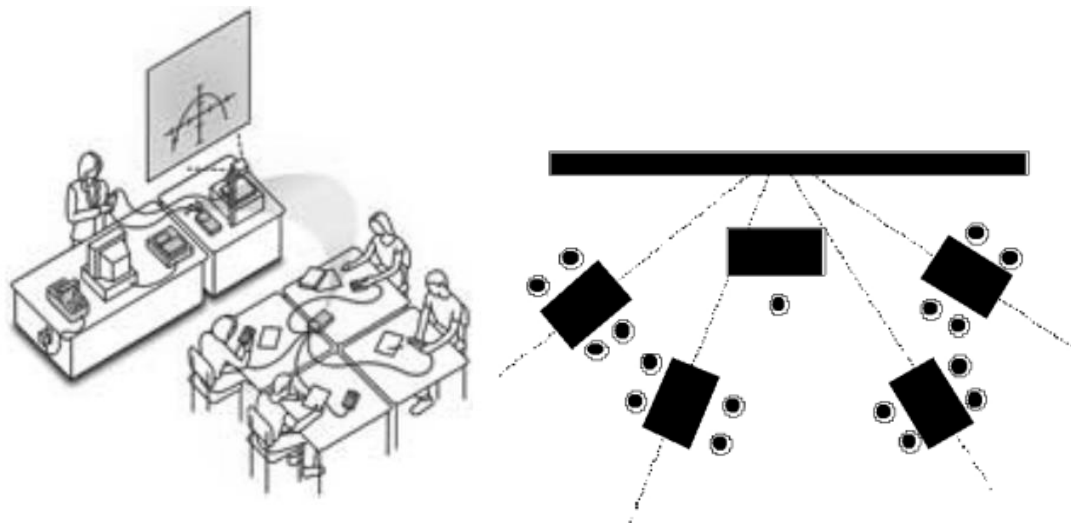


Figure 1. *TI-Navigator in the class*

Estas configuraciones resultan muy potentes en la construcción del conocimiento matemático; en ellas el maestro, entre otras posibilidades, realiza la gestión de *un espacio de conocimiento común* alrededor de un trabajo colaborativo en red, donde se puede compartir el trabajo realizado en este espacio común.

En la revisión en el contexto internacional, en países como Estados Unidos, Canadá, Londres y Argentina, se ha rastreado algunas investigaciones alrededor del trabajo colaborativo y la construcción de conocimiento, que determinan una cercanía al problema de investigación u objeto de estudio.

De otro lado es importante reconocer que, con relación a las posibilidades que permite este tipo de tecnología, en el orden nacional hay ausencia de trabajos de este tipo de investigación.

Esto se puede dar por dos razones:

- ✓ La primera de ellas puede estar en la falta de infraestructura. El trabajo en ambientes computacionales en red, para realizar un trabajo sincrónico colaborativo, requiere de una infraestructura diferente al uso del computador con conexión a internet; aunque si bien

es cierto que existen uno o varios software que se pueden emplear para realizar la administración de los equipos y del trabajo que se realiza con ellos, no es sencillo para los docentes realizar la instalación y configuración de la red; para ello es necesario el manejo de los protocolos y equipos que cumplen las funciones de servidores y son pocos los docentes que lo saben y pocas las IE que invierten recursos en estas infraestructuras teniendo claro el panorama de los potenciales que representan.

✓ Una segunda posibilidad es la falta de formación en el manejo de los equipos y en la reflexión necesaria para el diseño de actividades que se requiere para potenciar la construcción del conocimiento. A pesar de que los primeros avances en la investigación en este tipo de artefactos y de configuraciones didácticas datan de hace 15 años, son recientes las investigaciones que se pueden rastrear, se centran en los instructivos de manejo del sistema de red, se quedan en esa dimensión, manejo artefactual del sistema, qué puedo apagar, qué puedo prender, qué puedo visualizar, pero no se da una perspectiva didáctica.

Es importante reconocer que se tiene un tiempo corto desde la dotación e infraestructura de este tipo, pero en la revisión bibliográfica se evidencia una fuerte tendencia a la producción de manuales y referencias de orden instrumental y de conexión. Por ejemplo:

- Intel, los productores del software, que a pesar de realizar cursos con cierta línea didáctica y pedagógica en la formación de los docentes, donde, solo es posible reconocer referencias generales en los que solo se dice que es potente y lo que se puede hacer pero no hay una mirada que explore estas potencialidades y los resultados que se dan desde una perspectiva didáctica.

- Es posible encontrar la producción de un manual del Classroom Management en una institución educativa de la ciudad de Cali, pero se queda en el enfoque

instrumental que se generaliza, terminando en un manual de operaciones y funciones.

Tanto la primera razón como la segunda, se pueden reconocer en el contexto local de la ciudad de Yumbo, Cali o del Departamento del Valle del Cauca. La infraestructura necesaria para este tipo de trabajo colaborativo en redes solo se dio en las ciudades de Cali, Dagua y Yumbo alrededor de hace tres años, en el 2015, gracias un proyecto educativo particular que llegó a las Secretarías de Educación, como se mencionó anteriormente con el proyecto Tit@, por lo cual su uso y apropiación sólo se dieron en fases subsecuentes del proyecto en el 2016 y las potencialidades de esta infraestructura en la construcción del conocimiento no ha sido cuestionada, ni probada hasta el momento de forma sistemática.

La falta de trabajo de investigación a nivel local (Cali, Yumbo) con la dotación Tit@, es un llamado de atención a aprovechar y cuestionar nuestra práctica pedagógica, como sujetos de reflexión, frente a la tecnología que se incorpora a nuestras aulas y prácticas; la reflexión debe ser un proceso constante

1.2 Planteamiento del problema.

Ante la falta de análisis a nivel local en el Valle del Cauca, una contribución importante es caracterizar el conocimiento que se construye mediado por este tipo de tecnologías y de configuraciones de red, donde los registros en pantalla no son de carácter individual sino que también son compartidos o sociales.

Los conocimientos matemáticos que se movilizan en esos espacios comunes o compartidos tienen una característica particular por la forma de construcción colectiva.

Es necesario el reconocimiento de esta naturaleza y el análisis de los posibles potenciales en el proceso de enseñanza aprendizaje, la caracterización de los espacios comunes o compartidos como espacios de discusión y diálogo, espacios de construcción, deconstrucción y reificación de un conocimiento, de la transformación de los esquemas de apropiación en la solución de tareas; las potencialidades y restricciones en las decisiones didácticas del docente. Estas ideas movilizan el planteamiento que guiará el desarrollo de la propuesta de trabajo.

¿Qué características tiene el trabajo colaborativo para la construcción del concepto de función a través del Classroom Management en los estudiantes de 9° grado de la IE José Antonio Galán del municipio de Yumbo en el año 2018?

Es necesario reconocer que la caracterización de la construcción colaborativa del conocimiento matemático, en un ambiente en red, es el centro del trabajo de investigación, pero que se requiere de un objeto matemático que ofrezca un reto tanto para el docente como para los estudiantes. El concepto de función en particular permite el paso por diversos tipos de representación, posibilita la discusión en los espacios comunes o compartidos del trabajo en red que se han de proponer, además, según los estándares del MEN (2006) está asociado al pensamiento variacional, el cual se indica como un ítem que debe mejorar la IE dentro de los resultados de las pruebas saber 9° 2016. Este análisis se ampliará más adelante.

1.3 Justificación

Los procesos de formación en el uso y apropiación de las TIC a los docentes del municipio de Yumbo se inician a mediados del año 2012 con un diplomado a 8 docentes de una de las Instituciones Educativas del municipio, en el marco del programa “*Computadores para educar*”; para el 2013 se tenía una proyección de 400 docentes certificados en la formación en el programa y, posteriormente, se ofertó el curso “*Formación para el uso y apropiación pedagógica de dispositivos móviles (tabletas)*”. Desde entonces otros programas de formación se han realizado con el apoyo desde SEM, el último de ellos, el proyecto “*Tit@ educación digital para todos*” desarrollado entre el 2014 y 2015, con una gran incidencia ya que hacía parte de un proyecto que cobijaba a 5 municipios del departamento. Estos programas incidían en infraestructura, dotación de artefactos y la formación en la apropiación pedagógica de las TIC. Se puede reconocer que ha sido un largo camino y un gran esfuerzo que se hace necesario analizar con detenimiento. Estos procesos de formación tenían como denominador común la generalidad en el enfoque de formación, es decir no se dirigían a un área específica del saber, se agrupan docentes de todas las áreas y niveles de educación; por lo tanto no es claro, en el momento los procesos de integración que han tenido los docentes del área de matemáticas, más allá de una mirada personal y una concepción desde la propia práctica, lo que genera un sesgo, y hace necesaria la mirada sistemática sobre lo sucedido.

Diversos enfoques y modelos de integración de TIC en el aula se discutieron en el marco de dichos programas. El modelo TPAK, donde se realiza una reflexión sobre los saberes o conocimientos del docente, de tipo tecnológico, disciplinar y pedagógico, que son necesarios para la integración de las TIC en sus prácticas, que plantea un objetivo claro con relación a las prácticas

de los docentes: *una transformación de estas, de las concepciones de los docentes sobre el uso de las TIC y formas de integración de éstas en el aula*, con relación a la sociedad de la información y la comunicación en la que nos encontramos y el tipo de ciudadano del siglo XXI que se espera formar en nuestras aulas. En ese contexto, diversas preguntas emergen con relación a las prácticas de los docentes y en particular de los docentes de matemáticas, desde dos dimensiones de los procesos realizados en el municipio: la dotación y la formación. Al pensar la amplia dotación de dispositivos que no necesariamente incide en las apropiación e integración de las TIC en el aula, se puede cuestionar *¿cuál es el conocimiento instrumental que queda de estos procesos?, ¿cómo inciden estos conocimientos instrumentales en la integración de las TIC en las prácticas de aula?*, con estos interrogantes, sobre los cuales en el municipio de Yumbo no se tienen respuestas, y solo hay algunas aproximaciones a nivel nacional, se abre la posibilidad de visibilizar si la existencia de los portátiles o tabletas garantiza procesos adecuados de integración, como se cuestiona en Castañeda & otros (2015), por lo cual tiene sentido el ahondar en esta reflexión.

Por otro lado, diversos estudios e investigaciones dan cuenta de la necesidad de realizar una reflexión sobre el uso y apropiación de los recursos tecnológicos en el aula, desde diversos enfoques, por ejemplo desde una perspectiva de las *competencias de los profesores para el uso de las TIC en la enseñanza*; en Tejedor & otros (2006) se busca analizar en qué medida los profesores están preparados para la integración de las TIC en la práctica escolar, de igual forma la Universidad Javeriana (2012) realizó una investigación sobre el uso y apropiación de TIC en las Instituciones de Educación Superior (IES) que agrupó a IES de 13 países, se realiza una mirada a las perspectivas, usos y modos de apropiación de los docentes de las TIC en sus prácticas, así como a nivel institucional en las facultades. En consonancia con este tipo de reflexión, la presente propuesta de trabajo permitirá reconocer los usos adecuados de las TIC y de los recursos

artefactuales empleados, los obstáculos didácticos y conceptuales que se presentan para una adecuada integración, también pretende contribuir como punto de partida para establecer necesidades más reales a las cuales se deba responder desde los procesos de formación docente ofertados en el municipio de Yumbo,

Lo que resulta evidente es que existe la necesidad, a nivel Institucional, de **una reflexión** que le permita al docente reconocer diversos tipos de prácticas, y niveles de uso y apropiación de los recursos tecnológicos. En el estudio de Castañeda & otros. (2015) se analiza la tendencia de los docentes del sector público de la secretaría distrital en el uso y apropiación de TIC a partir de los escenarios de enseñanza y aprendizaje; vemos que las necesidades de las secretarías de educación de orden municipal por reconocer los niveles de apropiación y uso de los recursos tecnológicos cobran validez, como punto de partida para una adecuada caracterización de los programas de formación docente; este conocimiento incide directamente en el uso de los recursos económicos que se destinan para tales fines. En el caso del municipio de Yumbo, en los programas mencionados, en la parte de infraestructura, la inversión total supera los 2000 millones de pesos, un rubro que para muchos implica una exigencia no sólo en resultados visibles en infraestructura, sino también en el reconocimiento del sentido que están cobrando los procesos de formación en los docentes. En particular, para los docentes de matemáticas, falta una mirada más rigurosa y menos general, dados los fenómenos asociados a los objetos de conocimiento. A pesar de ser un número pequeño, alrededor de 55 docentes en el área de Educación Matemáticas en educación básica y media según datos de la Secretaría de Educación Municipal de Yumbo (SEMY), (sin contar los docentes que trabajan el área de matemáticas en la educación primaria), no es posible establecer a nivel municipal cuál es el nivel de uso y apropiación los recursos tecnológicos a partir de las prácticas de estos docentes.

Lo anterior pone de manifiesto un vacío en las investigaciones mencionadas; no se centran en un área de saber en particular. Por eso toma mayor sentido la propuesta de trabajo en la línea de investigación en TIC y Educación Matemática, donde se pone el foco en las concepciones y actuaciones del docente, sin perder de vista el saber, ni el estudiante; esta mirada centrada en el uso y apropiación de las TIC por los docentes permitirá desde lo micro (la IE) realizar aportes a un nivel más amplio pero aún local como la SEMY para orientar la toma de decisiones y propiciar mejoras en la prácticas docentes, con relación al uso apropiado de las tecnologías disponibles, como el Classroom Management que propician un trabajo colaborativo para la construcción de conocimientos matemáticos. Es posible esperar que estas reflexiones a nivel local signifiquen un aporte a nivel macro o nacional, donde se centra el interés en el mejoramiento de las prácticas de aula.

Con relación al objeto matemático para la propuesta de trabajo, el concepto de función, se determinó a partir de las necesidades, que se evidencian en el análisis de las pruebas externas que se realizan en la IE.

En este apartado se identifican los antecedentes institucionales del problema desde una mirada a los resultados de la pruebas saber 2015-2016 en matemáticas grado 9°, en la IE José Antonio Galán de Yumbo.

Se realiza una revisión a la documentación pertinente en las páginas del Ministerio de Educación Nacional (MEN), de los resultados de las pruebas Saber 2015 y 2016 por Institución Educativa, a partir del cual se establece una coherencia entre la propuesta del trabajo de investigación y las necesidades institucionales.

Como se observa en la imagen 1, se revisan las páginas en mención.

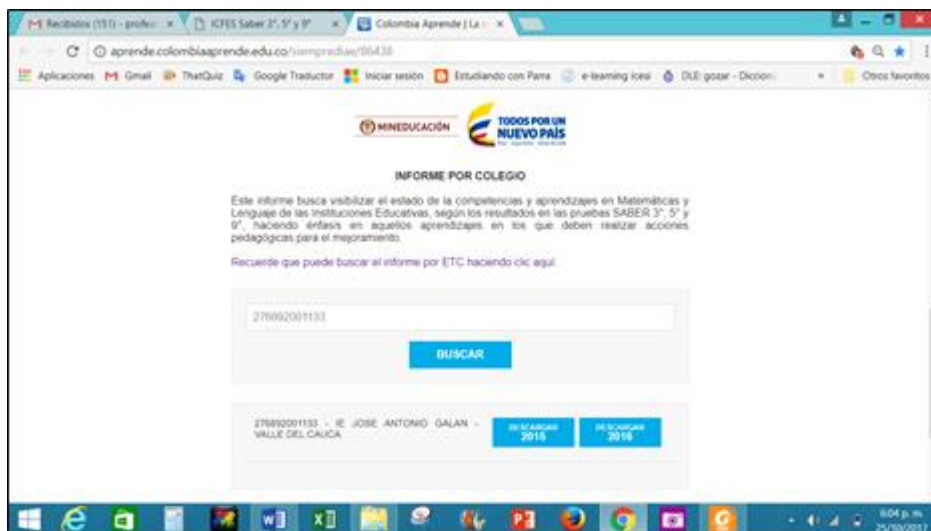


Imagen 1: Revisión por Institución de los resultados de las pruebas saber

En la imagen se muestran disponibles para descargar los años 2015 y 2016, que serán motivo del análisis, *pero en el año 2015*, al descargar el archivo se indica que no se encuentra este, como se muestra en la Imagen 2.

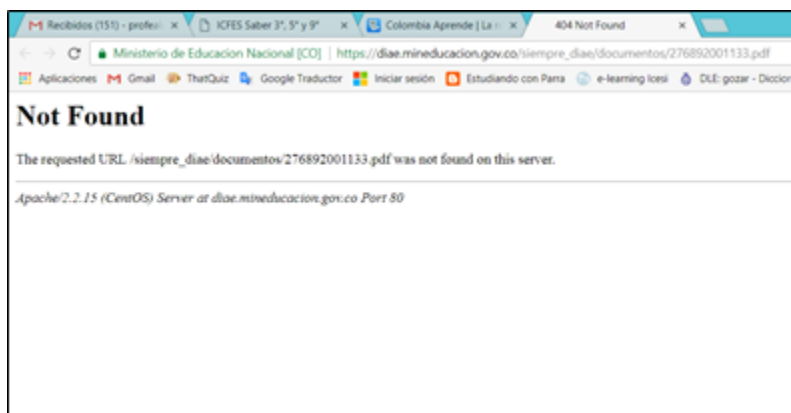


Imagen 2: Resultados búsqueda pruebas saber 2015. NO encontrado

Por lo anterior se recurre al reporte histórico de los *niveles de desempeño* que si se tienen

disponibles y una mirada a los resultados de las pruebas saber 2016, en los que se visibiliza el estado de las competencias y aprendizajes de las matemáticas en este grado.

Para los años 2015 y 2016, se tiene el número de estudiantes evaluados para cada año se puede recuperar en la ficha técnica de cada año como se muestra en las imágenes 3 y 4.

Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área:				
Evaluados	Lenguaje	Matemáticas	Ciencias naturales	Ausentes
55	36	36	0	4

Imagen 3: Ficha técnica evaluación 2015.

Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área:				
Evaluados	Lenguaje	Matemáticas	Ciencias naturales	Ausentes
50	33	32	35	1

Imagen 4: Ficha técnica evaluación 2016.

Para cada año se evaluó aproximadamente del 65 % de los estudiantes del grado 9° en matemáticas y es a partir de esta muestra representativa que se realiza el análisis del estado de los desempeños² en matemáticas en las pruebas saber en el histórico 2015-2016.

² Una descripción cualitativa sobre lo que el estudiante es capaz de hacer cuando se enfrenta a preguntas de distintos rangos de dificultad, en una situación de contexto específica

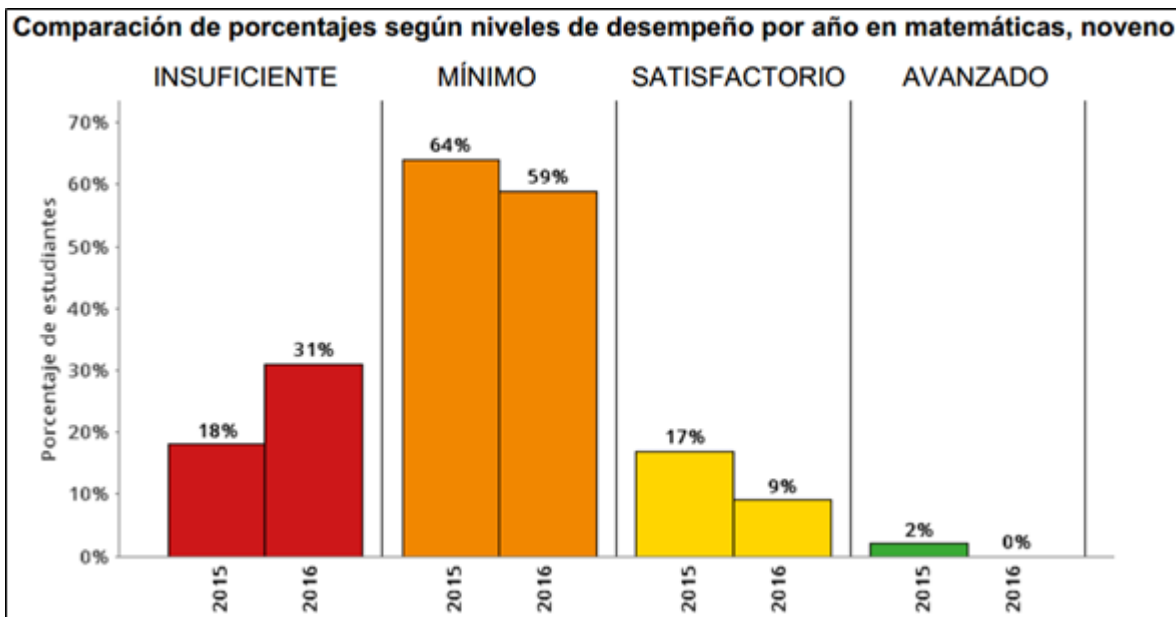


Imagen 5. Comparativo niveles de desempeño 2015-2016 pruebas saber.

En la imagen 5 vemos que los cambios de 2015 a 2016, aunque poco significativos, no fueron de forma favorable o alentadora para la mirada institucional. El desempeño para los dos años se concentra en los niveles insuficiente y mínimo, considerando el de mayor representación en mínimo, en el que se asume que:

“El estudiante promedio de este nivel reconoce distintas maneras de representar una función, soluciona problemas en contextos aditivos y multiplicativos, identifica algunas propiedades de figuras planas y sólidos, establece relaciones entre dimensionalidad y magnitud, identifica algunos movimientos rígidos en el plano, utiliza formas de representación convencionales para describir fenómenos de las ciencias sociales o naturales”. Icfes (2016) (Resaltado de mí parte)

Así mismo es importante reconocer que estos niveles a su vez se caracterizan por ser *globales* para las pruebas y no para los componentes y competencias de cada área, pero, a pesar de ello se describe en el reporte de Icfes qué tipo de procesos realizan los estudiantes que se

encuentran en este nivel, *con relación a la competencia modelar* en la que se enfoca este trabajo se indica que:

En comunicación, representación y modelación el estudiante:

- *Reconoce algunas relaciones funcionales representadas gráficamente.*
- *Construye tablas a partir de expresiones algebraicas sencillas.*
- *Establece relaciones entre distintas magnitudes.*
- *Traduce entre diferentes formas de representación de datos.*

A pesar de que en este reporte se indica la competencia comunicación, representación y modelación, se hace necesario una mirada más específica a los componentes de cada área desde el reporte de los resultados de la prueba saber que se tiene a disposición del 2016, teniendo en cuenta que no existen variaciones significativas en los promedios de los resultados con relación al año 2015.

Una primera descripción presenta un comparativo de la Institución Educativa frente a la entidad territorial y el país con la estrategia del semáforo, los porcentajes son similares en los tres ítems, donde el 60 % de los estudiantes (19 estudiantes) no respondieron correctamente las preguntas relacionadas con las competencias comunicación (Imagen 6).



Imagen 6. Comparativo resultados nacionales y locales institucionales.

De la imagen 6 se puede identificar que la situación local no dista mucho de la situación a nivel nacional.

Al considerar la comunicación asociada a la competencia de modelación, se realiza una mirada específica como se observa en la imagen 7, con la estrategia del semáforo.

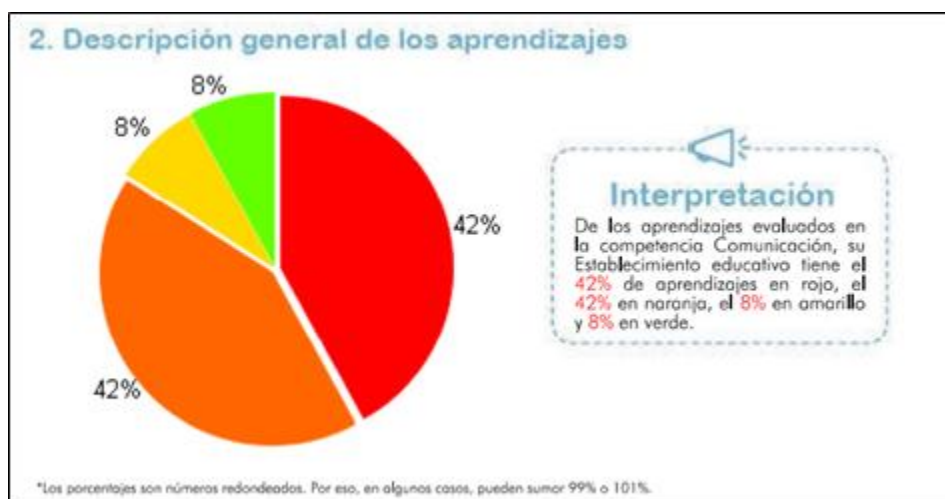


Imagen 7. Descripción de los aprendizajes en la competencia comunicación 2016 pruebas saber.

El análisis de la comunicación permite reconocer que el **42 % de ese 60 %** inicial, está en rojo, que representan 7 estudiantes de los estudiantes evaluados y otro 42 % se encuentran en naranja dentro de la estrategia del MEN, lo que es un llamado de atención a la revisión para los procesos de aprendizaje que se están llevando a cabo en la Institución Educativa (IE).

A partir de esta estrategia del semáforo el MEN, en el informe que proporciona, relaciona un listado de aprendizaje a los cuales se les debe colocar mayor énfasis a las acciones pedagógicas de mejoramiento para implementar en el aula; los que se relacionan para la IE son los que se muestran en la imagen 8.

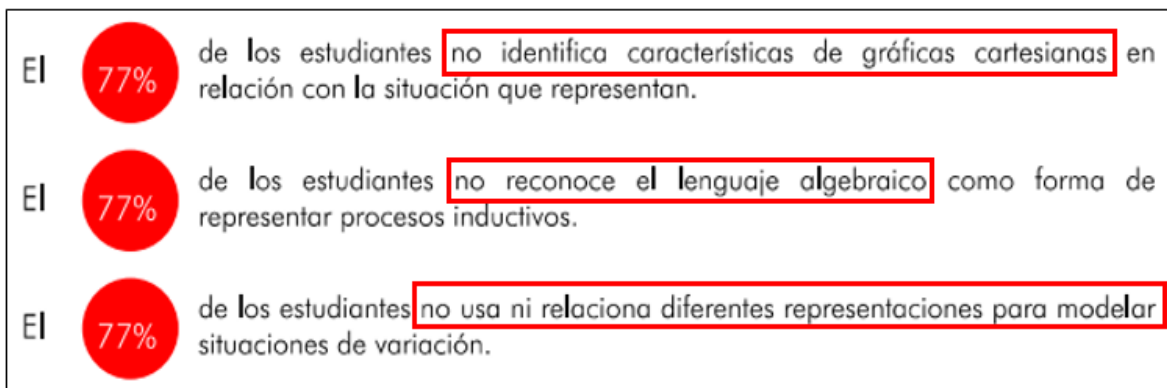


Imagen 8. Descripción de los aprendizajes 2016 en la comunicación para realizar acciones de mejoramiento.

En esta perspectiva se plantea el análisis de las tareas y de las propuestas de las actividades de aprendizaje que se proponen en éstas.

Con relación a los planteamientos desde el informe se puede decir que:

A pesar de las cifras tan alarmantes son 7 estudiantes lo que presentan estas dificultades, pero no hay datos que llamen a la tranquilidad al ser pequeño el porcentaje del color verde.

Se resaltan para el análisis algunos aspectos que se identifican asociados a las actividades de aprendizaje de la secuencia que se relaciona más adelante.

Se reconocen en ellas, *el identificar*, asociado como proceso a la competencia modelar, desde la forma de reconocer características de las relaciones funcionales, el identificar patrones que se muestran en las representaciones cartesianas e interpretación en las representaciones algebraicas.

Es importante reconocer cómo, desde otra fuente de información Icfes (2016), se reconoce en la comunicación una fortaleza (imágenes 9 y 10) pero se entra en contradicción con el otro informe que se encuentra en la página del día E, donde se evidencia desde los porcentajes esta competencia como una debilidad en rojo.

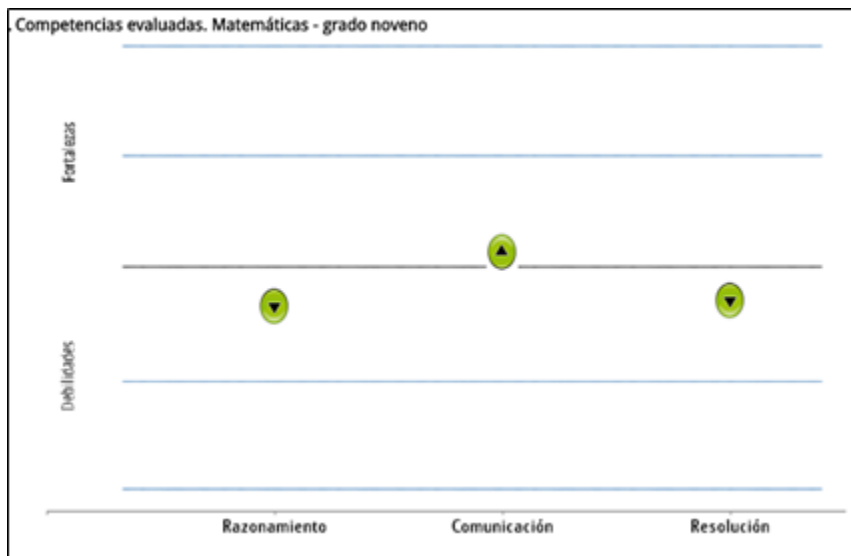


Imagen 9: Lectura por competencia, fortalezas y debilidades

En la imagen 10 tomada del Icfes (2016), se evidencia como fuerte el proceso de comunicación, representación y *modelación* en comparación con otras Instituciones Educativas de similares promedio, lo que puede resultar confuso para los docentes en términos de lecturas y conclusiones a fin de establecer estrategias de fortalecimiento a los procesos.

Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Débil en Razonamiento y argumentación
- **Fuerte en Comunicación, representación y modelación**
- Débil en Planteamiento y resolución de problemas

Imagen 10: Lectura de resultados de evaluación, desde el Icfes 2016

Desde los componente evaluados por el MEN se evidencia (imagen 11) el componente numérico variacional como una debilidad, y fortaleza en la modelación en el interior del componente geométrico-métrico, que se resalta en la lectura que realiza el MEN evidenciado en la imagen 12.

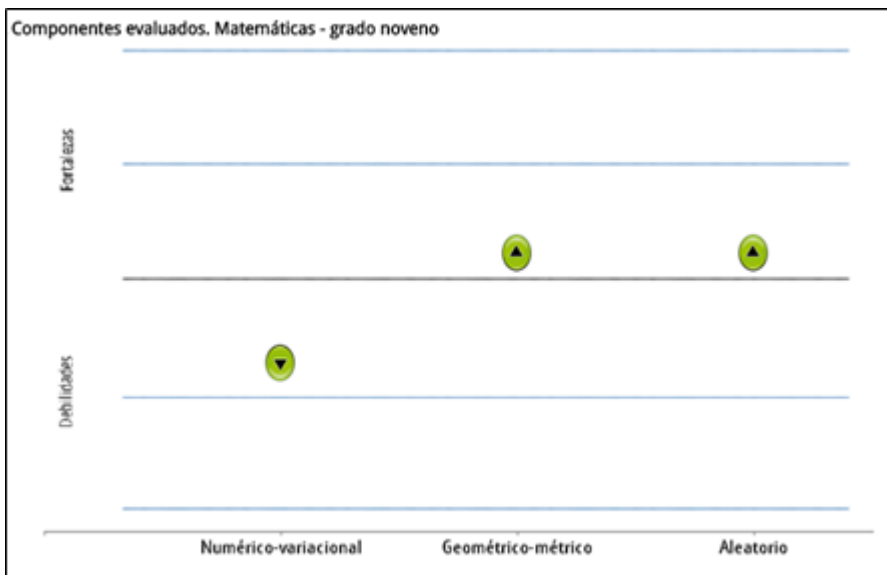


Imagen 11. Fortalezas y debilidades de los componentes evaluados Icfes 2016.

Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos que presentan un puntaje promedio similar al suyo en el área y grado evaluado, su establecimiento es:

- Débil en el componente Numérico-variacional
- Fuerte en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación
- Fuerte en el componente Aleatorio

Imagen 12: Lectura Icfes 2016 de los componentes evaluados en las competencias.

Desde esta mirada es importante reconocer que la propuesta de la secuencia didáctica viene a ser una de las acciones que se solicitan desde el MEN al realizar las recomendaciones de acciones pedagógicas necesarias en el aula, con las que se ha de fortalecer la competencia modelar, asociada a los procesos de descripción, de representación de codificación y decodificación de un lenguaje natural a un lenguaje algebraico. En particular se espera que el manejo de los tipos de representación semiótica asociados al concepto de función, redunden en la construcción del concepto de forma significativa.

En este marco se proponen los siguientes objetivos.

Objetivo General.

Caracterizar el trabajo colaborativo para la construcción del concepto de función a través del Classroom Management en los estudiantes de 9° grado de la IE José Antonio Galán del municipio de Yumbo en el año 2018

Objetivos específicos.

- *Generar una tipología de las diferentes configuraciones mediadas por el Classroom Management en el trabajo colaborativo en red al interior de la secuencia didáctica.*
- *Identificar las potencialidades y restricciones del uso de Geogebra en la secuencia didáctica como mediador en la construcción del concepto de función.*
- *Caracterizar las acciones de los estudiantes en las interacciones con el pc y frente a la clase en el trabajo mediado por el Classroom Management.*
- *Identificar el estado de comprensión del concepto de función con la mediación del Classroom Management.*

Lo anterior permite plantear algunas preguntas auxiliares que orientan la propuesta, entre ellas.

¿Cuál es la tipología de las diferentes configuraciones mediadas por el Classroom Management en el trabajo colaborativo en red?

¿Cuáles potenciales y cuáles restricciones se presentan en el uso de Geogebra en la secuencia didáctica?

¿Cuáles son las características de las interacciones de los estudiantes con el pc en el trabajo mediado por el Classroom Management?

¿Cuál es el *estado de comprensión del concepto de función con la mediación del Classroom Management?*

Capítulo 2.

Marco teórico.

2.1 Estado del arte.

Con relación al objeto de investigación no es necesario en estos momentos realizar una reflexión sobre la necesidad o importancia de la integración de las TIC al aula de clases de matemáticas, dado la amplia bibliografía al respecto y el sentido de conciencia que se puede reconocer en el ciudadano del común o padres de familias de las IIEE del municipio, así como el nivel de conciencia de los entes gubernamentales. Todo esto como consecuencia de los diversos programas que se han implementado en el municipio para el proceso de integración de las TIC en las aulas de clase. Pero sí es necesario realizar, a partir de los avances tecnológicos, una reflexión constante de cómo se pueden transformar los conocimientos y la construcción de los mismos con la mediación de las TIC en las prácticas de aula, como resultado de una perspectiva didáctica y no como respuesta a presiones sociales o culturales.

La *Consola de Tutor de Classroom Management* que se encuentra en los dispositivos de muchas de las IE del municipio de Yumbo, es un artefacto que llega a la IE y sus aulas a través de un programa de fortalecimiento de las TIC en las aulas del municipio y del departamento, pero que se ha quedado en las descripciones instrumentales del mismo; se han descrito sus potenciales y restricciones, pero no se ha realizado un proceso de sistematización de las experiencias realizadas, si existe alguna.

Artefactos y dispositivos similares se han podido rastrear en la literatura de la educación matemática en las que se hayan realizado procesos de investigación o sistematización a nivel

internacional, en América y Europa, en un periodo comprendido desde el 2002 al 2012.

A nivel local o nacional no ha sido posible identificar en alguna de las base de datos revisadas como Ebesco, Dialnet, Springer o Redalyc, procesos de sistematización o investigación con artefactos o configuraciones de red para trabajo colaborativo en el área de matemáticas similares o iguales.

Uno de los primeros dispositivos para trabajo colaborativo en red local en las aulas de clase fue la versión beta de las Texas Instrument (TI) en el 2002, *The prototype Navigator Network de la TI*, permitía una red de trabajo local en el aula de clase; este prototipo se abordó desde un trabajo empírico que buscó describir la construcción y movilización de los conocimientos matemáticos a partir de un espacio común de conocimiento; los autores lo describen como:

Classroom connectivity (CC) opens a large and richly endowed opportunity space for teaching, learning, assessment and curriculum activity design, a space jointly structured by the structures of mathematics, and the social and physical structures of the classroom in a dialectical relationship (Stroup, et al., these proceedings). The social structure plays a direct role in the structuring of mathematical activities, and vice-versa in a dialectical fashion.

(Hegedus & Kaput, 2002, p.3)

La investigación aborda las relaciones dialécticas al interior del aula entre los estudiantes, entre los estudiantes y el profesor, así como el papel del profesor en la construcción del espacio común de trabajo, a través de tres actividades en la construcción del concepto de función lineal y la significación del parámetro de la pendiente, con estudiantes de 9° grado.

En la investigación se trabaja específicamente las funciones lineales; en este contexto se puede sacar provecho de las configuraciones de este tipo de software que potencia el trabajo colaborativo, dado que se pueden realizar diferentes tipos de representación de ese objeto matemático, como las verbales o lengua natural, tabular, gráfica y algebraica, lo que permitirá reconocer los niveles de apropiación conceptual de los estudiantes.

Hacia el 2008 en Francia se realiza el trabajo de investigación por parte de Hivon, Pean y Trouche, (2008) donde se aborda una investigación desde un enfoque instrumental, se analiza la construcción del conocimiento matemático en una red de calculadoras con el software de conexión Ti Navigator. En esta investigación se plantean como objetivos el análisis de dos hipótesis sobre la incorporación de este artefacto:

La introducción del TI-Navigator a la clase supone una actualización fundamental de las situaciones matemáticas y orquestaciones instrumentales (...)

La aplicación razonada del dispositivo pudiera promover un cambio en la relación entre el alumno y el grupo de la clase, facilitando el desarrollo de una discusión científica y el desarrollo de trabajo colaborativo.

Se determina una aproximación instrumental³ para el estudio del artefacto y las implicaciones didácticas en el diseño de las actividades e implicaciones en la construcción del instrumento⁴ por parte de los estudiantes en la solución del problema, esto se realiza desde tres tipos de configuraciones didácticas:

- La configuración didáctica del espacio de clase.

³ Aproximación instrumental: Alude a un enfoque sobre la construcción del conocimiento en el que se reconoce la mediación de los artefactos, se identifica la relación entre el artefacto el usuario y el conocimiento construido.

⁴ Instrumento: En el enfoque instrumental se diferencia artefacto de instrumento, este se define como la conjunción del artefacto y los esquemas de utilización en la solución de problemas por parte del usuario.

- La configuración didáctica de las calculadoras
- La configuración didáctica de la red.

De otro lado se aborda la complejidad del trabajo docente desde el diseño y la gestión de clase.

El diseño de las actividades propone tres sesiones en una metodología de investigación acción, y algunas preguntas quedan abiertas, dada la complejidad del trabajo en red y de la naturaleza del trabajo colaborativo en red por parte de los estudiantes en otros escenarios, como la internet.

Al igual que en el anterior trabajo se aborda la función lineal. En esta propuesta de trabajo se buscará realizar una aproximación a este tipo de configuraciones dada las similitudes de estos softwares.

Clark-Wilson (2010a) muestra el trabajo realizado con 7 profesores de países de Inglaterra, Escocia, Holanda y Suiza que iniciaban el uso de la red de conexión para calculadoras del TI Navigator en sus clases. El documento se centra en cómo los docentes hacen uso de la pantalla común del sistema y con ello analizan las prácticas emergentes. El marco teórico del trabajo involucra *las prácticas de evaluación formativa y la gestión didáctica del docente*. Conceptualiza la clase colaborativa o **ambientes colaborativos** en la clase, citado en Hivon (2008) y desde allí se reconoce un enfoque instrumental del análisis y la **orquestración instrumental**⁵.

Algunas de las preguntas en las que se enfocó la investigación fueron:

✓ *What was the nature of the 'rich' mathematical starting points for*

⁵ Orquestración instrumental: Hace referencia a la gestión didáctica de los artefactos en el aula por parte del docente.

which Screen Capture stimulated pupils (and teachers) to learn mathematics?

✓ *How could Screen Capture be used to maximise the opportunities for students' peer communication with (and independent from) the teacher;*

✓ *What **classroom strategies** did the teachers devise to use data from Screen Capture to support them in all aspects of formative assessment?*

No es clara la forma metodológica de la investigación, pero se puede reconocer su carácter cualitativo, algunas de sus conclusiones permiten reconocer el cambio en las prácticas de los docentes en cuanto al diseño de tareas innovadoras y los enfoques pedagógicos, la evaluación formativa y la manera como el trabajo colaborativo en red potencia la construcción del conocimiento matemático.

En Clark-Wilson (2010a) se identifican tres elementos claves para el marco conceptual de esta propuesta de trabajo.

Se puede identificar el aporte de la Texas Instrument en la investigación en educación matemática alrededor de su dispositivo TI Navigator de conexión inalámbrica en red, dado que está presente en muchos de los proyectos de investigación; en la *Revista Innovaciones Educativas* de 2011 de esta empresa, donde se retoman experiencias de aula en Italia y México, encontramos la experiencia de la Dr. Ornella Robutti (2010), en la que se analiza el empleo del software como mediador en el apoyo a *comunidades de aprendizaje en la construcción de significados matemáticos*. Esto se desarrolla en un marco semiótico cultural, donde la significación de las representaciones juegan un papel fundamental, en la construcción por parte de los estudiantes (de 10°) de los significados matemáticos al interior de una comunidad de práctica. Como metodología se realiza un experimento de enseñanza para el diseño de las actividades. En las conclusiones deja

varios interrogantes abiertos de trabajo, como la importancia o necesidad de realizar este tipo de investigaciones en el marco de un enfoque instrumental y también plantea que en el futuro puedan investigarse nuevas preguntas, tales como:

¿Cuáles son los cambios en los procesos de enseñanza con esta tecnología?, ¿cómo podemos apoyar a los profesores en la introducción de estos medios al aula, junto con herramientas más tradicionales?, ¿cómo debemos cambiar las tareas con estas herramientas? y ¿cuáles son sus implicaciones en la currícula?, ¿estamos iniciando nuevas tendencias en la educación matemática, al estudiar la mediación de estos nuevos medios?

(Ornella R, 2010, p.123)

En la revista se subraya, desde experiencias comentadas hasta investigaciones más formales, la necesidad de que los docentes superen el temor que se presenta cuando no se tiene toda la experticia instrumental de los artefactos.

El trabajo colaborativo es un factor o denominador común en las experiencias e investigaciones presentadas, como un tipo de estrategia de enseñanza aprendizaje con la mediación de este tipo de tecnologías de trabajo en red.

Por otro lado en la tesis de investigación Oliva (2016) se realiza un análisis de los aprendizajes con el uso de la calculadora graficadora y el dispositivo de TI Navigator de conexión en red inalámbrica con los que se configura las posibilidades del trabajo colaborativo en red. En esta investigación se desarrolla el trabajo en un enfoque centrado en las representaciones y la visualización, así como el papel del trabajo colaborativo que se desarrolla en el espacio común de la clase (la pantalla donde el docente puede presentar el trabajo realizado por todos los grupos en

tiempo real); se trata entonces de introducir un trabajo colaborativo mediado por las tecnologías, otra dimensión del análisis del papel de las tecnologías en la educación matemática. Dicha investigación se describe de carácter cualitativa, es decir de carácter descriptivo de los fenómenos, con una población de estudiantes de primer semestre universitario en el curso introducción a las matemáticas. Algunas de las conclusiones de la investigación confirman que el espacio común de trabajo que permite la red de calculadoras es un espacio de discusión amplio y significativo para los estudiantes.

Las anteriores experiencias muestran, tal vez por razones de mercado, que el sistema de calculadoras graficadoras y el dispositivo TI Navigator sobresale en la construcción de trabajo colaborativo en red en el área de matemáticas. Aunque no es el único disponible para los docentes que buscan este tipo de configuraciones didácticas en sus prácticas, si el único para trabajo con calculadoras; si se quiere trabajar con otro tipo de dispositivos como pc o portátiles, se debe recurrir a otro tipo de software para generar un ambiente colaborativo en red para el aprendizaje de las matemáticas.

2.1.1 Las experiencias de otros software.

Para constituir en el aula un ambiente colaborativo en red que apoye la construcción de significados o conocimientos en matemáticas, se puede recurrir a otros tipos de software disponibles que permiten estas configuraciones y posibilidades de trabajo como iTALC, e-Learning Class V6.0 y Classroom Management, que son propicios para esta tarea. En muchas de las instituciones de Colombia se cuenta con las dotaciones en equipos suministrados por parte del MEN y el MINTIC, que posibilitarían este tipo de actividades.

iTALC (Intelligent Teaching And Learning with Computers) es un software libre que le permite al docente realizar una gestión de aula, configurando un ambiente de aprendizaje colaborativo mediado por computadoras. Esta gestión de aula del docente y la configuración en red de los equipos de los estudiantes, le permite visualizar y compartir el trabajo de cada uno de los equipos conectados, estableciendo posibilidades de trabajo similares a las presentadas en las investigaciones con las calculadoras y el TI Navigator. A pesar de estar documentado en su página oficial desde el 2004 y el observatorio Tecnológico del Ministerio de Cultura y Deporte del gobierno de España, no ha sido posible rastrear experiencias donde se muestre el uso, apropiación e integración de este artefacto en las aulas, salvo manuales sobre su configuración instalación y posibilidades que se presentan o tienen.

En Argentina el ministerio de educación, dentro del *Proyecto Conectar igualdad*, proporcionó dotación de equipos portátiles o Netbooks; en ellos se encuentra el software e-Learning Class V6.0 de Intel que se describe con un potencial en donde:

“...*Sus alumnos podrán usar sus computadoras para ingresar información, para colaborar entre ellos, para ver materiales en su computadora y crear sus propios materiales*”, es decir, se podrá configurar por parte del docente un ambiente colaborativo en red para la construcción de conocimientos en el aula, en el que se puede establecer un espacio común para la reflexión matemática.

Este proyecto da inicio en el 2010 con un alcance a 3 años, por lo cual posterior a la formación y la dotación en las aulas, se puede afirmar que es reciente el proceso de integración en prácticas de los docentes en el aula; tal vez por ello no fue posible rastrear experiencias significativas y sistematizadas o procesos de investigación más rigurosos, solamente se puede

reconocer un par de comentarios, con relación al trabajo colaborativo que permite el programa, como:

“El entorno que genera Elearning Class, facilita que los estudiantes puedan comunicarse y colaborar con sus compañeros en forma digital. Es decir, se origina un espacio de aprendizaje dentro de la intranet del aula permitiendo que las herramientas hipertextuales como soporte (por ejemplo, chat, difusión de pantalla, etc.) y los contenidos y/o unidades de aprendizaje como materiales formativos (por ejemplo: imágenes, audio, video, documentos, etc.) sean una de las principales ventajas del entorno.” (Adriana 2012)

En las respuestas a la entrada en este blog se pueden reconocer algunas limitaciones; la información que más circula es la relacionada con tutoriales, soporte técnico, dudas sobre compatibilidad de versiones y sistemas operativos. Todo parece indicar que los docentes para pasar a una fase de experiencias que consideren significativas, necesitan sentir que han superado un nivel básico de manejo instrumental de los artefactos, antes de proceder a la integración en sus prácticas. Todo lo anterior son razones por las cuales no se pueden identificar experiencias publicadas por docentes en los que integren este artefacto en sus prácticas de aula.

De otro lado, además de las problemáticas de los equipos e instalación de los mismos, se puede reconocer como pasado un año algunos docente manifiestan no haber recibido la dotación de las Netbook del proyecto del Ministerio de Educación de Argentina.

Situación similar se ha vivido en el Valle y en particular en el municipio de Yumbo, donde finalizado el proceso de formación del proyecto Tit@ en el 2016 se presenta un momento de

ajuste tecnológico; aquí se superan problemas técnicos, de redes eléctricas y de intranet, ajustes en los equipos e incluso en algunos casos la falta de éstos (por lo cual la apropiación e integración de algunos recursos no se ha dado), como el caso del software *Classroom Management* que es el software que viene en los equipos del proyecto Tit@ para gestión de aula, que permite la configuración de un ambiente de trabajo colaborativo en red mediado por las computadoras. A pesar de las experiencias publicadas en el ambiente Tit@ del proyecto, estas están más focalizadas a revisar el aprendizaje en las estrategias empleadas, como el Aprendizaje Basado en Proyectos, por lo cual en matemáticas no se ha realizado una reflexión sobre las potencialidades y restricciones de las configuraciones didácticas que posibilita este software, ni de la construcción del conocimiento desde un enfoque instrumental o semiótico de las representaciones, en estos ambientes de trabajo colaborativo. La presente propuesta de trabajo intenta abordar los aspectos que aún se encuentran abiertos a la investigación desde las matemáticas con relación a la construcción de conocimientos en estos ambientes y las reflexiones didácticas implicadas en el proceso.

Toda la revisión anterior permite ver que algunos países Europeos de tradición en la investigación en educación y didáctica de las matemáticas han dirigido sus interés en reflexionar sobre los cambios que se darán con los avances tecnológicos que llegan a las escuelas y universidades, en cuanto a las prácticas docentes, el diseño de las tareas, la construcción de los conocimientos y significados matemáticos que construyen los estudiantes, la similitud de los ambientes de trabajo colaborativo y las comunidades de aprendizaje alrededor de las matemáticas.

Siguiendo una tradición francesa de la educación matemática, se ha abordado un enfoque semiótico para el análisis de los diferentes tipos de representación que permite este tipo de calculadoras, bajo la premisa que un objeto matemático cobre mayor sentido para un estudiante

cuanto mayor es el número de representaciones que se movilizan de él. El enfoque instrumental permitió a algunas investigaciones centrar su mirada en las configuraciones didácticas y sus potenciales a partir del concepto de orquestación instrumental; para algunas fue necesario realizar algunas conceptualizaciones particulares como el de evaluación formativa, caracterizando las tareas y la significación, así como las decisiones didácticas del docente.

Todas las investigaciones son de tipo cualitativo con un carácter descriptivo, porque relacionan la población y sus características, describen los fenómenos didácticos que se presentan más no intentan explicarlos.

Las investigaciones revisadas permiten reconocer que:

✓ La empresa privada y las Instituciones de Educación superior establecen lazos o alianzas para identificar potenciales y restricciones en cuanto a los avances que la primera desarrolla, dejando cierto sesgo de preocupación en los resultados, pero dejando a la vez un motivo para ahondar en los interrogantes, reconociendo las diferencias en los contextos.

✓ Se movilizan grandes proyectos que intentan reconocer las potencialidades y restricciones en las nuevas tecnologías, por lo cual es de suma importancia que las que ya tenemos a nuestro alcance sean motivo de análisis y reflexión sistemática, como es el caso del Classroom Management en el municipio de Yumbo.

✓ La investigación sobre la integración de las tecnologías en Latinoamérica sigue siendo incipiente en cuanto los tiempos de respuesta al momento de incorporar nuevas tecnologías a las aulas de clase, el momento de la integración se hace a partir de los procesos de formación que se ven truncados o limitados por las dificultades técnicas que se

sufren o por las limitaciones de gestión gubernamental.

✓ Siguen quedando muchas preguntas aún sin responder de forma definitiva, como las que se proponen desde algunas de las investigaciones.

El panorama descrito permite identificar con relación a la propuesta de trabajo los límites conceptuales que definen el trabajo.

2.2 Marco Conceptual.

En el siguiente apartado se definen algunos conceptos que darán coherencia a las actividades propuestas en alineación con los objetivos del trabajo, y serán guía para el análisis e interpretación de resultados.

Dado que las configuraciones didácticas que permite el tipo de tecnología que estamos estudiando pueden variar, así como las posibilidades de trabajo entre los estudiantes y entre estudiante-profesor, se hace necesario delimitar el tipo de trabajo y la relación con el ambiente computacional que asumimos aquí.

2.2.1 Trabajo colaborativo y Ordenadores.

En Crook (1998) se señala cómo existía anteriormente en la comunidad una preocupación por el aprendizaje informatizado, por el desplazamiento del docente y el aislamiento de los estudiantes al quedar inmersos frente a una pantalla; se plantea la existencia del riesgo de que la comunicación con el docente no solo se debilitaría sino que incluso se podría perder. Estos planteamientos han sido invalidados a partir de las investigaciones y el análisis de la práctica misma de la clase, donde se ha encontrado que los computadores han favorecido el aprendizaje social. Se hace necesario que la teoría psicológica profundice en las fortalezas del trabajo colaborativo en las interacciones que se dan en el aula, dado que los constructos teóricos, hasta el

momento, son limitados para explicar las interacciones y los diálogos que se dan en el trabajo grupal frente al computador.

En el libro se afirma que el conocimiento es una construcción social, por lo cual la perspectiva Vygotskiana es la mejor para identificar los potenciales del ordenador y analizar los problemas de la implementación de las tecnologías; reconociendo la mediación de las herramientas, (Crook 1998) afirma que: Con el uso de las herramientas materiales se puede lograr un mayor control sobre el mundo físico; tal control se deriva de la función mediadora de esos instrumentos. También señala que los elementos mediadores se crean y evolucionan en la historia sociocultural; los diagramas, señales, lenguajes, que forman los sistemas de signos, resultan de una historia de participación en la interacción social humana.

El uso de los ordenadores y las posibilidades de interacción en pequeños grupos o comunidades posibilitarán la construcción social de un conocimiento, pero hay que ser cautelosos en la integración de las actividades de aprendizaje a la vida pública de la clase.

Las interacciones entre estudiantes mediadas con computadores y las interacciones profesor y estudiantes mediadas por computadores constituyen un aspecto importante del aprendizaje mediado con las tecnologías al que hace referencia Crook (1998). En ellas resalta el papel fundamental del docente al ser el que propicia la interacción y las conversaciones. Las interacciones y las actividades, todas ellas están relacionadas con la transferencia del aprendizaje que, desde una perspectiva cultural, alude al carácter situado del conocimiento y en donde *“el aprendizaje se convierte en la adquisición de muchas habilidades de pensamiento especializado”*, Vygotsky (1978), citado en Crook (1998).

Pero no solo se dan este tipo de transferencias, se construyen espacios comunes de

discursos y significados; en este caso significados matemáticos, de las situaciones y de los objetos matemáticos en construcción. Este tipos de relaciones y construcciones no solo se dan en la vida social de la clase entre profesor y estudiantes, también se dan entre estudiantes mediados por las tecnologías, en las posibilidades de los artefactos a disposición de las actividades. Este tipo de interacciones comunes e individuales entre los estudiantes serán objeto de estudio en este trabajo; por ello es necesario realizar una mirada más profunda a este tipo de aprendizaje colaborativo entre los estudiantes en la dinámica de la clase.

2.2.2 Mediación de tecnologías, un enfoque instrumental de la actividad matemática.

El uso de las tecnologías en la actividad matemática no solo se circunscribe al uso de computadores o tecnología computacional; es necesario clarificar que, cuando hacemos uso del concepto de tecnología, no solo asumimos lo computacional, asumimos el uso de constructos humanos que son desarrollados para la solución de un problema: el lápiz es un tipo de tecnología, la escritura es otro tipo de tecnología, cada uno de ellos diseñado como un auxiliar cognitivo del ser humano en los procesos complejos, dentro de los cuales son empleados como medios de externalización de los pensamientos o de procesos internos. Por esto se hace necesario un enfoque conceptual como marco de referencia para el análisis de algunos de los fenómenos que se presentan en la integración de las TIC en la construcción del conocimiento y significados matemáticos: este es el enfoque instrumental.

El cálculo matemático siempre ha dependido de una herramienta: desde las tablillas de Babilonia, pasando por las tablas de cálculo, las tablas trigonométricas y las calculadoras. Estas herramientas son bien definidas y de características similares, como el reducido tamaño, de

estructura y lógica definida, abarcando conocimientos adecuados para la construcción de nuevos conocimientos. En su utilización los usuarios son condicionados en gran parte del trabajo así como los conocimientos que construyen; esta dimensión de las tecnologías en la construcción del conocimiento matemático es reconocida en múltiples investigaciones como en (Trouche, 2009).

Los procesos condicionados por las tecnologías empleadas en la actividad matemática también describen el estado de la ciencia, así como las características y técnicas desarrolladas en la época; en esta relación ambos evolucionan de manera paralela, las técnicas evolucionan como evolucionan las tecnologías que median en sus procesos, por lo cual la temporalidad de ambas es evidente. Las técnicas y procesos desarrollados con las tablas trigonométricas en el aula así como los problemas que se abordaban por los estudiantes no son las mismas técnicas y problemas que se podrán abordar con la llegada al aula de las calculadoras graficadoras o los computadores; el desarrollo de algunos software determinan en el aula algunos procesos que se pueden abordar con el desarrollo de otro tipo de técnicas, de igual manera que en la actividad del matemático. En el aula se hace más evidente la coexistencia de lo nuevo con lo antiguo, a pesar de tener a sus disposición dispositivos potentes como los celulares, las hojas de cálculo y diversos softwares (lo nuevo), los estudiantes realizan muchos de los procesos a lápiz y papel o con calculadoras de funciones básicas (lo antiguo) evidenciando que los procesos de transición no son puntuales o de corta temporalidad. Al igual que el desarrollo de las nuevas técnicas que establecen los usuarios (estudiantes), en el proceso de construcción de nuevos conocimientos abordados en el aula, como se reconoce en (Trouche, 2009). En dicho proceso algunas de las herramientas empleadas no son denominadas tecnologías, como el lápiz o la escritura, porque han sufrido un proceso de invisibilización, de naturalización para el usuario, por lo cual se tiende a llamar tecnologías solo a lo nuevo, como las herramientas computacionales.

La reflexión de ciertos fenómenos al momento de trabajar con tecnologías computacionales son determinantes al momento del diseño de las actividades, y las técnicas metodológicas seleccionadas; en particular nos fijamos en las posibilidades del trabajo colaborativo en red, los diversos sistemas de representación que ofrecen los dispositivos y el software Geogebra con el cual se realizará el trabajo. La mediación de la tecnología es fundamental en la construcción de conocimientos y de los significados matemáticos que le confiere el estudiante a los objetos trabajados; la mediación de las tecnologías permite reconocer la reflexión necesaria en términos de los objetivos propuestos al momento de decidir el tipo de software a elegir; por ello, aunque con programas como Matlab o Excel se pudiese intentar un trabajo del tipo algebraico con las funciones, se ha decidido realizar la elección del programa Geogebra, dada la amplia trayectoria de éste en el campo de la investigación en educación matemática, donde son reconocidas sus potencialidades en los diversos tipos de representación de los objetos matemáticos.

Frente a la diversidad de artefactos que se van a emplear, como Geogebra, Classroom Management y la red Tit@, al igual que las diversas configuraciones de uso que pueden darse en el aula, se hace necesario ampliar la mirada a la integración de las tecnologías y los fenómenos que se dan en este proceso, por lo cual se amplía el campo teórico necesario para el análisis de la actividad, incorporando nuevas conceptualizaciones del proceso de la mediación tecnológica en el aula de matemáticas.

El enfoque instrumental gira entorno a la reflexión de la complejidad de la actividad instrumentada; en ese sentido hace un aporte importante en el trabajo con tecnologías: la distinción entre artefacto e instrumento. Con ello se reconoce la complejidad de la relación del artefacto y el usuario, en la solución de un problema. Ese objeto material o simbólico con el cual

el usuario aborda la solución de una tarea se denomina artefacto, en la medida que dicho artefacto cobra un sentido y se construyen con él cierto tipo de técnicas o esquemas de uso, sean individuales o sociales, dicho artefacto sufre un proceso de transformación o génesis instrumental en lo que se denominará el instrumento. En el proceso de integración de las tecnologías en el aula dentro de esta propuesta de trabajo distinguimos el software Geogebra, el Classroom Management y los computadores, como artefactos que se transformarán en instrumentos para los estudiantes en el momento que se construyan ciertos esquemas de uso y técnicas en las actividades matemáticas, es decir, en la búsqueda de la solución de problemas en diversos contextos.

Este proceso de transformación de los artefactos en instrumentos de la actividad del estudiante, o génesis instrumental, no es un proceso delimitado en el tiempo ni a corto plazo; eliminando ciertos problemas en las acciones o decisiones del docente, producto de la premura en los procesos, en esta génesis se reconocen dos momentos:

Esta génesis instrumental funciona en dos direcciones. En la primera dirección, la génesis instrumental se dirige hacia el artefacto, dotándolo progresivamente de potencialidades, y transformándolo eventualmente para las aplicaciones específicas; llamamos a esto la "instrumentalización" del artefacto. En la segunda dirección, la génesis instrumental se dirige hacia el sujeto, y conduce al desarrollo o a la apropiación de los esquemas de la acción instrumentada, los que progresivamente constituyen las técnicas que permiten una respuesta eficaz a las tareas dadas. Esto último es lo que propiamente se llama "instrumentación". (Artigue 2002, p.5)

Este tipo de categorías conceptuales permite realizar un seguimiento a los procesos realizados por el estudiante desde una postura reflexiva, identificando momentos de desarrollo del proceso en la construcción de conocimiento y, en cuanto al diseño de recursos, permite una mirada más refinada, menos ingenua de los artefactos, identificando actividades que pueden resultar más potentes en el desarrollo de las actividades instrumentadas, promoviendo el desarrollo, no solo de aspectos pragmáticos de la matemáticas, sino también su dimensión conceptual, por lo cual se hace necesario reconocer potenciales y restricciones de los mismos artefactos; en este sentido (Artigue 2002, p.5) resalta que:

A efecto de entender, monitorear esta génesis instrumental, es necesario identificar las restricciones inducidas por el instrumento; y especialmente con relación al tipo de instrumento al cual nos referimos aquí, dos clases de restricciones: las "restricciones de comandos" y las "restricciones de organización^{6[1]}". Éstas resultan de las restricciones "internas" y de "interfase". Es también necesario, por supuesto, identificar los nuevos potenciales ofrecidos por el trabajo instrumentado.

En la investigación es necesario el reconocimiento de las restricciones mencionadas para establecer posibles problemas que se pueden presentar en la actividad instrumentada del trabajo colaborativo en red.

De la necesidad de ampliar el marco conceptual que permita reflexionar alrededor de los artefactos y el diseño de las actividades, así como los objetivos propuestos en las actividades,

^{6[1]} Las restricciones de comando son aquellos generados por los comandos disponibles, su rango de eficacia..., las restricciones de organización están ligadas al hecho de que el trabajo con un instrumento específico influye sobre la manera en que planeamos y organizamos nuestro trabajo matemático, tomando en consideración su ergonomía y maneras específicas de funcionamiento.

emerge *la noción de orquestación instrumental*, en la que se realiza una mirada particular sobre la tecnología y los modos de organización en el aula.

2.2.2.1 La Orquestación instrumental

Esta noción como ampliación del enfoque instrumental complementa las categorías de análisis frente al diseño y reflexión de la actividad instrumentada. La orquestación instrumental la definimos como la *gestión didáctica de los artefactos* a disposición y modos de funcionamiento para el alcance de los objetivos didácticos (curriculares); por eso se compara la actividad del docente en el proceso de integración de las tecnologías al aula, con la del director de una orquesta: se asume una reflexión de la disposición y restricciones de los artefactos así como de la actividad a desarrollar, sus alcances y limitaciones.

La noción de orquestación instrumental se asume como fundamental en el trabajo propuesto, dadas las diferentes configuraciones didácticas que permiten los artefactos integrados en la actividad; estas se reconocen en tres niveles desde (Trouche 2009):

- ***Las configuraciones internas de los artefactos***, es decir, los límites y potencialidades que reconocemos en el gestor de aula Classroom Management, cómo nos afectará la actividad o cómo potenciará cierto tipo de actividades. Estos elementos conceptuales de reflexión y análisis inciden en el diseño.
- ***Configuraciones de los artefactos en el aula***. En esta dimensión se establece la forma en que los artefactos son concebidos dentro de la actividad, su funcionamiento dadas las posibilidades de trabajo en red, de construcción de pantallas de discusión común y pantallas de trabajo individual en la actividad matemática, las relaciones que se pueden establecer en el trabajo colaborativo y las formas de desarrollo o

construcción de significados matemáticos.

- ***Las configuraciones reflexivas***, es decir, las formas en que los artefactos, programas y proyecciones de pantallas comunes, se configuran para que una reflexión sea colaborativa o individual. En esta configuración reflexiva centraremos nuestra estrategia como la forma más potente para propiciar la discusión sobre los objetos y significados matemáticos.

2.2.3 Teoría de Situaciones Didácticas.

Como forma de respuesta a la necesidad del diseño de actividades de aprendizaje a partir de una reflexión teórica. Se parte de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), con los primeros aportes que le dan a la didáctica un carácter de ciencia con los primeros aportes que le dan a la didáctica un carácter de ciencia por parte de Guy Brousseau (1986).

La TSD presenta varios aspectos que son fundamentales para el diseño e intencionalidad de este trabajo: establece el aprendizaje como una construcción del sujeto, un aprendizaje que se da por adaptación; esta adaptación tiene unos mecanismos intencionados que son propiciados por el docente y que son mediados por el ambiente computacional donde se desarrolla la actividad.

Este aprendizaje por adaptación establece la diferencia entre *conocimiento y saber*. El primero se asume como una construcción personal a partir de la experiencia que se da en la actividad y el segundo como un conocimiento institucionalizado en construcción con el profesor. En esta propuesta de trabajo *se busca reconocer las construcciones de significados matemáticos personales y colectivos en el trabajo colaborativo en red, propiciados por el desarrollo de actividades diseñadas* en el marco teórico de la secuencia didáctica.

La TSD considera esencialmente la interacción de un sujeto con un medio (que en muchos

casos es material), en varios momentos:

1. El sujeto parte de una intención, de una meta que desea alcanzar.
2. El sujeto realiza una acción sobre el medio.
3. El medio reacciona a esa acción (lo cual recibe el nombre de retroacción)
4. El sujeto interpreta la retroacción del medio usando los conocimientos de los que ya dispone.
5. El sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Esta validación puede tomar dos significados. Cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención la validación es positiva, en cuyo caso refuerza esta acción, es decir la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención la validación es negativa, y produce una modificación de la acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación. En Acosta (2010)

Se considera que:

Será en las interacciones de los estudiantes en el trabajo colaborativo en red y las retroacciones que se dan en el medio, donde podremos identificar las características en la construcción del conocimiento mediado en el entorno en red.

Los momentos de validación serán los que se dan las interacciones con el docente y los estudiantes, esto se puede visualizar mejor en la figura 2.



Figura 2: Modelación de las situaciones didácticas y a-didácticas.

En la figura 2 se identifican varios elementos de las situaciones didácticas a diseñar que constituirán la secuencia didáctica, entendida ésta como un conjunto de actividades concatenadas, coherentes e intencionadas por parte del docente, para la construcción de ciertos conocimientos e institucionalización de unos saberes; de igual manera se pueden reconocer o establecer ciertas condiciones de las mismas.

Ante el problema planteado el estudiante debe tener la intención de resolverlo, al asumir el problema o situación el estudiante genera acciones sobre el medio y éste a su vez produce las retroacciones sobre el sujeto que valida o interpreta estas retroacciones del medio como forma de resolverlo o condiciones que ajusta para resolver el problema; este momento y esta situación es lo que la teoría denomina situación a-didáctica, dado que parece que no tiene la intención de enseñar por parte del profesor, pues sus intervenciones son posteriores, en un momento de validación e institucionalización.

En Brousseau (2010) definen:

- ✓ Situaciones de Acción.
- ✓ Situaciones de Formulación
- ✓ Situaciones de Validación.
- ✓ Situaciones de Institucionalización.

Estas permiten identificar los momentos de acción dentro de la secuencia y la intencionalidad de la propuesta.

2.2.4 Objetivos curriculares y Conocimiento Matemático.

En la propuesta de trabajo se aborda y explora la construcción de conocimientos matemáticos en ambientes de trabajo colaborativo en red. Es importante entonces estudiar el objeto matemático propuesto para establecer posibilidades frente al diseño de las actividades y de los objetivos esperados en la construcción y consolidación de saberes. En este caso trabajamos el concepto de función, en sus formas de representación y conceptualización.

Las diversas formas de representación a explorar determinan un amplio espectro de trabajo en este ambiente mediado por las tecnologías.

El concepto de función brinda la posibilidad instrumental de aproximarse a algunos problemas en contextos extra matemáticos o de otras ciencias, como se concibe en los Estándares de Competencias Básicas en Matemáticas (EBCM) del MEN (2006), así como en la última versión de lineamientos ministeriales, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) MEN (2016), en los que se destaca el papel fundamental de las funciones en la construcción del pensamiento variacional y sistemas algebraicos:

“... con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos”. MEN (2006)

Esta mirada es importante para el diseño de las actividades y el reconocimiento de los potenciales de las configuraciones didácticas para el alcance de los objetivos propuestos, encaminados a potenciar el desarrollo del pensamiento variacional. En este sentido las actividades buscan el reconocimiento y la caracterización de la variación en dos registros de representación, tabular y gráfico, como formas de modelación de los fenómenos que se abordan.

Los límites y alcances se definen un poco al tomar los estándares de competencias y los DBA que se proponen desde el MEN (2016) para el grado 9°:

- *Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.*

Asociando algunas evidencias de aprendizaje:

- *Opera con formas simbólicas que representan cantidades.*
- *Interpreta expresiones numéricas, algebraicas o gráficas y toma decisiones con base en su interpretación.*

El diseño de las actividades aprovecha todos las potencialidades que se han de analizar en los artefactos para la construcción de significados matemáticos asociados a la *función*, en términos de *representación tabular y gráfica que representan la relación funcional entre las magnitudes*; se explora también la modelación como forma de interpretar una situación en contexto, realizar el

análisis de la misma y la toma de decisiones. Las diversas configuraciones didácticas que se plantean desde el análisis de la orquestación instrumental serán entonces fundamentales para el alcance de los objetivos curriculares.

La riqueza de contextos extra matemáticos e intra matemáticos incluyendo la cotidianidad cercana de los estudiantes, buscará darle el sentido en las dos dimensiones mencionadas anteriormente, la dimensión instrumental y conceptual o epistémica de la representación de la función. Los enfoques y definiciones con que se abordan las funciones han evolucionado a lo largo de la historia. Hitt y Torres (1994), citado en Planchart (2001, p.31) plantean cuatro definiciones

En términos de conjunto de pares ordenados: *Una función es un conjunto de pares ordenados de elementos tales que ningunos dos pares tienen el mismo primer elemento. El conjunto de los primeros elementos de los pares ordenados se llama dominio y el conjunto de los segundos elementos rango de la función.*

En términos de regla de correspondencia: *Una función f de un conjunto A a un conjunto B es una regla de correspondencia que asigna a cada valor de x de cierto subconjunto D de A un elemento determinado de manera única $f(x)$ de B .*

En términos de máquina: *Una función es un procedimiento P que toma una o más entradas que salidas, y que tiene la propiedad de que cualesquiera dos llamadas a P con las mismas entradas regresa la misma salida".*

En términos de variables: *Cuando dos variables están relacionadas de tal manera que el*

valor de la primera queda determinado si se da un valor a la segunda, entonces se dice que la primera es función de la segunda.

Las tres primeras de ellas aluden a una visión un poco estática del concepto de función que no corresponde al contexto que se propone en la secuencia didáctica que se plantea para esta propuesta de trabajo; la última de ellas expresa la relación más dinámica en el concepto de función en coherencia con los planteamientos de los DBA del MEN (2016) y la visión que se asume en la construcción del concepto de función en este trabajo, como la relación funcional entre magnitudes. En el caso del péndulo, (ver diseño metodológico) se busca identificar la relación funcional entre la longitud de la cuerda (L) y el tiempo de oscilación del péndulo (t). Esta relación de dependencia expresada algebraicamente como: $t = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{9,8}}$ plantea una función radical. El modelo algebraico para el grado 9° no se abordará, pero se espera llegar hasta una representación gráfica de la función a través de la construcción de la línea de tendencia desde los valores que se registren en la actividad experimental, así como la identificación de los valores positivos y continuos de la variable independiente.

En el caso del calentamiento del agua (ver diseño metodológico) el comportamiento de la temperatura (T) a través del tiempo (t) presenta dos tipos de tendencias, una casi lineal, desde un tiempo t_0 hasta un tiempo t_1 en el que T presenta un comportamiento constante. La construcción de la representación algebraica de la función no es una construcción fácil a partir del registro de datos de la actividad experimental, que desde el ambiente computacional presenta el desafío instrumental de realizar la regresión de los datos (que no se intenta analizar en la secuencia) pero también incita el interés por la identificación del comportamiento y la relación funcional de las

magnitudes, donde es importante el análisis desde la representación gráfica mediado en el ambiente de trabajo colaborativo.

Este abordaje dinámico del concepto de función se da igualmente cuando pensamos las funciones en contextos de economía y ciencias en términos de relaciones entre magnitudes variables. En el trabajo asumimos la propuesta de Sierpinska (1992), que propone diferentes niveles de comprensión del concepto de función:

- **La identificación:** Esto es identificar un objeto respecto de otros, el acto en el cual un objeto que antes parecía común y general adquiere características particulares que lo hacen diferenciable de otro.
- **La discriminación:** Este acto de comprensión es la toma de conciencia de dos objetos distintos a partir de sus diferencias y propiedades individuales que permiten nuevas formas de interpretación.
- **La generalización:** Es el acto consciente de la posibilidad de extender el rango de aplicaciones, el reconocimiento sobre la posibilidad de ir más allá, de nuevas formas de interpretación a partir de las propiedades identificadas.
- **La síntesis:** es la percepción de relaciones entre hechos aislados; como un resultado, hechos, propiedades, relaciones, objetos, etc. son organizados dentro de totalidades consistentes.

Se identificarán los actos de comprensión en la construcción del concepto de función dentro de esas categorías.

En este sentido se plantean algunos interrogantes como:

"¿qué dice la definición del concepto de función?

¿a qué hace alusión la definición?"

Con relación a la primera pregunta, la mirada desde la matemática, plantea una tripla de la forma (X, Y, f) donde X e Y son conjuntos y f es un subconjunto de $X \times Y$ tal que si (x, y) pertenece a f y (x, y') pertenece a f entonces $y = y'$.

Con relación a la segunda pregunta, Sierpinska (1992) hace referencia a una respuesta más compleja dado que es una mirada respecto a la interpretación de una realidad, que está más allá de un formalismo matemático: la interpretación y aplicación del concepto de función puede implicar diferentes posturas con relación a esa realidad, por lo cual la comprensión del concepto es necesario abordarlo, en una conexión con los problemas a los que se pretende ligar.

La construcción del concepto de función, más allá de la relación conjuntista de X e Y , está ligado al reconocimiento del mundo cambiante, de las magnitudes que cambian X e Y , de la variación y las características de los cambios dado que f hace referencia a la relación entre esas magnitudes que cambian.

Se ve la necesidad de establecer algunas condiciones para asumir la construcción y comprensión del concepto de función. Tomaremos de Sierpinska (1992) las condiciones que están estrechamente relacionadas con el alcance de la propuesta trabajo.

1° El acto consciente del mundo cambiante y de las relaciones entre los objetos que cambian en este mundo circundante, dando dos primeras definiciones del concepto de función.

C (f)1: Identificación de cambios en el mundo circundante como un problema práctico a resolver.

C (f)2: identificación de regularidades en relaciones entre las modificaciones como una forma de tratar con los cambios.

Estas dos primeras definiciones del concepto de función establecen una concepción del proceso de enseñanza aprendizaje de la función en la que se considera que *los estudiantes, en el aula, deberían ser interesados en la variación y búsqueda de relaciones antes que exponerlos a definiciones y ejemplos de las funciones elementales bien definidas.*

Asumir esta postura implica reconocer que las funciones hicieron su aparición como un proceso de descripción de relaciones, que se emplearon como herramientas de predicción, y ésta debe ser una manera natural de hacer su ingreso al contexto escolar. La secuencia didáctica que se propone asume esta concepción al proponer actividades experimentales en contextos cotidianos, en los cuales no se daría la idealización de la función cuya representación gráfica se ajusta perfectamente a los registros tabulares. Las actividades experimentales ofrecen una “*imperfección*” de los datos en la representación gráfica, que se debe asumir con esfuerzo para el reconocimiento de las características de las relaciones; ese rompimiento de la idealización de los modelos algebraicos que se presentan comúnmente en las funciones iniciales, es importante para evitar que se construya una imagen errónea del concepto de función.

2° La identificación entre las magnitudes y las variables.

Se asume como la comprensión de cuáles son los objetos que cambian y del cuál es el papel que juegan en el mundo cambiante, cómo es la relación entre las magnitudes y cuál es el papel que se les asigna. La identificación de la construcción del concepto de función se amplía en dos definiciones más:

C(f)3: Identificación de los sujetos del cambio en el estudio de los cambios

C(f)4: Discriminación entre las variables independientes y dependientes.

Para cada uno de estos actos en la construcción del concepto de función se hace el reconocimiento de un posible obstáculo asociado a él. Con relación al diseño de la secuencia didáctica y el alcance de la propuesta, interesa identificar el obstáculo que se relaciona con la $C(f)4$:

OE(f)-4: (Esquema de pensamiento inconsciente) Mirar el orden de las variables como irrelevante.

En este punto es importante, en la construcción del concepto de función y los significados matemáticos socialmente compartidos, la forma en que el reconocimiento de la variación y el cambio es asumido y el papel que se le da a las magnitudes que se identifican; es decir, el qué cambia y qué es lo que su cambio afecta. En términos de la representación gráfica de la relación entre las magnitudes ese reconocimiento es importante en los acuerdos que se establecen en la comunidad, y que son socialmente compartidos, cuando en la gráfica le asignamos un rol de representación a cada eje en el plano cartesiano, con relación a las variables.

Capítulo 3.

Marco Metodológico.

3.1 Metodología

En ciencias de la Educación la mayoría de métodos de investigación son descriptivos, dadas la naturaleza de los sujetos de estudio y las interacciones humanas que median entre ellos. Dependiendo de los alcances del estudio, estos métodos pueden ser explicativos y una mezcla entre experimentales y cuasi experimentales, dadas las posibilidades del control de las variables.

Para el estudio del trabajo colaborativo en red mediado por el Classroom Management se ha determinado abordar una perspectiva descriptiva en el sentido que mencionan los autores Cohen, L. & Manion L. (1990), ya que se ha de realizar una “descripción” de un fenómeno, de su estado en el presente, en determinado contexto geográfico y temporal. Su propósito es describir las características del objeto de conocimiento matemático en un proceso respecto del cual tenemos escaso o nulo control sobre las variables. En este sentido se considera esta la metodología adecuada a partir del interés de realizar la descripción de las características que se presentan en la construcción del conocimiento de la función por parte de los estudiantes en el trabajo colaborativo en red. En este tipo de investigación se describen las características del fenómeno a estudiar a partir de la observación de las acciones de los estudiantes en el medio diseñado para ello, así como las tendencias que se presentan en el trabajo colaborativo en red, sus condiciones y la información relevante para describir el fenómeno. Este tipo de estudio de tendencias es de vital importancia para el sector educativo, pues permite determinar unas posibles rutas a seguir tanto en posibilidades de diseños de actividades de aprendizaje como en los procesos de formación

docente. Este trabajo se caracteriza por ser a corto plazo en el análisis y la intervención, lo que requiere que se empleen instrumentos precisos para el registro y el análisis.

3.2 Técnicas.

Dada la metodología de investigación descriptiva y la temporalidad del estudio, la técnica de investigación apropiada debe ser una secuencia didáctica, que emerge como forma de respuesta a la necesidad del diseño de actividades de aprendizaje a partir de una reflexión teórica. Se parte de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), Guy Brousseau (1986).

La TSD presenta varios aspectos que son fundamentales para el diseño e intencionalidad de este trabajo: establece el aprendizaje como una construcción del sujeto y la interacción del sujeto con el medio. El diseño de la secuencia didáctica y las actividades que la constituyen en este trabajo tendrán en cuenta la conceptualización, así como la mediación del ambiente computacional y el trabajo colaborativo en red.

Las validaciones y cambios de acción del estudiante serán la forma de reconocer la construcción del conocimiento y significados matemáticos de los estudiantes en la secuencia.

Se empleará una rejilla de análisis que permite una reflexión más fina que la primera mirada a las respuestas correctas o incorrectas de los estudiantes. En Acosta (2010), se reconoce una rejilla de análisis similar que permite construir dispositivo de análisis.

Categoría de análisis	Observaciones
<p>Intención. (Aquellos que se espera que el estudiante realice)</p>	<p>La realización de la tarea o actividad.</p>
<p>Acción. (Lo que se espera realice en el medio como técnica de solución a la tarea)</p>	<p>Esto depende de la situación propuesta o diseñada.</p>
<p>Retroacción del medio (Aquellas retroacciones que por las restricciones del artefacto o la configuración se espera se den, ejemplo pasar de la representación algebraica a la gráfica)</p>	<p>Esto depende de la situación propuesta o diseñada.</p>
<p>Conocimientos que posibilitan la validación. (Aquellos que el estudiante moviliza como necesidad para la realización de sus acciones)</p>	<p>Aquellos que se consideran previos o necesarios para el desarrollo de las acciones y posibilitados por las retroacciones</p>
<p>Conocimientos del aprendizaje. (Aquellas construcciones conceptuales fruto de nuevas acciones o la toma de nuevas decisiones validadas y construidas en la comunidad)</p>	<p>Las acciones que son socialmente validadas en la comunidad. Desarrollos conceptuales.</p>
<p>Interacciones en red (Las acciones mediadas por el Classroom Management)</p>	<p>Todas las interacciones que se dan en la pantalla común de forma individual o como resultado de las acciones del trabajo colaborativo.</p>

3.3 Población.

Para el desarrollo de la propuesta se determina trabajar con los estudiantes de 9° de la IE educativa José Antonio Galán, de la zona Norte en la zona rural del municipio de Yumbo. Este grupo está conformado por una población estudiantil mixta de jóvenes entre los 14 y 15 años, con residencia en la zona, algunos alejados del corregimiento de San Marcos donde se realiza el estudio, algunos de ellos residen en otro municipio cercano.

En la Institución Educativa existe un grupo por grado; el grado noveno está formado aproximadamente de 26 a 27 estudiantes, dado que en la zona rural se da una población flotante. Existe una gran movilidad de los estudiantes puesto que se deben desplazar por las labores económicas de sus padres, muchos de ellos de ocupación minera o agrícola; por esta movilidad el número de estudiantes del grupo es variable en el año en la sede, por lo cual no es viable dejar más pequeña la muestra.

Se toma el grado 9° desde la perspectiva curricular y las posibilidades que se dan para exploración de dos de los tipos de representación en la construcción de las funciones en los ambientes computacionales; en ese sentido al buscar caracterizar el trabajo colaborativo en red, las posibilidades de discusión e interacción deben ser amplias y no de un carácter inmediateista; las posibilidades de exploración y explotación de las configuraciones didácticas debe tener un amplio espectro para el diseño de las tareas.

De otro lado la mayoría de las investigaciones analizadas para determinar el estado del arte, asumió como objeto de conocimiento las funciones lineales y la significación de los parámetros de la misma o de la función afín, por lo cual se opta por tomar el concepto de función

en un sentido más amplio, para evitar en esta propuesta un tinte de replicabilidad respecto a otros trabajos.

3.4. Descripción de las actividades de la secuencia.

3.4.1 Actividad experimental, hierve el agua.

Se plantea en un contexto cercano a la cotidianidad de los estudiantes en preparación de alimentos, donde se coloca a hervir agua.

Se plantean varios momentos:

La exploración inicial de concepciones: Se exploran las concepciones iniciales de los estudiantes con relación a la temperatura del agua al momento de colocarla a hervir y la relación de la temperatura con el tiempo que transcurre en el proceso de calentamiento. Se realizó con una prueba de 4 preguntas (Anexo 1).

Posteriormente la actividad se compone de una parte experimental y registro de datos, una parte de representación gráfica de los datos y, finalmente, el trabajo colaborativo en red para la conceptualización.

Momento 1, registro de datos: Durante la actividad experimental, la clase se dividió en 6 grupos de 4 personas y un séptimo de tres. En el laboratorio se tomaron los datos de la temperatura del agua cada minuto desde un t_0 antes de prender el mechero, hasta el momento de hervir y varios minutos más con un total de 14 datos registrados.

Momento 2, representación de los datos: Posterior a la toma de datos en la actividad experimental se les pide a los estudiantes que representen a lápiz y papel, en un plano cartesiano, los datos registrados en la tabla. La intención de la actividad es reconocer los avances en la instrumentación del plano cartesiano que tienen los estudiantes: las estrategias de representación,

el manejo de las escalas en los ejes y la forma de interpretación del registro tabular al realizar una conversión al registro gráfico.

Momento 3, representación gráfica de datos con Geogebra: Posteriormente al trabajo de laboratorio, los grupos se subdividieron en grupos de dos estudiantes con un equipo por mesa de trabajo o pareja de estudiantes, se plantean algunas propuestas y preguntas para ser abordadas antes del trabajo y análisis común en la clase, así como la solicitud de la representación gráfica de los datos:

- **Pregunta 3.** *Representa gráficamente la relación temperatura vs. tiempo con ayuda del programa Geogebra. Emplea las herramientas hoja de cálculo y crear lista de puntos.*
- **Pregunta 4.** *A partir de la información de la tabla y la gráfica, en el siguiente espacio estima el valor de la temperatura para 3.5 min y para 5.5 min. Redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores.*
- **Pregunta 5.** *¿En la actividad experimental para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.*
- **Pregunta 6.** *¿El agua en algún momento del proceso va a alcanzar una temperatura de 50°C o de 73°C ? Si la respuesta es sí, redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores.*

Momento 4. Interacción en la red: El trabajo colaborativo mediado por el Classroom

Management: Se plantean propuestas para ser abordados a través del trabajo colaborativo, en el espacio común del conocimiento de la clase; estas propuestas se presentan en proyección a la clase y proponen con un archivo diseñado en Geogebra específicamente para este momento, compartido con los estudiantes con la herramienta “*enviar y recoger trabajos*” del Classroom. En el sistema se plantea a los estudiantes:

Construye otros 5 puntos, diferentes a los existentes en el plano, que consideres evidencian la relación entre tiempo y temperatura del agua en la actividad experimental. (Colócalos de diferentes colores oscuros)

3.4.2 Actividad experimental, el tiempo de oscilación del péndulo.

La segunda actividad de la secuencia didáctica consta de una primera parte para la exploración inicial de las concepciones de los estudiantes sobre la dependencia del tiempo de oscilación de un péndulo de la masa y de la longitud de la cuerda. Para esta exploración se realizaron dos preguntas que se contextualizaron en la atracción o juego “*El Columpio Extremo*” que existe en la ciudad de Manizales (Caldas):

En el columpio extremo también se montan dos personas simultáneamente para que les salga más económico, ¿Consideras que el tiempo de una oscilación en ese caso cambia?, ¿aumenta o disminuye? y.

Si los dueños de la atracción **cambiarán la longitud de la cuerda por una de 25 metros**, ¿esto cambiaría el tiempo de una oscilación?

Se empleó un video tomado de la plataforma YouTube para contextualizar las preguntas de exploración; este video se empleó para conceptualizar qué se asume como una oscilación, y las técnicas más comunes al realizar una toma de datos experimentalmente, como el número de repeticiones al momento de definir el valor aceptado.

En la segunda actividad se hace la toma de datos en el laboratorio. Para ello los estudiantes, en grupos de 4 integrantes desarrollaban la toma de datos según las indicaciones realizando dos cambios de longitud de la cuerda del péndulo, para posteriormente compartir con el resto del grupo los resultados del tiempo de oscilación que establecían en cada caso. Así cada uno de los subgrupos, en un trabajo colaborativo, tendría un total de 14 datos de tiempo vs. longitud de la cuerda para el péndulo.

La actividad 3 es para el análisis de los datos y cálculos. En este momento se les propone el uso de la tabla para abordar el interrogante:

*¿El tiempo de oscilación del péndulo depende de la longitud de la cuerda?,
argumenta tu respuesta.*

Y la actividad 4 es para realizar un análisis gráfico desde Geogebra, con la representación de la tabla de datos, empleando un archivo diseñado en Geogebra con el control de ciertas variables didácticas, para responder el interrogante. *¿El tiempo de oscilación de un péndulo puede llegar a ser 1.26 segundos? Si la respuesta es sí, redacta ampliamente cómo los has estimado. Si la respuesta es no, redacta las razones por las cuales afirmas esto.*

Posteriormente se da la interacción en la red con el gestor de aula, Classroom Management, donde se plantean algunos interrogantes, abordados con el archivo compartido; se pide abordar dos tareas:

- *Moviliza el punto F que se muestra en el archivo compartido hasta donde consideres representa de forma adecuada la relación de la Longitud del péndulo con el tiempo de oscilación.*
- *Activa el punto rastro y movilízalo por todos los lugares que consideres existirán puntos que pertenezcan a la relación entre la longitud y el tiempo de oscilación del péndulo.*

Finalmente un momento de institucionalización.

Capítulo 4

Presentación y análisis de los resultados.

4.1 Actividad experimental, Hierve agua.

4.1.1 Concepciones iniciales. Actividad 1, Hierve agua

En el análisis de las respuestas se encontraron los siguientes resultados.

Estudiante	Preguntas del test de concepciones iniciales				N° correcto de respuestas
	1	2	3	4	
1	0	1	0	0	1
2	1	1	0	0	2
3	1	1	0	0	2
4	1	1	0	0	2
5	0	1	0	0	1
6	1	1	1	0	3
7	1	1	0	0	2
8	1	1	0	0	2
9	0	1	0	0	1
10	1	1	0	0	2
11	0	0	0	0	0
12	1	1	0	0	2
13	0	1	0	0	1
14	1	1	1	0	3
15	0	1	0	0	1
16	1	1	0	0	2
17	0	1	1	0	2
18	0	1	0	0	1
19	0	1	0	0	1
20	0	1	0	0	1

21	0	1	0	0	1
22	0	0	0	0	0
23	1	1	0	0	2
24	0	1	1	0	2
25	0	1	0	0	1

Correctas por pregunta	11	23	4	0	
	44%	92%	12%	0%	

Tabla 1- Respuestas correctas por estudiantes y por pregunta en el test de concepciones.

Convenciones empleadas: Respuesta correctas: 1 Respuesta incorrectas: 0

En una mirada cuantitativa inicial se puede decir que:

La media de las respuestas correctas por estudiantes es de 1.48

La moda para el número de respuestas correctas es 2.

Estas medidas de tendencia muestran que **el mayor número de respuestas correctas por estudiante es 2** frente a las cuatro posible, para ser más precisos 11 de los 25 estudiantes acertaron 2, lo que lleva a inferir inicialmente que el 44% de los estudiantes respondieron acertadamente la mitad de las preguntas lo cual muestra un bajo conocimiento de las relaciones y el comportamiento de la temperatura en el calentamiento del agua.

La tabla 1 de doble entrada permite hacer una mirada con más claridad de la dispersión con relación **a las respuestas correctas por pregunta de los estudiantes**

Respuestas correctas del test de concepciones iniciales.			
Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Pregunta 4
11	23	3	0

Tabla 2- Respuestas correctas por pregunta.

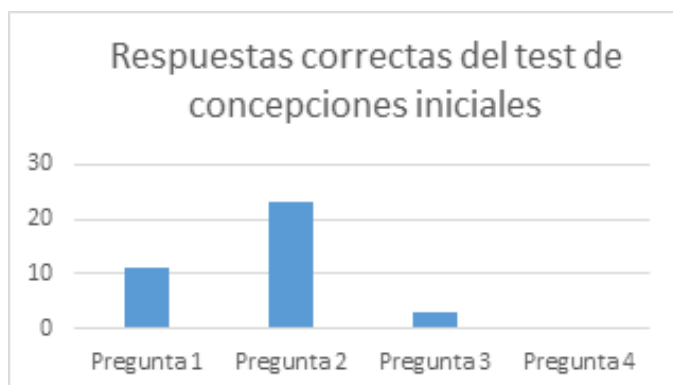
El número de respuestas correctas está concentrado en las preguntas 1 y 2, por lo cual se realiza una revisión de las medidas de dispersión de las respuestas correctas por estudiante para caracterizar la homogeneidad del grupo con relación a las concepciones que se exploraron en el test, esto se muestra en la tabla 3

Media	1,48
Moda	2
Desviación típica	0,6997
Coefficiente de variación	47%

Tabla 3- medidas de dispersión test de concepciones iniciales.

Estas medidas nos permiten reconocer el alto grado de heterogeneidad del grupo con un coeficiente de variación casi del 50 % lo que muestra **lo disperso de los datos respecto a la media de las respuestas correctas por estudiante.**

Lo anterior se puede ver en el número de respuestas correctas, que se encuentran concentradas en las preguntas 1 y 2, por lo cual se considera heterogéneo al grupo respecto a las preguntas exploradas en el test de concepciones iniciales, esto se puede ver en la gráfica 1.



Gráfica 1. N° de respuestas correctas por pregunta.

Para continuar identificando al grupo en sus concepciones iniciales es necesario realizar una mirada pregunta a pregunta de este test (se retoman sin contextualización de la actividad):

Pregunta 1: *¿Cuál es la temperatura del agua antes de colocarla a hervir sobre el fuego?*

Solo el 44 % de los estudiantes respondieron de forma correcta a esta pregunta lo que implica un desconocimiento de la temperatura inicial del agua, así como su asociación a una temperatura ambiente en un valor inicial del tiempo.

De otro lado algunas concepciones de los estudiantes llaman la atención, ya que 4 de las 13 respuestas incorrectas, el 30% de ellos, consideran que la temperatura del agua a un tiempo inicial (antes de iniciar a calentar) es cero o menor, lo que implica unas concepciones no sólo desde las matemáticas sino, desde las ciencias en general, muy alejadas de un contexto real; otro 30% de los estudiantes con respuesta incorrecta consideran que la temperatura del agua antes de hervir está entre 50 y 60°C , lo que igualmente se encuentra muy alejado de realidad científica aceptada actualmente.

Lo anterior muestra que más de la mitad del grupo no asocia una temperatura inicial del agua de forma correcta o se encuentra muy alejada su concepción de esta verdad científica, esto se evidencia en la imagen 13.

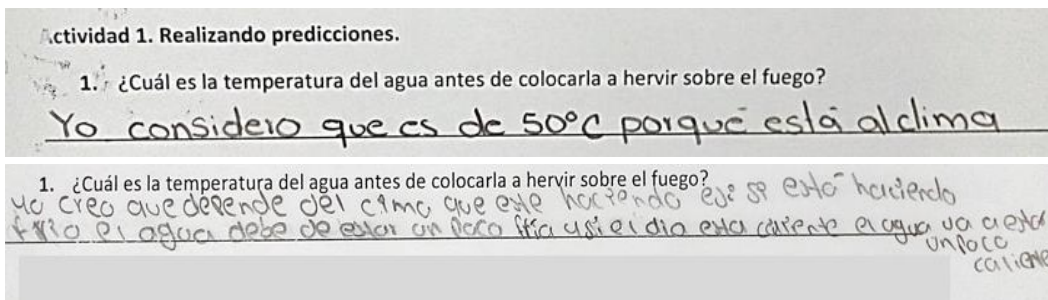


Imagen 13: Concepciones de la temperatura antes de iniciar el calentamiento.

En la imagen 13 se puede reconocer que a pesar de que las dos respuestas asocian la

temperatura del agua a la temperatura ambiente, la primera respuesta es errónea.

Pregunta 2: *Posteriormente al colocar la olla sobre la estufa y encenderla, describe que sucede con la temperatura del agua a medida que pasan los minutos.*

En esta pregunta la mayoría de estudiantes, el 92%, como se esperaba, reconocen una variación de la temperatura del agua al momento que se inicia el calentamiento de la misma hasta el momento de hervir; esto se consideró pudiera ser explicado desde sus experiencias personales, como actividad un poco más cotidiana que la de medir la temperatura del agua.

Se evidenció que las concepciones socioculturales de los estudiantes tienen fuertes arraigos en la escuela, lo cual ratifica la concepción de que los conocimientos son resultado de una construcción social. Esto se hace visible en la imagen 14

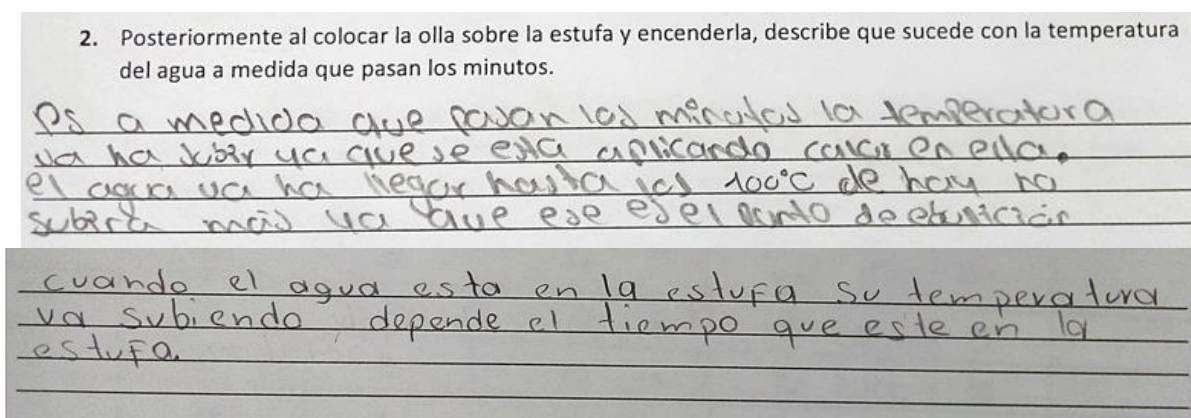


Imagen 14: Descripciones del cambio de la temperatura en el calentamiento.

En la imagen 14 se hace visible de las respuestas el reconocimiento de una variación de la temperatura en el tiempo, conocimiento que se considera construido socialmente a partir de las experiencias en el entorno del estudiante.

Pregunta 3: *¿Cuál es la temperatura del agua al momento de hervir, (cuando se producen las primeras burbujas)?*

Solo el 12% de los estudiantes respondieron de forma correcta esta pregunta, lo que lleva a inferir que su formación en ciencias no es adecuada; desde un enfoque de conocimiento situado en contexto desde la experiencia y la construcción social, se puede ver como las actividades hasta el momento no les han permitido confrontar sus concepciones culturales para una modificación de las mismas; es decir, desde la escuela no se han generado posibilidades que les permita modificar, desde lo experimental, sus conocimientos asociados a una construcción social por fuera de la escuela; la escuela no les genera tareas a los jóvenes, como el ejercicio de medición con ciertos artefactos; lo anterior se puede reconocer con más claridad al revisar las afirmaciones de las 22 respuestas incorrectas, que representan el 88%:

- 31.8 % de las respuestas incorrectas afirman que la temperatura es igual a o mayor a 100°C, lo que se puede considerar como un conocimiento cultural.
- 27.2% de las respuestas incorrectas afirman que la temperatura al momento de hervir está entre 40 y 70°C.
- 27.2 % de las respuestas incorrectas afirman que la temperatura al momento de hervir el agua es menor de 35°C.
- 13.6 % no saben estimar una temperatura al momento de hervir el agua o afirma que es cero.

Como se afirmó anteriormente el conocimiento de la temperatura a la que hierve el agua, está asociado a una construcción social que generalmente desconoce factores que influyen en la variación del valor de la temperatura al momento de hervir, tales como la presión atmosférica asociada a la altura del lugar geográfico o las sustancias relacionadas con el tratamiento químico

para el consumo del agua en el sector.

En el diseño de la propuesta didáctica se realizó una mirada particular a este conocimiento esperando generar un conflicto cognitivo respecto a un conocimiento producto de construcciones sociales del contexto cercano de los estudiantes. La cuantificación de este tipo de fenómenos desde un sistema más formal de medida no es sencillo para los estudiantes, como se mencionó anteriormente (esto se puede ver en la imagen 15).

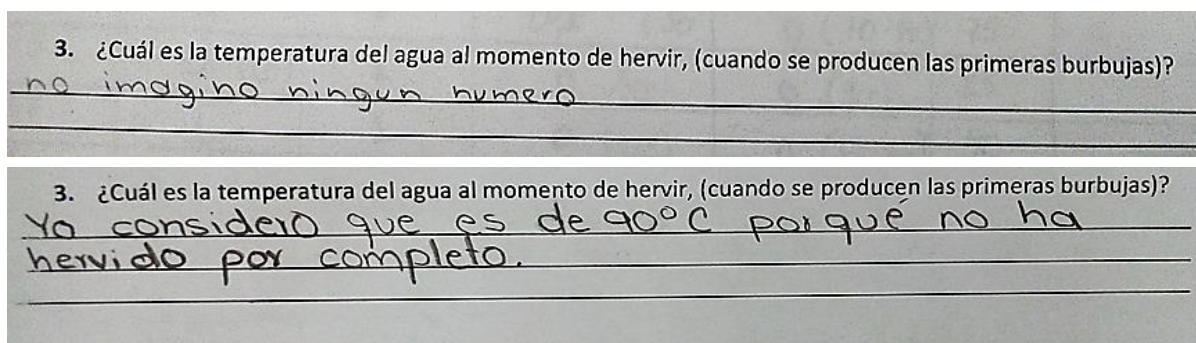


Imagen 15: Concepciones de la temperatura en la ebullición.

Pregunta 4: Las abuelas decían, “*Se debe dejar hervir el agua dos hervores*”, esto significaba que se dejaba hervir el agua durante algunos minutos.
¿Cuál es la temperatura que alcanza (a la que llega) el agua cuando se deja hervir por varios minutos?

Frente a esta pregunta, que implicaba un conocimiento específico de la temperatura del agua como una constante a partir del momento de hervir, es decir que no aumentaba, ninguno de los estudiantes respondió de forma correcta, lo que refleja el conocimiento construido a partir de contextos sociales, no a partir de actividades experimentales o instrumentales. Como se ha mencionado, el tipo de actividades que se generan en el contexto social de los estudiantes es un

poco más pragmático, es decir solo es necesario saber que hirvió el agua para apagar la estufa, situación que no conlleva a un pensamiento científico o crítico de los fenómenos que se pueden cuantificar y modelar en su contexto. Llama la atención algunas respuestas, tales como las que afirman que al pasar los minutos mientras hierve la temperatura aumenta a más de 100°C ; esto se puede relacionar con una inferencia realizada por los estudiantes que afirmaban que si hervía a 100°C , al transcurrir más tiempo la temperatura aumentaba, esto se reconoce en la imagen 16 que presenta algunas de las respuestas.

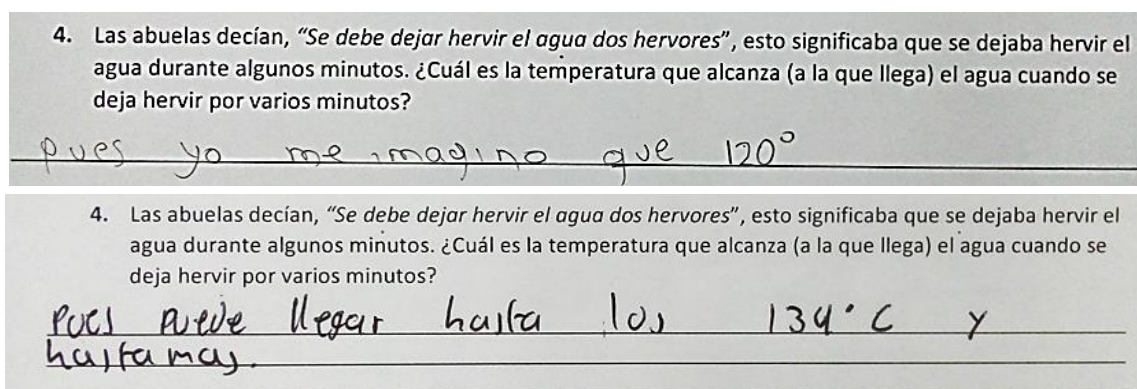


Imagen 16: Concepciones erróneas para temperaturas posteriores a la ebullición.

4.1.2 MOMENTO 1. Registro de datos.

La actividad permitió movilizar los procesos de medición y manejo del termómetro,

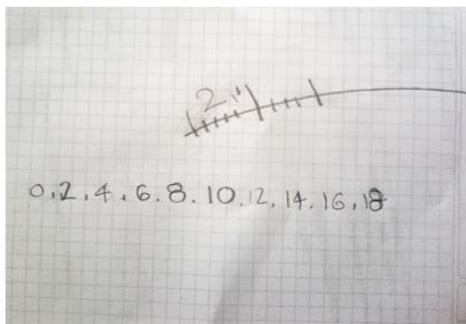


Imagen 17: Análisis de la escala del termómetro

revisión de la escala de medida y la valoración de la

subdivisión de las unidades del termómetro. Parte de

la revisión y discusión previa que se movilizó se

puede ver en la imagen 17; se emplearon termómetros

analógicos y no digitales, así como termómetros con

temperatura máxima de 100, 200 y 400 °C, que eran

los instrumentos existentes en la Institución Escolar;

esta variable instrumental no se pudo controlar, a pesar de que ofrece un reto mayor para los

estudiantes, dado que nunca antes habían sido enfrentados a procesos de medición en

experimentos de laboratorio en la clase de matemáticas. Este reto fue asumido de manera

adecuada por los estudiantes con el compromiso y comportamiento que se habían acordado en

clase, brindando la posibilidad de trabajar *procesos socio afectivos* que se dan en la escuela, como

el respeto, el orden al interior de las actividades y el compromisos con sus pares frente al trabajo,

La actividad se puede asumir como trabajo colaborativo, dado las condiciones que se dieron de

trabajo grupal y designación de roles en el grupo para el registro y lectura de los datos; parte del

trabajo colaborativo en el laboratorio durante la toma de datos se puede ver en la imagen 18



Imagen 18: Toma de datos en laboratorio.

Este momento permitió reconocer dificultades asociadas a la lectura de escalas de medidas e instrumentos de medición, así como algunas de las estrategias para la medición, como el uso de celulares para tomar la imagen que permitía la lectura del cronómetro en el tiempo indicado. La organización y asignación de roles en el equipo permite establecer la existencia de un trabajo colaborativo como es asumido en Hivon, L., Pean, M., & Trouche, L. (2008).

En este proceso de medición se presentan algunos errores de tipo instrumental y humano; el primer tipo se asocia a la calibración de los instrumentos existentes, en el segundo, el error de paralaje en la lectura de la medida, afectaron los valores registrados; (como es natural en todos los procesos experimentales se encuentran presentes estos dos tipos de errores).

Durante el desarrollo de la actividad surgieron confrontación de las ideas y de los valores que se decían por parte de algunos grupos y que otros escuchaban, tales como: *“La temperatura no pasa de 98 °C”*, *“profe a nosotros el agua hirvió a 100°C, a ellos no, mire...”*, *“debo seguir colocando el valor si siempre es el mismo 98 °C”*

Desde el registro tabular realizado se reconoce que la relación entre el valor de la temperatura y el tiempo del calentamiento del agua ya no va a sufrir variaciones; a partir de este valor es constante, pero aún dadas las concepciones iniciales muy arraigadas socialmente de la temperatura de ebullición del agua (ideal) de 100 °C, todavía sorprendía a los estudiantes que no alcanzara este valor y mucho más que no superara el valor de 98 °C. Con ellos se da un conflicto cognitivo frente a sus concepciones e inicia una modificación de este conocimiento a partir de una experiencia que le permitió un tipo de conocimiento situado, como se reconoce en Crook (1998). De otro lado, igualmente importante, se presentó un interés por parte de otros docentes, interés reflejado en expresiones como; *“¿Vos que haces allí en el laboratorio de ciencias?”*, *“¿Estás*

dando clases de ciencias...no es de matemáticas?”, lo que refleja una concepción popular arraigada en el imaginario social, que los docentes de matemáticas, solo están frente al tablero en un salón tradicional de clases.

Es muy interesante cómo este tipo de actividades no sólo movilizan las creencias y concepciones de los estudiantes, sino también de otros docentes y directivos, dado que hasta la rectora hizo expresiones como; *“Me gusta que el profesor de matemáticas vaya al laboratorio con los estudiantes...”*, modificando un poco las creencias sobre el hacer matemáticas desde el tablero y no desde un enfoque experiencial con un enfoque antropológico (centrado en las actividades del hombre) en el que se concibe la matemáticas como una construcción social al interior de las actividades cotidianas del hombre.

4.1.3 MOMENTO 2. Representación de datos.

De los resultados es claro que para los estudiantes el manejo de una escala discreta en valores continuos es un proceso que no ofrece mayores dificultades, incluso con variaciones en la escala, como se puede ver en la imagen 19.

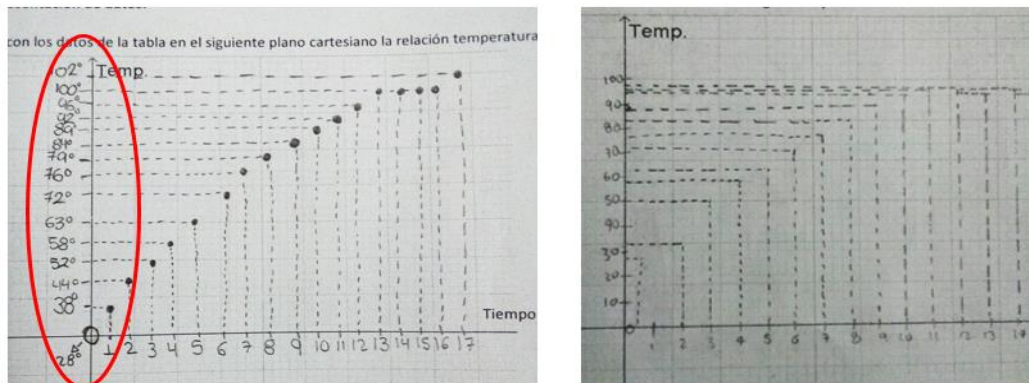


Imagen 19: Representación de datos a lápiz y papel de actividad experimental, uso inadecuado de la escala.

Las dificultades se presentan en la representación en la escala del eje donde no se dan valores que presenten un patrón numérico fácilmente reconocible como lo es de 2 en 2 o de 5 en 5, entre otros. Como los valores para la temperatura no presentan este tipo de patrón, se hace evidente el uso de la representación de los valores registrados en la tabla de forma directa, no como valores en una escala adecuada; este aspecto se abordará más adelante en la reflexión desde el ambiente computacional.

La actividad experimental en contextos situados, con variaciones no ideales, permite confrontar el uso a los valores idealizados que se dan al interior de las actividades de matemáticas en el aula, en las cuales se realizan representaciones ajustadas en las actividades que facilitan el proceso, generando posibles conflictos cognitivos en el estudiante, sin cuestionar la instrumentalización e interpretación de plano cartesiano y los análisis necesarios a la representación, como la visualización de una “ventana de optimización⁷”, necesidad que se hace más evidente en el ambiente computacional, como el caso de Geogebra.

De otro lado se considera importante realizar una reflexión sobre la representación de la temperatura para un tiempo t_0 igual a cero, es decir el par $(0, 28)$, donde se presentó un error del 100% de los estudiantes, visibilizando la necesidad de abordar, desde lo instrumental, la interpretación de los valores o puntos en el plano que se encuentran sobre los ejes, como se puede identificar en las imagen 19.

4.1.4. MOMENTO 3. Representación gráfica de datos con Geogebra.

Se identifica cómo los estudiantes al momento de una representación solicitada se

⁷ Ventana de optimización o visualización: Es el espacio en pantalla en el cual se pueden visualizar todos los datos representados, es decir un ajuste de las escalas para ver los datos completos.

movilizan en las herramientas, la forma de interacción con las herramientas del programa, los obstáculos que se presentan y las formas de análisis que se pudieran dar en la actividad de los estudiantes.

Bajo una concepción sociocultural de la construcción del conocimiento y de un conocimiento situado en el contexto de la actividad experimental grupal, con estos datos que se tienen en lápiz y papel, se les ha pedido **representar en forma gráfica empleando las herramientas de <hoja de cálculo> y <crear lista de puntos> del programa Geogebra**; se intentan movilizar los procesos de instrumentación e instrumentalización del usuario (los estudiantes) sobre el artefacto (Geogebra) en los dos tipos de representaciones que se movilizarían en la propuesta didáctica, la representación tabular de la relación y la representación gráfica de los datos en el plano cartesiano.

En esta propuesta se reconoció que, desde la configuración didáctica de mosaico que se da en el Classroom, es posible identificar los avances de cada grupo, como se puede leer desde la imagen 20.

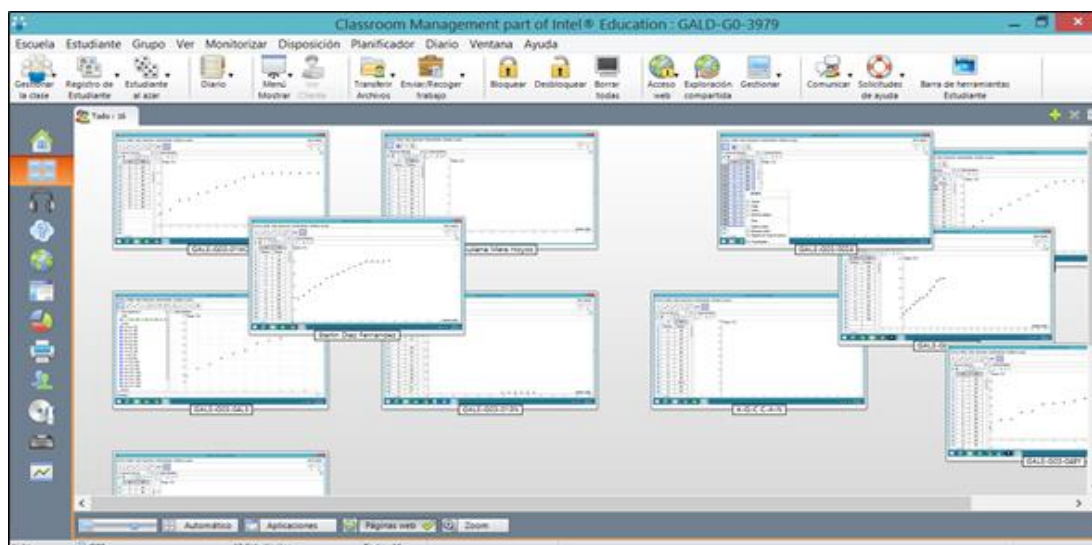


Imagen 20: Configuración mosaico con los avances de cada grupo.

En la imagen 20 se puede reconocer que todos los subgrupos establecidos presentan grandes avances en el proceso de instrumentalización del programa Geogebra; del registro tabular se pasó sin ninguna dificultad a la representación gráfica en el plano; este avance se realiza gracias a la gestión didáctica que previamente se ha realizado; en este apartado la representación de los datos en los dos tipos de registros por parte del programa permitió confrontar lo realizado en el ambiente de lápiz y papel, a partir de la necesidad de buscar la mejor ventana de visualización, exigiendo a los estudiante un uso de las herramientas para el cambio de la escala en los ejes. Se reconoció entonces la independencia de las escalas entre los ejes y lo que implica el uso adecuado de una escala, a partir de las diferencias que se encontraban en los diferentes grupos de trabajo, como se refleja en las imágenes 21 y 22.

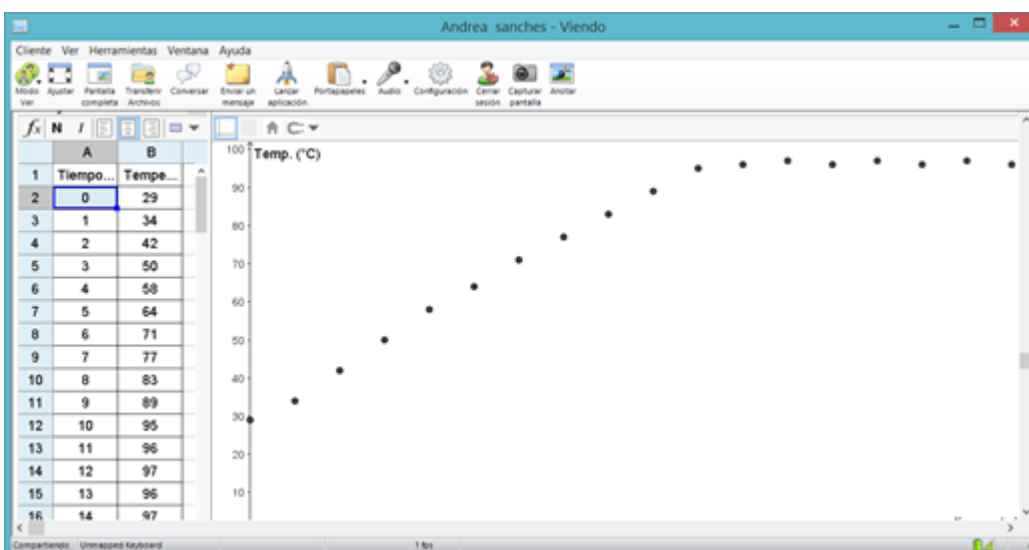


Imagen 21: visualización de la ventana de optimización con escala de 10 en 10 en el eje vertical

En la imagen 22 se identifica un uso diferente de la escala en la representación gráfica al momento de explorar e identificar la ventana de optimización para la visualización.

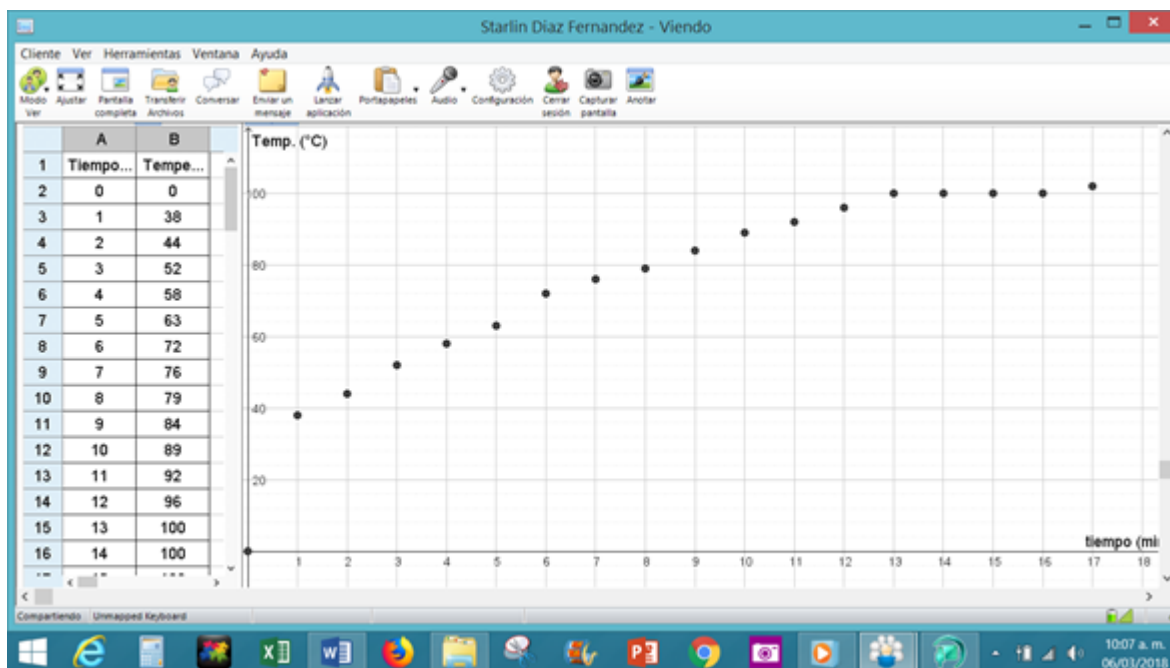


Imagen 22: visualización de la ventana de optimización con escala de 20 en 20 en el eje vertical.

Pregunta 4. *A partir de la información de la tabla y la gráfica, en el siguiente espacio estima el valor de la temperatura para 3.5 min y para 5.5 min. Redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores.*

La pregunta tiene la *intención* de movilizar la relación entre un valor de la temperatura y un tiempo específico, a partir de los valores recolectados en la actividad experimental; en la toma de datos se realizó la toma de temperatura para ciertos valores del tiempo. En la consigna se le pide determinar la temperatura para otros tiempos que no se encuentran en la tabla de datos, ni en la representación gráfica de la que disponen, realizada en Geogebra. Se requiere por parte de los estudiantes *la acción*: uso de la gráfica como forma de establecer la relación en los pares ordenados construidos en el programa como forma de representación de la relación Temperatura vs. tiempo para valores particulares, así como el análisis de los valores de la tabla.

En el análisis de los resultados se puede reconocer que 10 de los 13 grupos (77% aprox.) de trabajo en los que se subdividió a los estudiantes, emplean para la construcción de la respuesta una estrategia similar, desde un pensamiento numérico, en el que determinan el valor de la temperatura del agua para el $t = 3.5$ minutos y para un $t = 5.5$ minutos, en el cálculo del valor medio que se da en la tabla. La tabla les permite realizar un análisis de este valor a partir de los valores asociados a las temperaturas para 3 y 4 minutos, (esto se puede evidenciar en las imágenes 23 y 24).

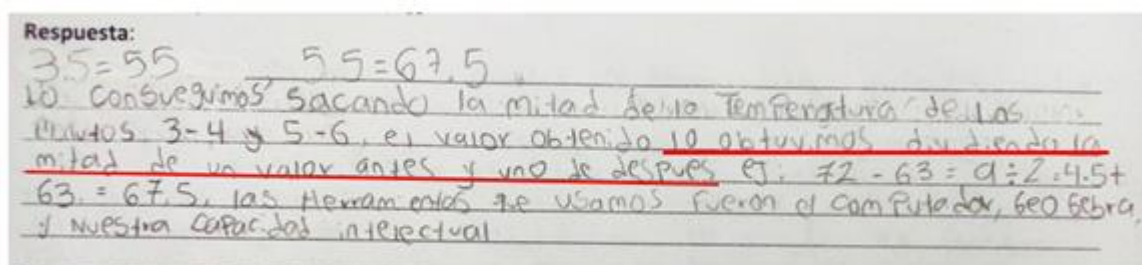


Imagen 23: Uso del valor medio para cálculo de la temperatura.

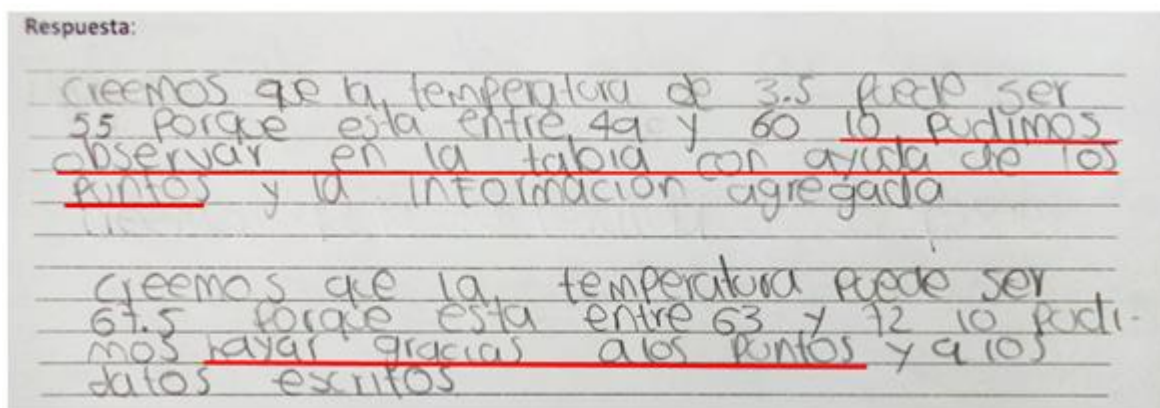


Imagen 24: Uso del valor medio y comparativo en la representación gráfica para cálculo de la temperatura.

En la imagen 24 se puede reconocer como el medio computacional de Geogebra les permite a algunos grupos realizar asociaciones entre los dos tipos de representación que tienen de la relación Temperatura vs. tiempo, la tabular y la gráfica. En el subrayado que se visualiza se

identifica el uso de los “puntos” de la representación gráfica como *validación de sus acciones* en el medio, como estrategia de solución.

La tabla permite, como retroacción, identificar valores con los cuales construyen las respuestas, estableciendo la relación entre las dos magnitudes que evidencia la variación de la temperatura en el tiempo.

Pregunta 5. *¿En la actividad experimental para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.*

La *intención* de la pregunta es la de posibilitar la construcción de inferencias sobre la temperatura y el tiempo asociados, a partir de la relación que se da en el cambio de la temperatura con el calentamiento; trata de evidenciar la relación funcional entre las magnitudes a partir de la información dada.

En el ambiente computacional se esperaba que la tabla y la representación gráfica les permitieran identificar un continuo de los valores de la temperatura asociados al tiempo, en términos del establecimiento de la relación funcional que se pudiera reconocer en los puntos construidos en la representación gráfica.

En el análisis de los resultados se encontró que 12 de los 13 grupos identifican que sí existe, para cada tiempo, una temperatura asociada. Las *acciones* que realizan en el medio los estudiantes son el análisis de la tabla y la asociación a un valor medio del tiempo que se tiene y un valor medio de la temperatura, lo que muestra una tendencia intuitiva a asociar la relación entre las magnitudes de forma proporcional; el uso de la estrategia ganadora empleada anteriormente se

hace evidente como forma de construcción de nuevas respuestas, Lo que se evidencia en varias de las respuestas, como se muestra en la imagen 25.

5. ¿Para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.

$(7.5 = 77.5)$ $(10.5 = 90.5)$ $(15.5 = 100)$

Minuto Temp Min Temp Min Temp

Creemos que para 7.5 min existe una Temp de 77.5 por que 10 asociamos con 10 que aparecia en la tabla de datos igual que para 10.5 - 15.5 ya que son valores que tenemos que determinar nosotros.

Imagen 25: Empleo de la estrategia del valor medio asociado a la representación tabular.

La relación funcional se identifica en las respuestas asociadas a la determinación de otros valores diferentes a los que se solicitaron en la pregunta 4. Otro grupos de estudiantes intenta asociar, en un continuo de valores para el tiempo, valores de temperatura, evidenciando la relación entre las magnitudes: para cada valor del tiempo una temperatura; esto se puede reconocer en varios grupos (se muestran algunas de las respuestas en la imagen 26).

5. ¿Para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.

-en 5 min y 2 segundos puede llegar a unos 65°C si este termómetro es de 2 en 2

-en 7 min y 4 segundos puede llegar a unos 74°C

10 min 12 segundos este puede llegar aproximadamente a unos 78 o 80°C

5. ¿Para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.

para 5,20 segundos hay una temperatura de menos 59

Para 2,10 segundos hay una temperatura de menos 39

Para 4,25 segundos hay una temperatura de menos 42

Imagen 26: Asociación a cada tiempo una temperatura, diferente al valor medio de los tiempos.

En la imagen 26 se puede identificar un continuo asociado al tiempo diferente al valor medio de 5.5 minutos, en la imagen se reconoce la asociación del tiempo en otro tipo de valores, realizando una reflexión de los valores asociados al orden de las centésimas (4,25); a pesar del manejo errado de la unidad, es de resaltar el reconocimiento que se evidencia de la relación entre las magnitudes.

Pregunta 6. *¿El agua en algún momento del proceso va a alcanzar una temperatura de 50°C o de 73°C ? Si la respuesta es sí, redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores.*

Si la respuesta es no, redacta las razones por las cuales se afirma esto.

La intención de la pregunta es que el estudiante realice una asociación a partir de la temperatura con un tiempo específico, es decir, **tiempo** \leftarrow **Temperatura**, proceso contrario a los explorados en las dos preguntas anteriores, que se dio en el sentido *tiempo* \rightarrow *Temperatura*.

Las acciones de los estudiantes se pudieran dar en el uso instrumental de la gráfica que se tendría a disposición construida en Geogebra, en una mirada en sentido inverso de las magnitudes representadas en los ejes.

Las retroacciones del medio, en la construcción de la representación gráfica desde la representación tabular, posibilitará esa mirada en las dos vías.

Se identifica en el análisis de los datos que más del 50 % de los grupos, sí asocian estos valores de la temperatura a un tiempo específico o aproximado, es decir, pueden reconocer la relación en el sentido **tiempo** \leftarrow **Temperatura**. Nuevamente se observa que la representación

tubular de la relación es la más empleada, así como la dependencia entre las magnitudes se hace más evidente para los estudiantes, como se identifica en algunas de las respuestas que se muestran en la imagen 27.

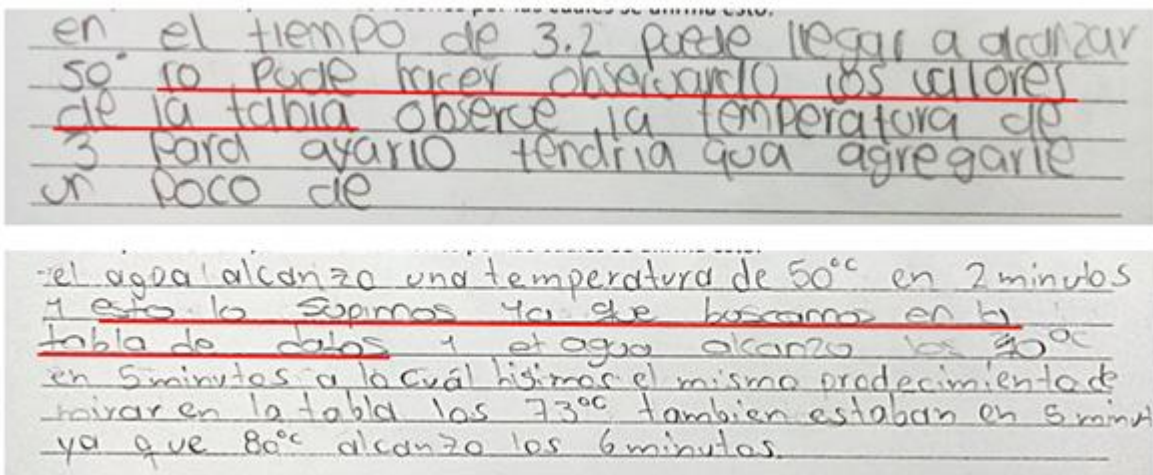


Imagen 27: Análisis de la relación en el sentido tiempo ← Temperatura,

En el resultado que se realiza se identifica el uso de la estrategia ganadora en la solución de los interrogantes planteados; el uso de la representación tabular se debe al uso frecuente de los análisis numéricos en la solución de problemas. La representación gráfica no presenta un uso instrumental en la solución de problemas para los estudiantes.

4.1.5 Interacción en la red: El trabajo colaborativo mediado por el Classroom Management.

Para este momento de la secuencia se diseñaron las siguientes tareas:

Construye otros 5 puntos, diferentes a los existentes en el plano, que consideres evidencian la relación entre tiempo y temperatura del agua en la actividad experimental. (Colócalos de diferentes colores oscuros)

La *intención* de esta propuesta es que el estudiante, a través de la representación gráfica, pueda identificar las características de la relación funcional de la temperatura de agua y el tiempo de calentamiento.

Se analizan las acciones, retroacciones del medio, los conocimientos que posibilitan la validación y los conocimientos de aprendizaje en el trabajo colaborativo que desarrollan mediado por el Classroom Management, para la solución de la tarea de la secuencia.

En el Classroom Management se posibilita compartir archivos; en este caso son recursos diseñados en Geogebra en los que los estudiantes emplean las herramientas del programa para resolver la propuesta planteada en él. Para *las acciones* esperadas en la construcción de puntos es necesario que los estudiantes tengan nivel de instrumentalización del programa básico para construir puntos de distinto color en la zona gráfica del programa donde se presenta la representación gráfica. Este nivel de instrumentalización permitirá que los estudiantes se centren en la reflexión de la representación que tiene el punto a construir. Esta tarea la realiza en el archivo que se les compartió para responder la pregunta 3, llamado “Análisis Temp vs. tiempo.ggb”. En él reconstruyeron la tabla de datos y crearon la lista de puntos, por lo cual se espera que esta técnica para la creación de puntos en el plano sea la empleada por los estudiantes; también en el diseño por restricciones del programa quedan a disposición herramientas básica de construcción geométrica, como la primitiva de crear puntos en la zona gráfica; el medio genera *unas retroacciones*, como la posibilidad del arrastre del punto creado para ajustar su respuesta al conjunto de puntos que representa la relación funcional, a partir de la reflexión grupal.

Los conocimientos de validación de las acciones y del aprendizaje se analizan a

profundidad en el análisis de la actividad instrumentada del docente en las configuraciones de la orquestación instrumental y de la actividad instrumental en las construcciones en Geogebra.

4.1.4 Actividad instrumentada.

4.1.4.1 Las configuraciones didácticas.

En este apartado se analizan las potencialidades y restricciones identificadas en esta primera actividad experimental de hervir el agua, así como de las configuraciones didácticas que se identifican.

La *Configuración De Mosaico*. En esta configuración del Classroom Management se pueden observar los avances y redireccionar las reflexiones de los grupos, como se muestra en la imagen 28, en la que se observan las pantallas de todos los grupos de trabajo.

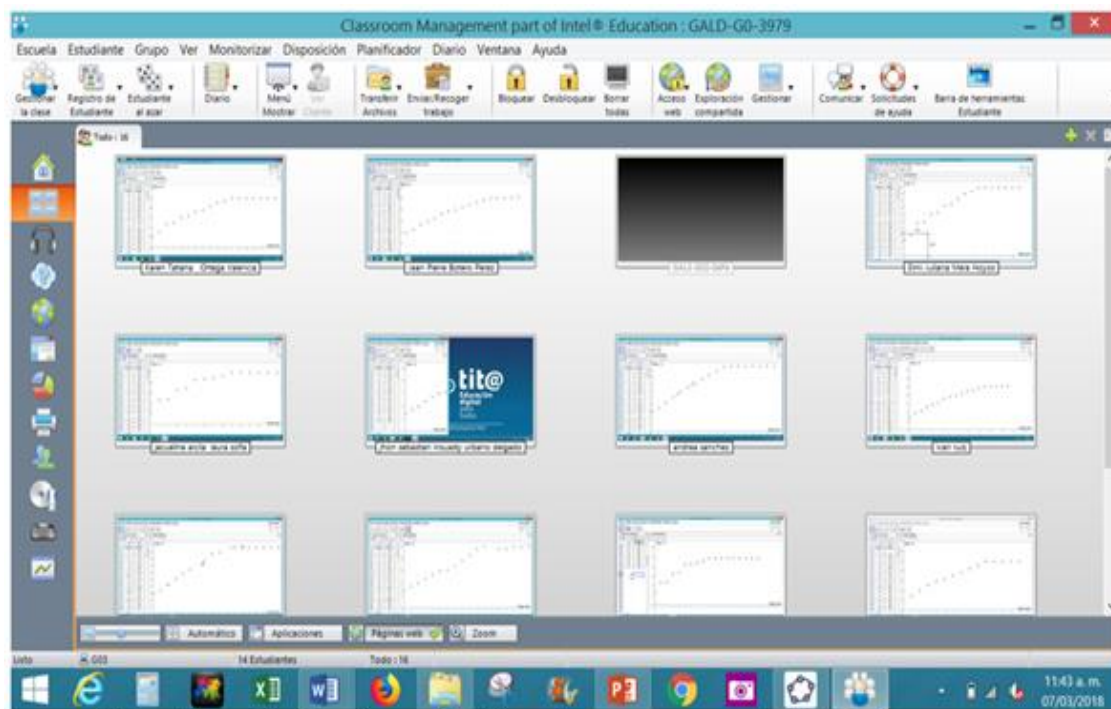


Imagen 28: configuración Mosaico se identifica el panorama general del trabajo

En esta imagen es posible reconocer qué grupos han realizado avances frente al problema



Imagen 29: Análisis particular desde la configuración mosaico.

planteado, se identifican los errores y se pueden preparar nuevos cuestionamientos o tomar algunas decisiones didácticas, por parte del docente, en cuanto a la forma de pasar a otro tipo de configuración didáctica en el trabajo colaborativo en el Classroom Management a partir de lo observado, como se muestra en la imagen 29.

En esta imagen se puede reconocer el trabajo de dos grupos; aunque aparece el nombre de un estudiante, es el resultado del trabajo colectivo de los subgrupos que se configuraron; en el que se señala con la flecha, se reconocen los avances realizados y en el otro grupo no hay avances, lo que permite la toma de decisiones didácticas con relación al uso de los artefactos y de las configuraciones que permite el Classroom Management, *la configuración mosaico* es una forma de reconocer los avances del trabajo de todos los grupos, pero parte de la toma de algunas decisiones didácticas es el resultado del complemento del proceso de observación de las actuaciones de los estudiantes, esto en coherencia con la concepción de la construcción del conocimiento como resultado de procesos socioculturales. Estas construcciones quedan en la retina del docente. Para el trabajo de análisis se realizaron algunos registros fílmicos: en la imagen 30 se observa una parte del momento de discusión de algunos estudiantes sobre los puntos a construir como se solicita en la tarea.

En la imagen 30 se puede reconocer el trabajo colaborativo que se realiza frente al computador; en este trabajo las decisiones y conceptualizaciones del estudiante son condicionadas



Imagen 30: Trabajo colaborativo frente al computador.

o moldeadas a partir de la discusión grupal: la construcción del conocimiento y de los significados matemáticos es una construcción social mediada por los artefactos.

En el gesto que se observa, se identifica que la discusión se realiza sobre la pantalla y las representaciones de los objetos matemáticos que se representan en pantalla a través del artefacto; es posible reconocer que la toma de decisiones está condicionada por la reflexión en contexto, el conocimiento es situado no sólo por la situación diseñada sino también por la mediación de los artefactos. Las interacciones entre los estudiantes permiten reconocer la construcción de significados asociados a las representaciones matemáticas de la relación funcional de las magnitudes, con las cuales buscan dar respuesta a los interrogantes planteados.

Como se ha mencionado anteriormente esta primera configuración (configuración mosaico) permite realizar un análisis de los avances que ha realizado cada grupo de trabajo en los que se han dividido los estudiantes, permitiendo un reconocimiento de las decisiones que están tomando los estudiantes, como resultado de las interacciones frente al computador. Esta configuración resulta potente para la toma de decisiones didácticas del docente frente a los ritmos

de trabajo grupal, las orientaciones que puede realizar y frente a cual grupo en particular tomar una u otra decisión didáctica; posibilita como se muestra en la imagen 30, establecer dinámicas en el aula que permitan reconocer y potenciar las Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) entre los estudiantes. Esta configuración que se emplea para uso del docente, también puede tener un uso



Imagen 31: Configuración mosaico de uso social.

social, por lo que se ha denominado una **Configuración Mosaico de Uso Social**, es decir, donde se realiza una proyección del mosaico en la pantalla común, o del video proyector, como muestra la imagen 31, brindando la posibilidad de que cada estudiante confronte sus avances frente a los de

los otros subgrupos. En la puesta en acto en el aula se pudo reconocer cómo se da cierto nivel de satisfacción y expectativa con la posibilidad de que su trabajo sea expuesto; esto genera la posibilidad de que el docente realice algunas preguntas como; *“al mirar en general los avances no todos son iguales, ¿esto quiere decir que algunas respuestas son erróneas o existen múltiples respuestas?”* o algunos estudiantes planteen sus propias inquietudes como; *“Profesor los puntos que hice no se ven igual a los otros , ¿están bien?”*. La acción provocadora del docente, permite abrir un debate frente a las diferentes respuestas, e iniciar la construcción de significados socialmente compartidos; este aspecto abre la mirada que se pudiera tener del trabajo colaborativo, dado que los aportes desde las fortalezas de cada grupo permiten avanzar en la construcción de la respuesta. De igual manera el trabajo colaborativo permite, a pesar de los errores que se presentan,

generar la posibilidad de que algunos quieran presentar sus avances y argumentar el por qué de las decisiones tomadas; pareciera que esto pudiera limitar a los estudiantes o coartar sus acciones, pero en algunos casos los motiva a presentar y a estar preparados para presentar sus avances, incluso en los estudiantes que habitualmente no se arriesgan a salir al tablero, como lo muestra la imagen 32; la idea de exposición no es una limitante para muchos de ellos como se pudiera suponer; la posibilidad de aportar al trabajo colectivo se convierte en un motivador, en el sentido de una construcción social.



Imagen 32: Niveles de participación a partir de la configuración mosaico de uso social.

En cierto momento la discusión pareciera resultar caótica, pero son las dinámicas propias del grupo y de las

expectativas del grupo las que establecen los acuerdos para la participación y el respeto a la palabra; en este sentido esta configuración genera una posibilidad para trabajar el valor de la tolerancia, tan necesario en el ambiente de clase.

El gestor Classroom Management permite también proponer una **Configuración De Pantalla Común (1 a grupo)**, en la cual se presenta la pantalla de un usuario (estudiante) en las pantallas de cada equipo conectado en la red. Esta configuración en la primera actividad no resultó muy potente dado que los estudiantes se desconectan rápidamente de la construcción de otro en su pantalla; los gestos que dejan ver indican la intención de alejarse de la puesta de otro que se presente en su pantalla; adicionalmente no tienen la posibilidad de realizar ninguna acción sobre ésta y no pueden acceder a su trabajo para tener la posibilidad de comparar y argumentar desde la

comparación, pero si pueden observar, analizar y debatir las acciones del estudiante o grupo que presenta su trabajo en las pantallas de todos. Esta configuración requiere de un nivel de discusión muy maduro para realizar una pausa y retomar el trabajo de otro, así como para realizar un debate sobre lo que otro realiza en su pantalla, y todos los estudiantes no han alcanzado este nivel de autonomía.

En el análisis instrumental realizado es importante considerar que las restricciones de los artefactos, en cuanto al tamaño de las pc de los estudiantes ofrecen varias dificultades visuales que terminan siendo un obstáculos y desalienta al seguimiento por la pérdida de imagen en la pantalla, como se muestra en la imagen 33.

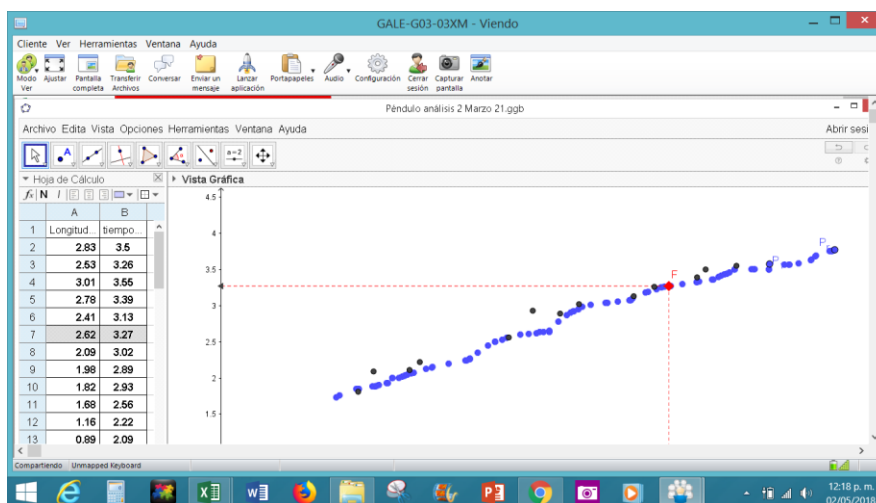


Imagen 33: Pantalla del estudiante en configuración Pantalla Común (1 a grupo)

Esta configuración tiene una opción en la que se puede suprimir este tipo de ruidos: en esta opción se pueden bloquear los equipos de los estudiantes que no se han de exponer y dejar para proyectar en la pantalla común activa la pc del grupo que ha de presentar su trabajo; con ello se focaliza la atención y se reducen niveles de dispersión al no poder realizar ninguna acción sobre lo que el otro grupo realiza en su pantalla; los estudiantes pueden realizar de manera más organizada el debate sobre las propuestas de sus compañeros. Esta exposición de pantalla común

más controlada, permitió el diálogo más depurado de los significados matemáticos que algunos grupos estaban construyendo de las representaciones de la relación funcional, desde la representación tabular y gráfica en el plano cartesiano. Instrumentalmente en esta configuración se presentaron varios problemas de conexión y bloqueo del sistema; no hay una gran fluidez entre el momento del bloqueo de los equipos que no presentan, la proyección en la pantalla común que genera el video proyector y las acciones que realiza el estudiante que presenta; esta falta de fluidez, no permitió reconocer el potencial que se esperaba en los niveles de construcción social del conocimiento, dada la dispersión por las restricciones de configuración interna de los artefactos.

En esta primera actividad de la secuencia también se exploró la *Configuración Del Espacio Común Del Conocimiento*. Este tipo de configuración es potente para el momento de la institucionalización; dentro de la secuencia se ampliará detalladamente en el análisis de la actividad experimental del péndulo y se realizarán ampliaciones de las potencialidades y restricciones de las otras configuraciones de acuerdo a la actividad propuesta.

4.1.4.2 Actividad instrumentada en Geogebra, en la actividad, hierve el agua.

En este apartado se analiza la evolución de la génesis instrumental del artefacto Geogebra en la solución de la tarea, es decir el nivel de instrumentalización e instrumentación, si se da, y algunas implicaciones en la actividad del docente.

Los estudiantes crearon los otros cinco puntos *que consideran evidencian la relación entre tiempo y temperatura del agua*, en el archivo que se les facilitó para el trabajo; posteriormente el Classroom Management permite recoger el archivo; esta posibilidad genera una carpeta para cada estudiante o grupo con el nombre que se ha registrado como usuario, pero también al momento que algunos equipos no se reconocen en el sistema o no logran registrarse, se genera un carpeta con el nombre de la terminal, como se muestra en la imagen 34, donde se reconoce el nombre solo

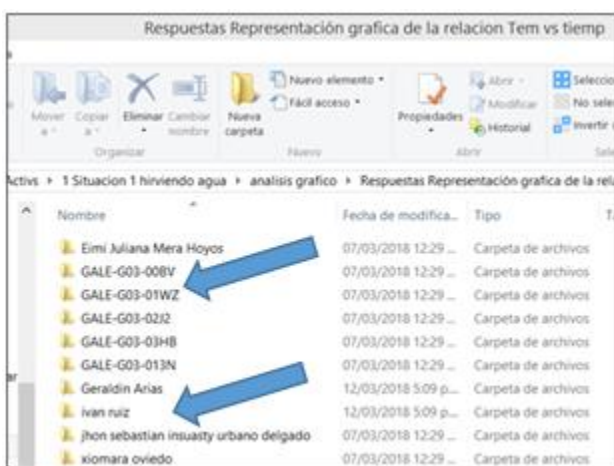


Imagen 34: Manejo de archivos de las respuestas recolectadas por el Classroom M

de algunos estudiantes; esto se puede convertir en un obstáculo para el docente al momento de realizar el análisis particular de la propuesta de un estudiante, dado que el archivo que se recoge no tiene el nombre del estudiante, (se identifica desde la carpeta como se muestra en la imagen).

Se analizaron las respuestas de los 10 equipos que se conformaron finalmente para esta parte del trabajo colaborativo.

El análisis de las respuestas se realiza a través de la herramienta del *Protocolo De Construcción* que tiene Geogebra, que se encuentra en la opción *vista* del menú desplegable; con éste se puede realizar un rastreo paso a paso de las acciones de los estudiantes durante la construcción, el tipo de herramienta empleada, el valor y el nombre que se le asigna por parte del programa, o el que le ha asignado el estudiante si lo ha renombrado.

Se identifican dos técnicas de solución que se esperaban dentro de las acciones que pudieran realizar los estudiantes.

En la construcción de los puntos solución con la herramienta punto del programa, se puede reconocer que se emplea una estrategia similar a la empleada desde la tabla, en la que se identificaba un valor medio; el arrastre⁸ le permitió a los estudiantes la ubicación de los puntos que consideraban también representan la relación funcional Temperatura del agua vs. tiempo (T vs. t), como se ilustra en las imágenes 35a y 35b; en ellas se puede reconocer desde el Protocolo de Construcción, el uso de la herramienta Punto del programa.

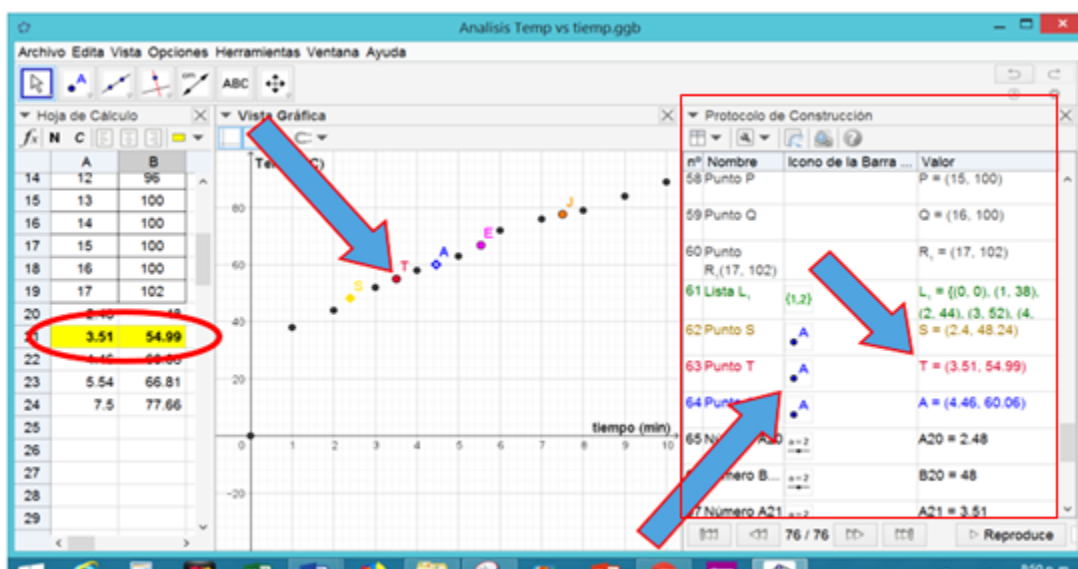


Imagen 35a: Análisis de la actividad instrumentada a través del Protocolo de Construcción.

En la imagen 35a se señalan, el punto T en el plano, donde se ubica de acuerdo a la relación funcional que muestran los otros puntos creados desde la tabla (de color negro); éste fue ubicado aproximadamente en el medio de dos puntos previamente construido desde los datos experimentales, dando continuidad a la estrategia del valor medio para determinar valores de temperatura para tiempos dados, analizada anteriormente. En el análisis desde el *Protocolo de Construcción*, señalado en el recuadro rojo, se identifica el uso de la herramienta punto y los valores que toma por la ubicación que se le da en el plano; éstos ya no son valores discretos se

⁸ Una ejecutabilidad de las representaciones en pantalla, en la que se puede tomar un objeto (punto, recta, polígono, etc.) y con clic sostenido del cursor se puede llevar a otro lado de la pantalla.

puede ver: la relación con una continuidad en los valores de los ejes (se observan los valores en el orden de las centésimas).

La representación de los pares ordenados desde la tabla por el programa Geogebra en el plano cobra un sentido para los estudiantes: son representaciones de la relación funcional. Se establece una relación entre los dos tipos de representaciones de la función; el 40% de los grupos que estableció esta técnica de la creación de los puntos con la herramienta punto del programa evidencian el reconocimiento de la relación funcional, no solo desde la creación de los puntos de manera adecuada en la tendencia que muestran los otros puntos, sino que establecen las coordenadas de estos puntos como valores que representan la relación T vs. t , y lo representan en la tabla, estableciendo con más claridad la relación funcional entre las dos magnitudes a través de los dos tipos de representaciones. Todo esto se evidencia en el análisis instrumental que hacen de las propiedades de los puntos que muestra el programa Geogebra, como se muestra en la imagen 35b.

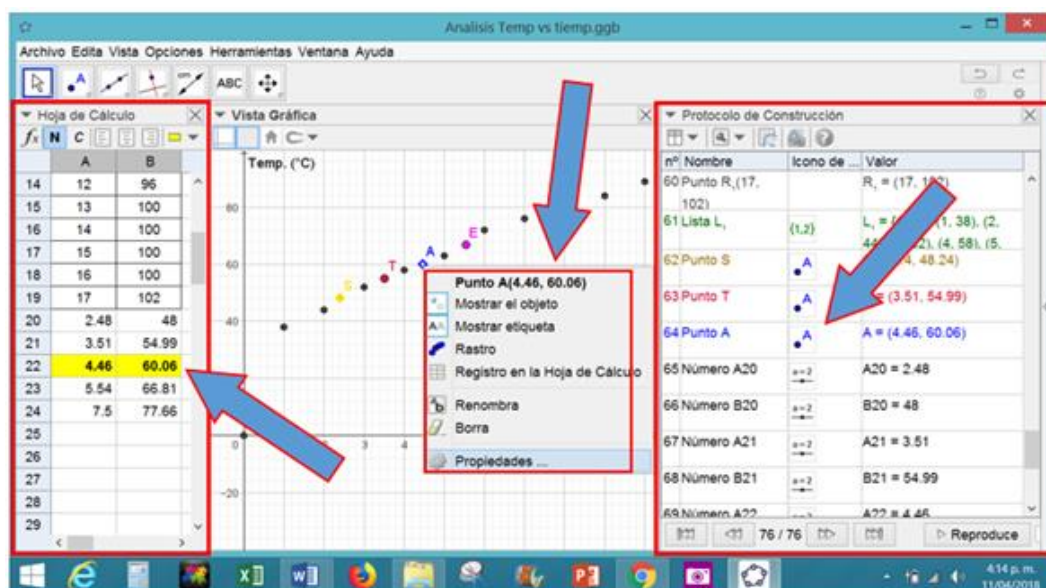


Imagen 35b: Análisis de la actividad Instrumental al crear puntos que representan la relación funcional.

En la imagen 35b se señalan, desde el protocolo de construcción, el reconocimiento de la herramienta empleada, el uso del menú desplegable que da Geogebra para acceder a las

propiedades de los objetos, en este caso el Punto A (4.46 , 60.06), y el uso de este valor en la tabla de Temperatura vs. tiempo. Los valores que proporciona el programa adquieren un significado particular para el estudiante en la relación funcional de las dos magnitudes: realiza una transferencia de un tipo de representación (la gráfica) hacia otro tipo de representación, la tabular.

Esta técnica resulta muy potente en la construcción de significados matemáticos que el estudiante le da a los valores que desde el artefacto se muestran; este nivel de instrumentalización da muestras del paso a la instrumentación en la cual el sujeto (estudiante) hace una apropiación particular de las herramientas en el uso de esquemas empleados en la solución de problemas.

Otro 30% de las respuestas analizadas de los grupos muestra el uso de una técnica diferente en la solución de la actividad: en este esquema de uso los estudiantes emplean la tabla para crear los puntos en la representación gráfica; esto se identifica en la imagen 36 que se analiza desde el protocolo de construcción y la actividad instrumentada en Geogebra.

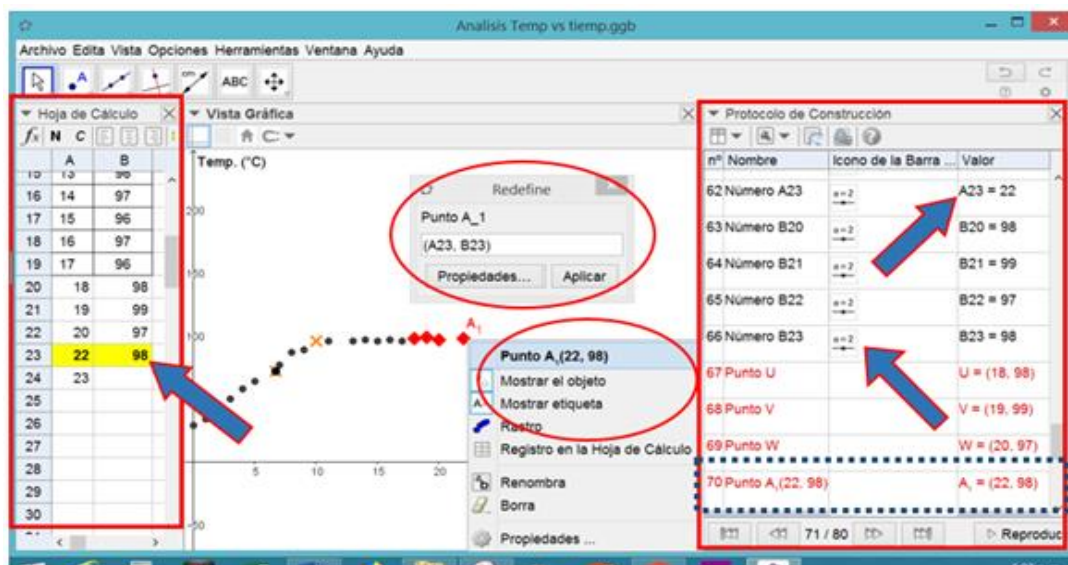


Imagen 36: identificación de herramientas empleadas en el esquema de uso social.

En la imagen 36 se señala la representación tabular, los valores del punto A₁ que muestra

Geogebra, y los elementos de análisis que permite el *Protocolo de Construcción*.

En la actividad instrumental de los grupos que emplean este esquema de uso, se evidencia que los puntos creados que consideran, presentan la misma relación funcional entre las magnitudes; tal es el caso del punto A_1 (22,98) donde presentan una continuidad en el uso de valores discretos para el tiempo y la Temperatura, como se señala en la parte encerrada con el óvalo. Estos valores surgen desde el manejo de la tabla para la creación de los mismos, como se observa en la ventana “Redefine” encerrada con el óvalo, que muestra coordenadas para el *Punto A_1* (A_{23} , B_{23}), es decir, es un punto que sus coordenadas surgen desde valores en las celdas A_{23} y B_{23} de la tabla, desde el *Protocolo de Construcción* se hace evidente que los valores 22 y 98 son valores que se crean como números desde la tabla y posteriormente opera para la creación del punto $A_1(22,98)$, como se resalta en el Protocolo; de igual manera se da la actividad instrumental para el resto de puntos creados como representación de la relación funcional.

Este esquema de uso resulta potente en el sentido que el estudiante ha identificado una relación entre las representaciones tabular y gráfica que describen una tendencia en la relación funcional entre las magnitudes; la elección de los valores para la Temperatura muestra que ha identificado que en el calentamiento del agua se presenta una tendencia a valores constantes; *muestran un reconocimiento de una tendencia a un comportamiento constante de la Temperatura a través del tiempo*, ya que infiere valores para la temperatura para 6 minutos posteriores al tiempo de la actividad experimental; la fluctuación entre 97 y 99°C se da por la precisión de los termómetros y las corrientes de aire que se presentaban en la actividad experimental.

En el siguiente apartado se realiza el análisis de la segunda actividad de la secuencia.

4.2 Actividad experimental del Péndulo.

Se analizan los resultados obtenidos en los diferentes momentos que se plantearon para esta segunda actividad de la secuencia.

4.2.1 Concepciones iniciales actividad del péndulo.

En la exploración inicial de las concepciones de los estudiantes se realizaron las siguientes preguntas:

En el columpio extremo también se montan dos personas simultáneamente para que les salga más económico, ¿Consideras que el tiempo de una oscilación en ese caso cambia?, ¿aumenta o disminuye?

Se realizó esta prueba a 26 estudiantes de los cuales solo 3 respondieron adecuadamente la pregunta al considerar que el tiempo de oscilación permanece constante; del 88,4 % de los estudiantes que respondieron de manera incorrecta el 52% aproximadamente considera que un aumento en la masa del péndulo conlleva a una disminución en el tiempo de oscilación.

En las respuestas se evidencia una relación estrecha entre la masa del cuerpo y la rapidez del movimiento que realiza.

Con relación a la segunda pregunta:

Si los dueños de la atracción **cambiaran la longitud de la cuerda por una de 25 metros**, ¿esto cambiaría el tiempo de una oscilación?

El 80,8% respondieron de forma adecuada a la pregunta afirmando que un cambio en la longitud de la cuerda genera un cambio en el tiempo de oscilación del péndulo, de estos el 66,6% considera que un aumento en la longitud de la cuerda genera un aumento en el tiempo de oscilación.

A diferencia de la actividad 1, la actividad del péndulo muestra que las concepciones de los estudiantes son muy cercanas a la verdad aceptada en ciencias.

Esto muestra que existe un preconceito de variación presente en sus concepciones iniciales.

Con este panorama se realizan las actividades experimentales en el laboratorio.

4.2.2 Momento 1. Toma de datos cambio de masa.

Se busca verificar las hipótesis realizadas inicialmente a través de la toma de datos en el laboratorio, por lo cual se simularía el Columpio extremo en el laboratorio y se realizarían cambios en la masa y la longitud de la cuerda vs. el tiempo de oscilación en cada caso. El diseño de la actividad en el marco del conocimiento como construcción social permite realizar una construcción contextualizada y significativa para los estudiantes, en el que se aborda la construcción de conceptos matemáticos desde otras ciencias como la física y desde contextos de la vida como el péndulo extremo que existe en Manizales, como se aluden en los EBC del MEN (2006).

Al momento de hacer uso del laboratorio las dinámicas propias de la Institución Educativa como se muestra en la imagen 37, así como los tiempos programados para las actividades de la secuencia y la elaboración del informe, llevaron a tomar la decisión de hacer un ajuste a la puesta en acto de la actividad. El cambio de masa del péndulo vs. el tiempo de oscilación se empleó para



Imagen 37: Laboratorio ocupado y presentación del equipo de gimnasia del Municipio.

realizar una instrumentalización de los artefactos a disposición en la toma de datos: el montaje del péndulo, el uso del cronómetro, los acuerdos para el conteo de las oscilaciones, así como el cálculo del tiempo promedio para una oscilación; esta propuesta, que se desarrolló tipo demostrativa de laboratorio, se empleó para establecer nuevos acuerdos de trabajo para los cambios que se darían en la dinámica de la actividad experimental.

4.2.3 Actividad 2. Registro de datos, cambio de longitud.

Para esta actividad se les propone explícitamente el problema:

¿Cambiando la longitud del péndulo cambia el tiempo de oscilación?

Se apropian los estudiantes de este problema desde la toma de datos para la solución; dado el trabajo de instrumentalización previo que se realizó, las dificultades para la toma de datos en este momento de la secuencia no fueron mayores, algunos asociados a los niveles de atención y de organización como el conteo del número de oscilaciones.

4.2.4 Actividad 3. Cálculo del registro tabular y gráfico en Geogebra.

En esta actividad se les propone el uso de los datos de la tabla para el análisis y solución de un interrogante.

¿El tiempo de oscilación del péndulo depende de la longitud de la cuerda?, argumenta tu respuesta.

La intención de la pregunta es identificar el uso de la tabla de datos que se tiene, el modo de lectura de la misma o niveles de organización, dado que dicha tabla surge como resultado de un trabajo colaborativo, en el cual los valores asignados a los grupos para la longitud de la cuerda no era discretos; por ejemplo un grupo tenía 2,83 m y 2,53 m y el registro de los grupos se decidía aleatoriamente, por lo cual la tabla de datos no tenía una lectura fácil en la forma inicial del registro, como muestra la imagen 38. En esta imagen se observa que los datos no están ordenados de forma ascendente o descendente, lo cual se esperaba generará el conflicto con relación a la identificación de un patrón o regularidad que se evidenciara en los datos, focalizando la atención en la representación gráfica de la tabla de datos.

Debes tener listos tus datos para compartir con los otros grupos, en ambiente colaborativo de aula.												
Longitud (m)	1,1	0,8	3,02	2,78	2,41	1,93	2,09	1,98	1,82	1,58	1,16	0,89
Tiempo de una oscilación (s)	2,11	1,81	3,55	3,39	3,13	2,80	3,02	2,84	2,93	2,56	2,22	2,09

Imagen 38: tabla de datos recolectados del trabajo experimental de cada grupo.

La acción que se esperaba de los estudiantes era la lectura de la tabla o la reorganización de los datos en forma ascendente o descendente en una nueva tabla, lo cual le permitiría una toma de decisiones basada en la información; por las características, el ambiente a lápiz y papel en ese momento no propicia una Retroacción que le permitiera al estudiante la toma de decisiones de forma argumentada. En la imagen 38 se observa que los datos en el orden de las centésimas y presentados de forma aleatoria no genera la identificación de una tendencia en la relación funcional de Longitud de la cuerda vs. tiempo de oscilación (L vs. t), dado que del 83,3 % de los grupos que contesta que sí existe variación en el tiempo de oscilación si la longitud cambia, ninguno de ellos alude claramente al uso de la tabla o plantea una relación a los valores que se muestran en la misma, por lo cual los conocimientos que validan sus acciones son relacionados con los pre saberes que se identificaron en la exploración de las concepciones, no a un análisis de datos o comparación de los mismos. No se presenta conocimiento del aprendizaje sino a partir de los análisis de la representación gráfica.

Posteriormente se le solicita a los subgrupos por parejas que:

- *Representa gráficamente la tabla de datos que se ha compartido en clase en el programa Geogebra.*

(Emplea el archivo que entrega el profesor a través del gestor de clase).

La intención de la pregunta es el análisis de la representación gráfica de los datos en el ambiente computacional; para ello, a través del Classroom Management, se les facilita un archivo base para el registro en la hoja de cálculo de los datos de la tabla construida y con la creación de la lista de puntos realizar la representación cartesiana de los pares.

En esta propuesta el archivo presenta la tabla sin nombre en las columnas ni en los ejes por lo cual la acción del estudiante es la construcción de la tabla, para lo cual debe decidir cuál magnitud irá en el eje vertical y cuál en el eje horizontal, como variable independiente y dependiente, respectivamente.

El medio genera una retroacción de las acciones del estudiante al pasar de la representación tabular a la representación gráfica con la herramienta de crear lista de puntos, lo que le permite establecer una relación entre los dos tipos de representación de la relación funcional de L vs. t.

En este punto los conocimientos que validan las acciones son de tipo instrumental, en el sentido de crear lista de puntos desde la hoja de cálculo y el conocimiento de las coordenadas de un punto en la representación tabular; se observa que 3 grupos no realizaron un ajuste de la organización de los datos de forma ascendente o descendente; el conocimiento del aprendizaje que emergen es el reconocimiento de la identificación de la variable independiente en la relación, ya

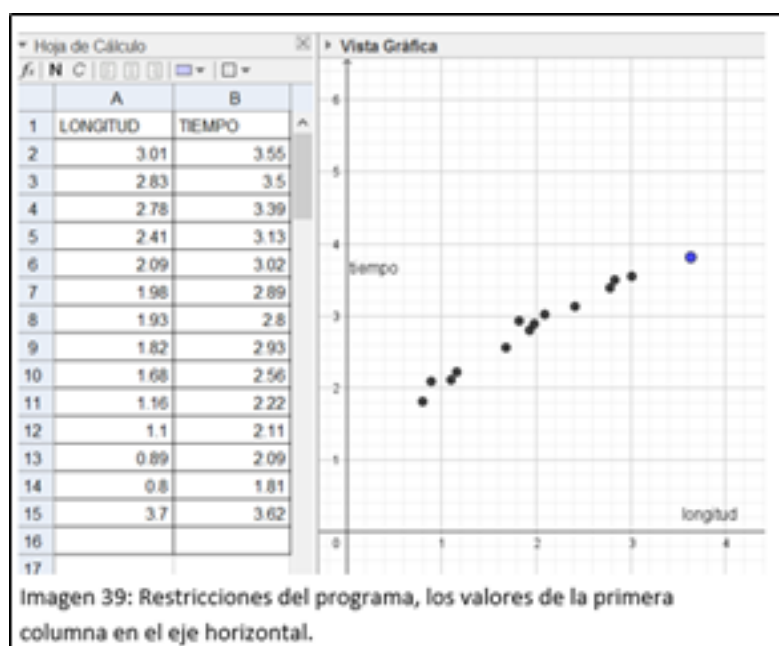


Imagen 39: Restricciones del programa, los valores de la primera columna en el eje horizontal.

que no se les entregó el plano cartesiano con el nombre de los ejes y no existe una retroacción del artefacto que cuestione el tipo de variable que se ha de colocar desde la tabla al plano en el eje horizontal, como se muestra en la imagen 39. Aquí se

observa que, para Geogebra, los valores de la primera columna irán en el eje horizontal, por lo cual fue necesario un análisis de la existencia de la relación entre las variables al plantear las preguntas, ¿cuáles valores van el eje horizontal tiempo o longitud?, ¿todos los grupos realizaron la misma elección?, ¿por qué es válido la elección realizada?, ¿En qué se debe basar nuestra elección para que en Geogebra se represente de forma adecuada la relación?

Este tipo de restricciones de configuración de Geogebra fue considerado en el diseño para introducir la reflexión que permitiera asociar un eje con un tipo de variable de la relación, como un significado matemático que es validado socialmente.

Durante el trabajo colaborativo mediado por el gestor de aula Classroom Management se realizan algunas preguntas de acuerdo a los avances y desarrollos de los estudiantes en la actividad; estos se amplían más adelante en el análisis de la actividad instrumentada.

Posteriormente con el uso del archivo se aborda la siguiente pregunta:

· A partir de la información de la tabla y la gráfica, en el siguiente espacio calcula el valor del tiempo de oscilación para un péndulo con una cuerda de una longitud de 3.7 metros (m) y para 5.2 m. Redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado, represéntalos en el archivo de Geogebra (en la gráfica).

La propuesta plantea la intención del análisis desde la representación gráfica en la que el estudiante debe relacionar o asociar a una longitud de cuerda un tiempo específico de oscilación. Con relación a la actividad anterior con el calentamiento del agua se le plantean valores no enteros por lo cual la estrategia del valor medio entre dos valores de la tabla ya no es potente para aproximarse a la respuesta; los valores dados son mayores a el máximo que se tenía desde la toma de datos, por lo cual se busca que el estudiante realice inferencias más allá de los valores de la

tabla; igualmente al solicitarle la construcción del punto o par ordenado que se ha determinado se busca que establezca una relación con la representación gráfica construyendo un significado matemático de esta representación respecto a la relación funcional entre las magnitudes.

La acción que realizan los grupos de trabajo es similar en todos ellos por lo cual se puede inferir que el trabajo colaborativo en espacios pequeños rompe la individualidad; el 70 % de los grupos realiza una estrategia similar, que consiste en realizar desde la tabla cálculos entre los valores que se encuentran. Por ejemplo en la imagen 40 se reconoce que establecen una diferencia de $L-L_0$ y suman esta diferencia hasta que se aproximan a la longitud indicada L_i (3.7), es decir un modelo de la forma $L_i = n(L-L_0)$ y de igual manera se realiza el cálculo para el tiempo $t-t_0$ que determinar el tiempo t_i correspondiente a L_i .

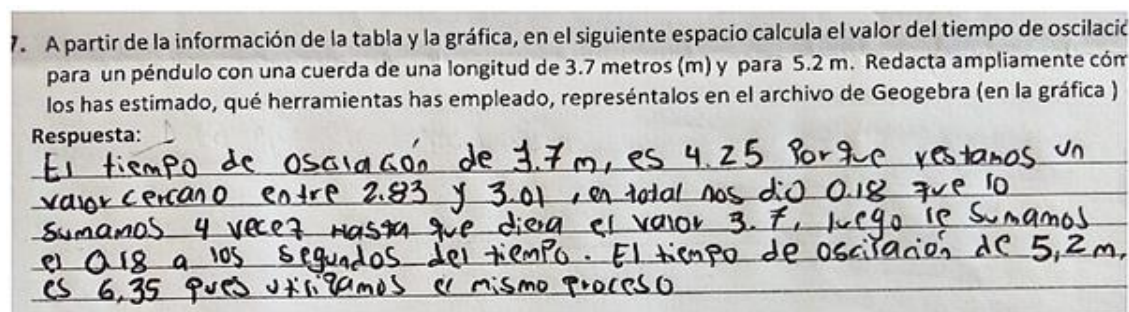


Imagen 40: Construcción de un modelo $L_i = n(L-L_0)$ para cálculo de un tiempo t_i para una Longitud dada L_i .

El tipo de crecimiento que consideran en ese momento es de proporcionalidad directa en el que las magnitudes crecen en forma lineal; la asociación a este tipo de patrón es recurrente, dada la facilidad de identificación de este tipo de patrón desde lo numérico y desde la representación gráfica, por la forma de la tendencia que se da en los valores registrados en la actividad experimental. La construcción de este par (L_i, t_i) le permite al estudiante identificar si su acción es válida o tomar otro tipo de acciones que le permitan validar la respuesta.

El medio frente a las acciones del estudiante transforma la representación tabular en una

representación gráfica en la construcción de los pares ordenados; esta retroacción del medio le permite validar el modelo que considera verdadero, a pesar de ser un modelo de la forma entre los valores que se han registrado, se aproxima a un comportamiento lineal, por lo cual los estudiantes desde la representación gráfica validaron sus acciones.

Los conocimientos que movilizan los estudiantes para validar sus acciones son de dos tipos: instrumentales y conceptuales. En los primeros la construcción de un punto o par ordenado desde la tabla surge como un conocimiento instrumental para movilizar en el medio computacional los significados matemáticos que construye, como la relación entre las magnitudes que se representan en el plano cartesiano como un par (L_i, t_i) ; los segundos conocimientos que movilizan se dan en la identificación de un patrón realizando inferencias más allá de la tabla de valores que se dio. Este tipo de conocimiento matemático hace parte de las competencias trabajadas anteriormente, donde muchos de los modelos eran de tipo lineal.

El conocimiento de aprendizaje que se moviliza por parte de los estudiantes en el trabajo colaborativo, es el reconocimiento de una tendencia de una relación funcional entre magnitudes en la representación gráfica, que emerge como un significado matemático en una construcción social mediado por las tecnologías computacionales. Esta tendencia a la que se alude se puede identificar en el análisis de las construcciones que entregaron los estudiantes, como se muestra en la imagen 41a y 41b, en donde se reconoce el modelo del tiempo de oscilación para un péndulo y la representación gráfica.

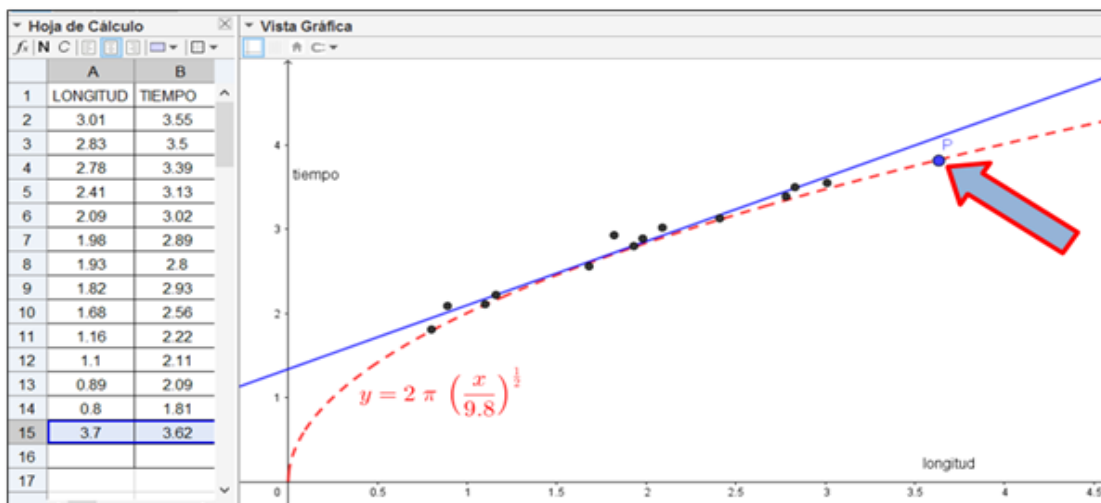


Imagen 41a: Comparación de los modelos funcionales y el punto P solicitado para una L=3.7m

En la imagen se identifica el punto P que establecieron para la representar el tiempo de oscilación para una longitud $L=3.7\text{m}$ con el modelo lineal que asumieron; se creó para el análisis de la estrategia de validación el ajuste lineal (línea azul) que realiza Geogebra con los puntos del plano. Se observa que a partir de la tendencia que presentan estos puntos construidos con la tabla de los datos experimentales, el estudiantes validó su acción, que resulta cercana frente al modelo algebraico del tiempo de oscilación de un péndulo simple (en línea roja punteada); es claro que la tendencia lineal que se le asigna a los puntos pudiera ser considerada válida, esto se ve de igual manera en la imagen 41b.

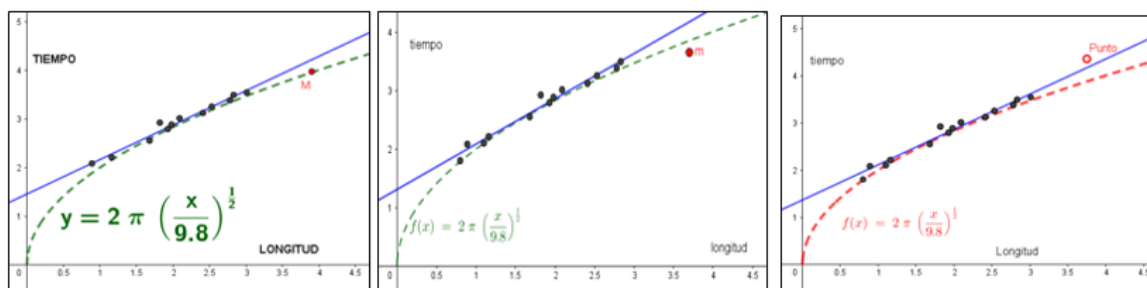


Imagen 41b: Otros resultados del punto Li solicitado en comparación con la tendencia y el modelo algebraico correcto.

En la imagen 41b se identifican otros resultados con la misma estrategia, socialmente compartida, en la cual los puntos y el modelo funcional adecuado para el tiempo de oscilación y la

tendencia lineal (línea azul) son muy similares para los datos registrados en la actividad experimental.

Las interacciones en la red se revisan a profundidad en el análisis instrumental de la actividad mediada en el ambiente colaborativo y en el momento de la institucionalización de los saberes.

Como última pregunta se planteó en la actividad que los estudiantes reflexionaran el interrogante:

¿El tiempo de oscilación de un péndulo puede llegar a ser 1.26 segundos? Si la respuesta es si, redacta ampliamente cómo los has estimado. Si la respuesta es no, redacta las razones por las cuales afirmas esto.

La *intención* del interrogante es que los estudiantes realicen inferencias desde la gráfica y la tabla de datos estableciendo una relación entre los dos tipos de representación con un significado matemático de la relación funcional L vs. t . Puesto que los valores que se plantearon para la actividad experimental eran con $t > 1.8$ s y la reflexión anterior les planteaba que desde L calcularán el valor de t , en esta nueva pregunta se invierte el sentido del análisis en la relación funcional, pretendiendo mayor claridad en el significado matemático que los estudiantes pudieran dar a la tabla de datos y a la representación gráfica: la relación puede ser identificada en el sentido, $L \rightarrow t$ pero también se puede reconocer que para cada t existe un valor de L asociado, construyendo un significado socialmente compartido del concepto de función.

La *acción* que ha de realizar el estudiante en el medio computacional es la creación del punto a partir de la gráfica, como técnica de representación, reconociendo la tendencia que se manifiesta en esta representación de la relación funcional.

En cuanto a las *retroacciones* que el medio genera por las acciones que el estudiante realiza está la representación gráfica del punto que consideren como el par que se ha solicitado en la consigna.

Los conocimientos que posibilitan la validación de las acciones son el reconocimiento de una tendencia en la relación funcional de las magnitudes desde la representación gráfica; como se ha analizado anteriormente, los estudiantes consideran que esta relación es de tipo lineal, tal como se mostró en la imagen 41a por ejemplo.

El conocimiento del aprendizaje validado socialmente en el trabajo con los compañeros en las interacciones con el computador, es que sí puede un péndulo llegar a tener un tiempo de oscilación de 1.26s, es decir, realizan algunas inferencias a partir de la representación tabular como se identifica en algunas de las respuestas del 70% de los grupos. De lo anterior se infiere que la relación funcional entre las magnitudes es evidente para los estudiantes, adicionalmente se puede decir que la representación gráfica cobra un significado matemático en esta relación.

Así se muestra en la imagen 42, en la que los estudiantes daban respuesta al cuestionamiento

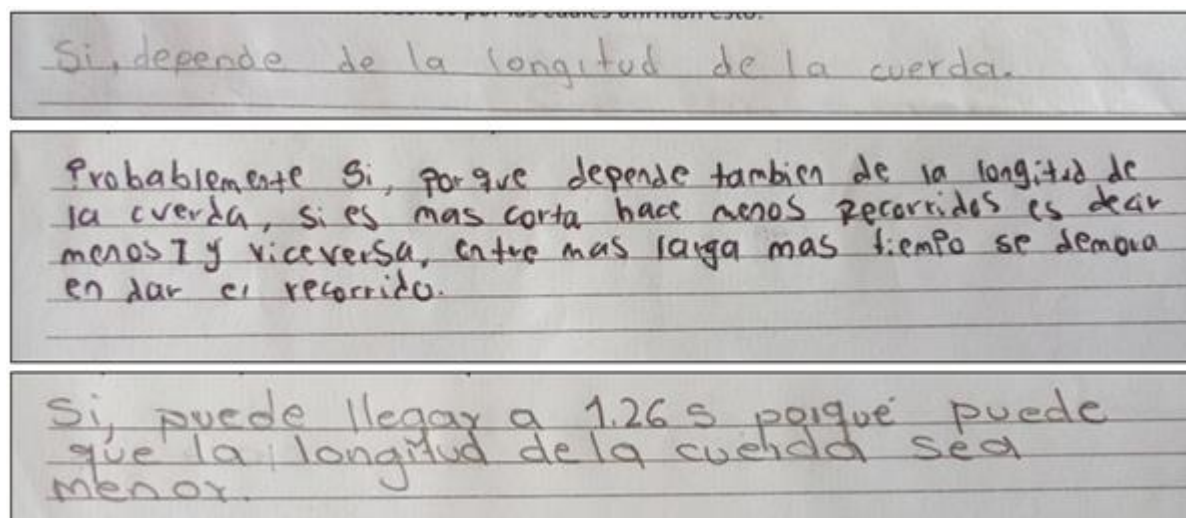


Imagen 42: Identificación de la relación funcional entre las magnitudes y la dependencia de t .

En esta imagen se puede establecer el nivel de reconocimiento por parte de los estudiantes de la relación funcional entre las magnitudes; es claro que no todos los estudiantes están en el mismo nivel, el 20 % de los grupos de trabajo indican que no es posible que el tiempo de oscilación sea este valor de 1.26s, lo que muestra que para estos estudiantes no es posible realizar estimaciones para valores menores que los que se evidencian en la tabla de datos.

4.2.5 Las interacciones en la red: El trabajo colaborativo mediado por el Classroom Management. (Actividad del péndulo)

Se analizan las acciones, retroacciones del medio, los conocimientos que posibilitan la validación y los conocimientos de aprendizaje, en el trabajo colaborativo que desarrollan mediado por el Classroom Management, para la solución de la tarea de la secuencia.

En esta actividad de la secuencia se dan dos momentos en los que se realiza un trabajo mediado con el Classroom Management. En el primero se realiza la discusión desde las restricciones del programa Geogebra que a partir de los datos que sea han introducido en la tabla, coloca los valores de la primera columna en el eje vertical: frente a esto se dejó la posibilidad que con la herramienta texto se colocaran los nombre de los ejes, y se discutieron las propuestas de los estudiantes en una *configuración del espacio común del conocimiento*, que es analizada más adelante.

En el segundo momento de la actividad experimental del péndulo se realiza un trabajo mediado con el Classroom Management planteando dos tareas que son analizadas y resueltas con el archivo < *Péndulo análisis 2* >. La primera tarea:

· *Moviliza el punto F que se muestra en el archivo compartido hasta donde consideres representa de forma adecuada la relación de la Longitud del péndulo con el tiempo de oscilación.*

Esta propuesta mediada por el Classroom tiene como intención identificar el significado matemático que le dan los estudiantes a los puntos que han construido en Geogebra; el punto se presenta en una posición que no corresponde a la relación L vs. t , es decir, que está por fuera de la tendencia que se evidencia desde la configuración de los otros puntos construidos; también se quiere identificar el uso que le dan a la representación gráfica de los puntos, es decir si colocan el punto F por fuera de los puntos ya existentes o más allá de ellos, en una inferencia sobre la tendencia que observan.

El medio computacional les da una retroacción en la cual pueden movilizar el F a través de arrastre hasta donde consideren es una posición correspondiente a la representación de la relación funcional; también se ha dejado visible la hoja de cálculo, en la cual se pueden reconocer los valores correspondientes a la Longitud y el tiempo que se representan en el plano cartesiano.

Los conocimientos que se movilizan para validar sus acciones y los de aprendizaje que se construyen se analizan en las diversas configuraciones que se identifican más adelante.

La segunda tarea solicita al estudiante que:

· *Activa el punto rastro y movílzalo por todos los lugares en los que consideres existirán puntos que pertenezcan a la relación entre la longitud y el tiempo de oscilación del péndulo.*

Es decir, que describa la tendencia que presentan los puntos que pertenecen a la relación de la longitud vs. tiempo de oscilación.

En esta tarea se tiene la *intención* que los estudiantes, a partir de la diversidad de puntos que se identifican en la tarea anterior, puedan reconocer un continuo en los valores de la longitud de la cuerda y del tiempo de oscilación. En *el arrastre* se podrá hacer visible la tendencia de la cual se han hecho una representación mental y en el plano hacer unas inferencias para longitudes mayores y longitudes menores que las que se trabajaron en la actividad experimental.

Las *retroacciones* que el medio realiza son dejar la traza del movimiento que realiza el estudiante con el punto P_r en esa representación de todos los posibles lugares donde exista un punto que pertenezca a la relación funcional L vs. t .

Los conocimientos que validan las acciones y el aprendizaje que se construye se identifican en el análisis de las configuraciones, así como en la actividad instrumentada con Geogebra.

4.2.6 Actividad instrumentada en la actividad experimental del péndulo.

En este apartado se analizan los resultados visibles en trabajo colaborativo del Classroom Management y algunos registros fílmicos del trabajo colaborativo, en los que se identifican los potenciales y restricciones de las configuraciones internas de los artefactos y de los artefactos en el aula; en este sentido se analizan las tres configuraciones de los artefactos en el aula, que fueron empleadas en la gestión didáctica para la construcción de conocimientos y significados matemáticos en el trabajo mediado por red.

4.2.6.1 Las configuraciones didácticas.

Configuración De Mosaico: en la primera parte de esta actividad de la secuencia se empleó como configuración que le permite al docente tomar algunas decisiones didácticas que

reorientar los avances y discusiones de los estudiantes, y pasar a otro tipo de organizaciones de los artefactos en el aula; en esta ocasión no se empleó para que los estudiantes se reconocieran en sus avances frente a otros, como se empleó en la primera actividad experimental.

La imagen 43 muestra como la configuración permite identificar los avances de los estudiantes y como algunos procesos instrumentales no necesariamente permiten una

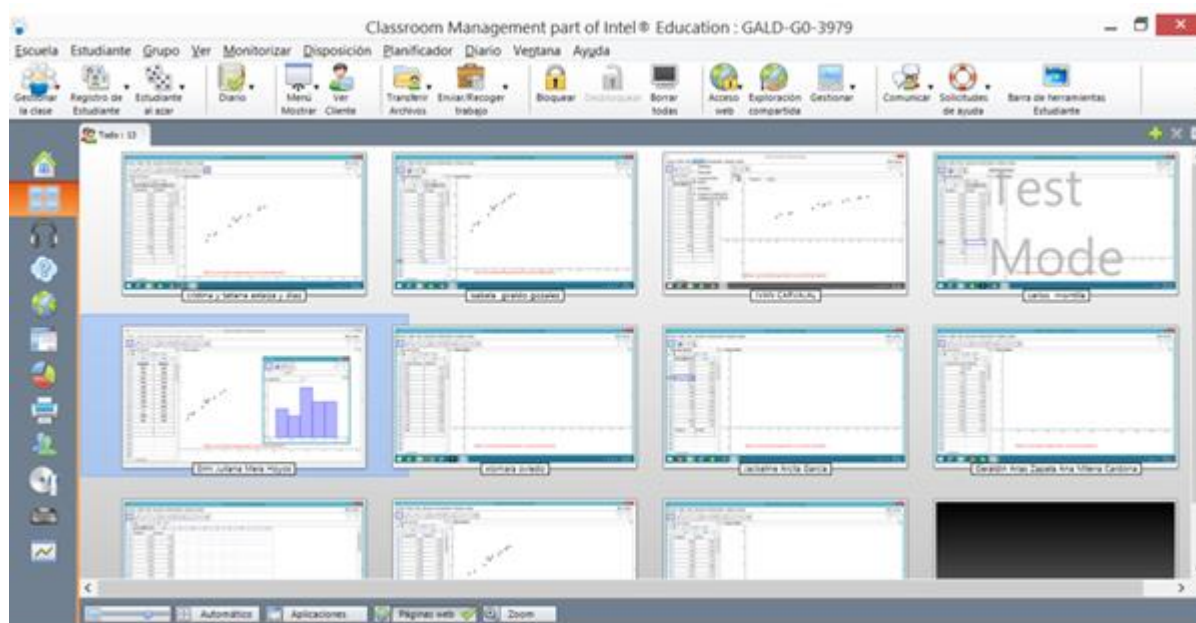


Imagen 43: Configuración de Mosaico para la toma de decisiones didácticas.

conceptualización de la “variable” en la relación funcional; es decir, en esta configuración la variable didáctica identificada en el diseño, con la cual Geogebra permite crear la lista de puntos desde la representación tabular y asignar los valores de la primera columna en el eje horizontal, no invita a reflexionar cuál variable va en cual eje; en ninguno de los casos observados se puede reconocer que los estudiantes colocaran su atención en esta designación de los ejes, o realizarán preguntas sobre este punto. La instrumentalización permite avanzar en la representación de los pares ordenados en el plano, pero no es un análisis per se sobre el tipo de variable que se asocia a cada magnitud de la función, por el contrario, en esta retroacción se genera un distanciamiento de

esa categorización de las magnitudes. En este reconocimiento desde la configuración mosaico el docente toma decisiones didácticas, como introducir nuevos interrogantes, como los mencionados anteriormente (¿cuáles valores van el eje horizontal tiempo o longitud?), generar un alto en el trabajo grupal y hacer una configuración de los artefactos en el aula con otro modo de explotación.

Este tipo de situaciones asociadas a los significados matemáticos hacen necesario que el docente reconozca el tipo de interacciones que están realizando los estudiantes frente al computador, cuáles son los significados que esta interacción les permite construir o cuáles no pueden construir en el trabajo colaborativo. La mediación de la herramienta computacional genera reflexiones en el estudiante tanto de orden instrumental como de orden conceptual; en el docente estas reflexiones están dirigidas a las configuraciones internas de los artefactos y de éstos en el aula, orientados a los objetivos propuestos.

La orquestación instrumental le permite al docente realizar la reflexión anticipada de las restricciones y potenciales didácticos de los artefactos, por lo cual en la orientación del trabajo debe reconocer el nivel instrumental de los estudiantes, para que el reto no se convierta en algo que no pueden realizar y abandonen la tarea. En este sentido Geogebra ofrece diferentes opciones de solución para asignar el nombre a los ejes, (en este caso se empleó la herramienta texto), pero es el significado matemático que se construye socialmente el centro de atención en el diseño mediado por lo artefactual; lo que pudiera ser una restricción del programa para el diseño, resultó en una oportunidad para la reflexión en comunidad, en la que las decisiones de los estudiantes se ven condicionadas por las acciones de los demás miembros de la comunidad y en la que se reconoce la necesidad de una constante reflexión sobre lo que se realiza en el programa, la toma de decisiones y la asignación de significados.

Para el segundo momento de la actividad se pasó a otro modo de explotación.

Configuración Mosaico de Uso Social

En este modo de explotación de los artefactos en el aula, se buscó que los estudiantes confrontaran sus propuestas frente a las propuestas de otros grupos, ya que se pueden presentar en la proyección del video proyector, en el espacio común; en la imagen 44 se puede reconocer las respuestas iniciales de los estudiantes; así se puede identificar que:

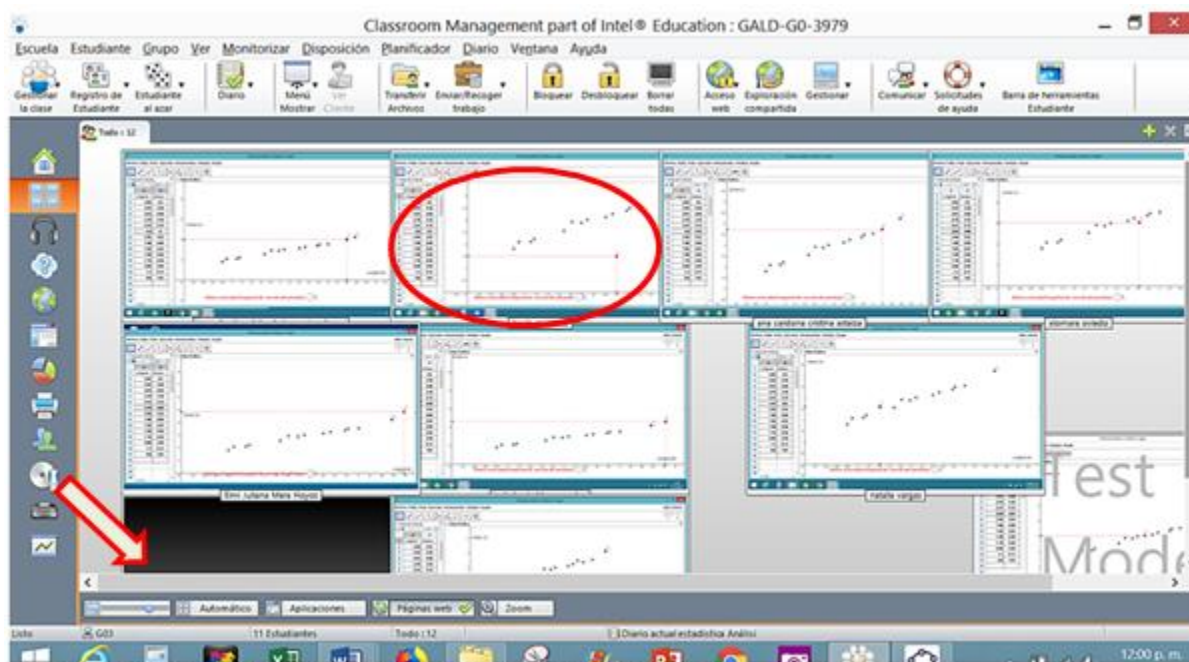


Imagen 44: Configuración Mosaico de uso social para confrontar avances.

Un grupo se desconectó por problemas técnicos (Señalados con la flecha), otro grupo tiene una respuesta incorrecta que se ha resaltado con un óvalo y el 80% de los grupos restantes ha respondido de forma correcta la tarea. Esta configuración permite realizar una construcción social de significados matemáticos desde los significados que los pequeños grupos han construido, posibilitando la discusión que enriquece el ambiente de aula y es el docente quien a partir de estos errores y aciertos, direcciona la discusión y reconstruye los significados que cada grupo presenta de sus respuestas en el marco de una construcción sociocultural del conocimiento. La riqueza de las preguntas condiciona la interacción entre los estudiantes y la mediación en red del trabajo

colaborativo fuerza la toma de ciertas decisiones didácticas, que se asumen al momento de poner en acto, pero que deben ser anticipadas en el análisis de las restricciones y potenciales de los artefactos en la orquestación instrumental.

Es importante aclarar que las configuraciones que se han tipificado no se dan, al interior de la puesta en acto en la clase, en el orden lineal que se ha asumido para el análisis de las mismas; estas configuraciones se intercalan en ciertos momentos según las decisiones didácticas del docente.

Configuración Del Espacio Común Del Conocimiento

Esta configuración se empleó en diferentes momentos de la actividad; en particular en la segunda actividad de la secuencia, al momento de validación, donde se hace necesario una institucionalización de los conocimientos socialmente construidos.

Esta configuración juega un papel central en la primera parte, donde se buscaba identificar el significado que se le asignaba a los ejes, dadas las restricciones del artefacto al realizar la construcción gráfica del registro tabular de la relación funcional L vs. t . La razón es que los

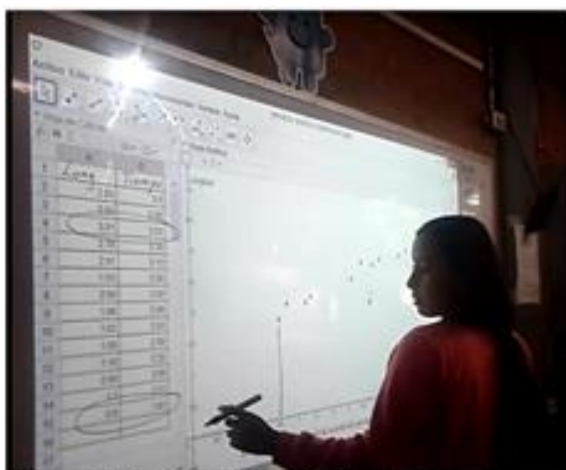


Imagen 45: Construcción de significados comunes

procesos de instrumentalización y los esquemas de uso como se mencionó anteriormente, alejan a los estudiantes de la reflexión necesaria sobre la dependencia de las variables y la convención de éstas en los ejes coordenados del plano; en la imagen 45 se identifica parte de esa reflexión en la que se recogen los significados que se dan alrededor del registro tabular y su representación

gráfica. Los conocimientos que se movilizan son la representación de un par ordenado en el plano y la asociación de un valor del registro tabular a uno de los ejes. Con relación a las posibilidades de asignar al eje horizontal el valor de la longitud o los valores del tiempo, emerge la pregunta ¿cuál criterio se debe emplear para tal asignación?, el artefacto posibilita asumir cualquiera de las dos opciones, es el acuerdo de la comunidad, en este caso la comunidad matemática, la que establece el criterio de asignar a la variable independiente los valores en el eje horizontal; se configura un significado socialmente compartido y construido a partir de la reflexión en el espacio común de conocimiento. En este punto los ejes y la escala numérica en el plano asumen un significado, un nuevo significado, la representación de los valores de una magnitud, una variable en la relación funcional, la movilidad y significados construidos permiten reconocer los avances en la construcción en el concepto de función.

El paso de una configuración a otra, como se aclaraba anteriormente, no es lineal, ni discreto. En la imagen 46 se muestra parte de la reflexión que surge a partir de las acciones de los estudiantes identificadas en la configuración mosaico dando el paso a otra configuración, la del espacio común de conocimiento, donde es posible reconocer que la mediación de la tecnología en

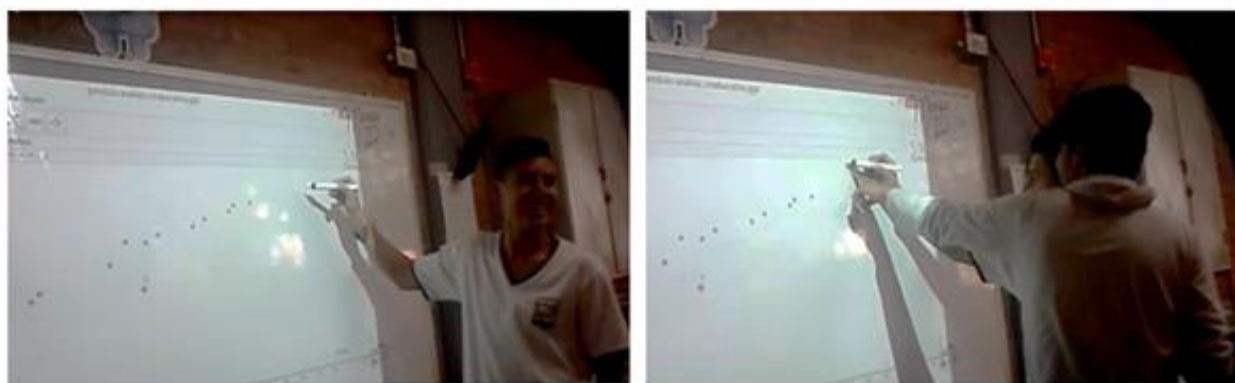


Imagen 46: Construcción colaborativa del conocimiento.

el trabajo colaborativo permite la discusión y solución de la tarea a partir de lo que puede hacer un estudiante y lo que puede realizar con la ayuda de otro de sus pares; estas decisiones, que

condicionan futuras acciones con relación al conocimiento en construcción, toman una dimensión diferente en el trabajo grupal porque son cuestionadas, reflexionadas y validadas ante la comunidad en tiempos diferentes a los que se tomarían en un ambiente a lápiz y papel.

La construcción del conocimiento mediado por el trabajo en red, toma la dimensión de una construcción social y los significados matemáticos emergen de dicha construcción en las actividades del estudiante, como el caso de la representación en el plano como una forma de representar la relación entre magnitudes.

La tarea propuesta en el archivo Péndulo análisis 2 de Geogebra para determinar la posición de un punto F, en los lugares que consideran representa de forma adecuada la relación de la Longitud del péndulo con el tiempo de oscilación, permite reconocer los esquemas de uso de los artefactos en el arrastre como acción; la retroacción del medio se propició con las proyecciones ortogonales del punto sobre los ejes, con los cuales se introdujo la posibilidad de identificar la longitud asociada a un tiempo de oscilación del péndulo. Este significado matemático se construye en el espacio común de conocimiento, ya que diferentes estudiantes presentan su propuesta, como se muestra en la imagen 47, y se discute por qué es válida, estableciendo un significado matemático para los puntos como representación de una tendencia de la función.

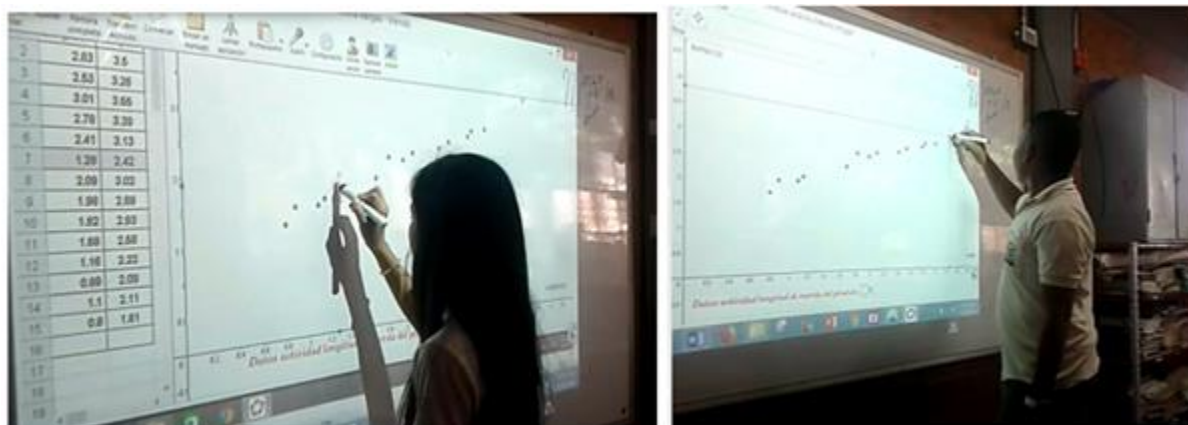


Imagen 47: Espacio Común de conocimiento en que se debaten los significados matemáticos asociados

En la parte izquierda de la imagen se identifica la estrategia de ubicar el punto solución entre los puntos ya existentes, pero el uso de la representación gráfica y la técnica del arrastre en el ambiente permite generar otro esquema de utilización diferente al de la actividad experimental inicial, donde se ubicaban los nuevos puntos como puntos medios de los ya existentes. En este esquema el conocimiento de aprendizaje que emerge es el reconocimiento de una tendencia de la función, representada en los puntos que vienen del registro tabular; a medida que nuevas soluciones se dan, surge la necesidad de ubicar el punto en nuevos lugares que no han sido ocupados, como se observa en la parte derecha de la imagen, y surge la pregunta, *¿cuáles pueden ser todos esos lugares por donde el punto F , puede estar?* Esta configuración permite realizar el debate al interior de la comunidad y validar y dar sentido a los diseños que pueden resultar potentes en este ambiente. La propuesta que se les presentó a trabajar en el archivo fue:

Activa el punto rastro P_r y movilízalo por todos los lugares en los que consideres existirán puntos que pertenezcan a la relación entre la longitud y el tiempo de oscilación del péndulo.

Es decir que describa la tendencia que presentan los puntos que pertenecen a la relación de la longitud vs. tiempo de oscilación.

En esta propuesta los estudiantes establecieron una forma de representación gráfica de la función a través del arrastre del punto P_T que les permitía describir el lugar de todos los puntos que consideran representarán la relación L vs. t ; esta reflexión y los avances en los conocimientos de aprendizaje que se dieron en esta configuración se evidencian en la imagen 48; en ella en un trabajo colaborativo, cuadro A y B, se traza la tendencia de los puntos existentes y de otras longitudes del péndulo más allá del mayor valor de L en la tabla.

En el recuadro C se propone la reflexión sobre cuál sería el comportamiento del tiempo de

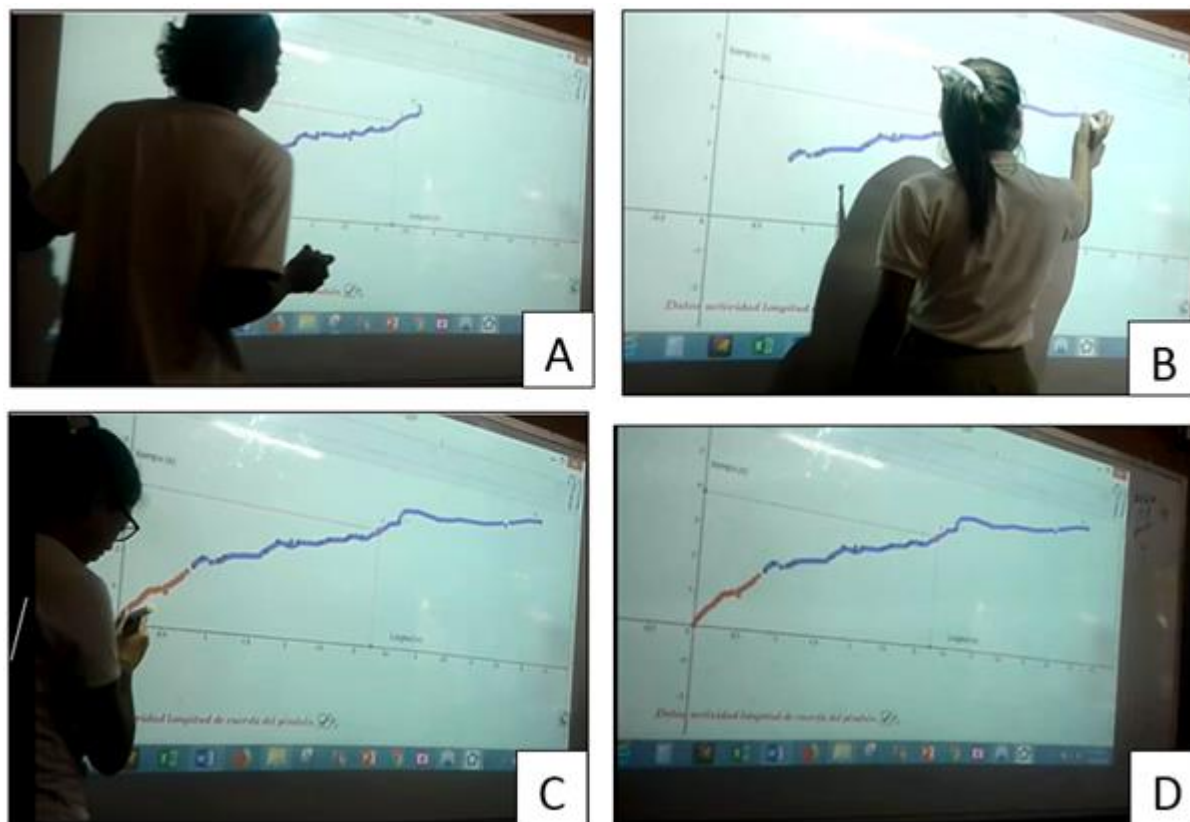


Imagen 48: Construcción de la línea de tendencia de la función en el espacio común de conocimiento.

oscilación para longitudes menores que el L_0 existente en la tabla; en este recuadro se evidencia, en trazo en rojo, cómo el comportamiento o tendencia de la función se establece con claridad a partir de los significados construidos socialmente; en el recuadro D se evidencia que se establece un valor mínimo para la longitud de $L=0$, donde el docente puede generar nuevos

cuestionamientos a partir de los planteamiento de los estudiantes, por ejemplo: “¿*Qué sentido tiene valores negativos para L ?*”. Esta construcción de la representación gráfica de la función permite construir nuevos significados matemáticos de la representación en el plano, que permitieron darle paso a la institucionalización de los saberes matemáticos formales.

La anterior configuración del espacio común del conocimiento no emerge como una condición sino como consecuencia de las decisiones didácticas del docente a partir de otras

configuraciones, como muestra

la imagen 49; en ella se reconoce la configuración de mosaico de uso del docente, en la que se identifican aciertos y ritmos de trabajo frente a la propuesta, lo que permite establecer metas y sentido a las otras configuraciones.

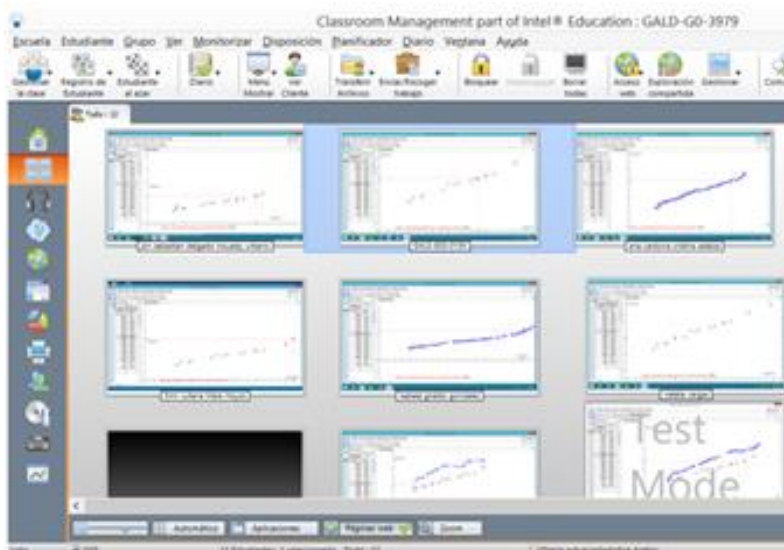


Imagen 49: Configuración de Mosaico para la toma de decisiones didácticas.

4.2.6.2 Actividad instrumentada en Geogebra, en la actividad del péndulo.

En este apartado se amplía el análisis de la evolución de la génesis instrumental del artefacto Geogebra en la solución de las tareas, es decir, el nivel de instrumentalización e instrumentación, si se da; y algunas implicaciones en la actividad del docente.

El paso del registro tabular al gráfico facilitó a los estudiantes el reconocimiento de la relación funcional, en este sentido se mantuvo la decisión de trabajar con la hoja de cálculo y no crear una tabla, dado que a pesar de mantener el dinamismo en los cambios de los valores en el

arrastre de los puntos, se convierte en una exigencia instrumental frente al manejo de la misma como objeto, es decir, se hace necesario el manejo de propiedades como: posición absoluta en pantalla o fijar objeto, si se desean ciertas condiciones; pero con relación a la actividad, limita la creación de nuevos puntos como se señala en la imagen 50.

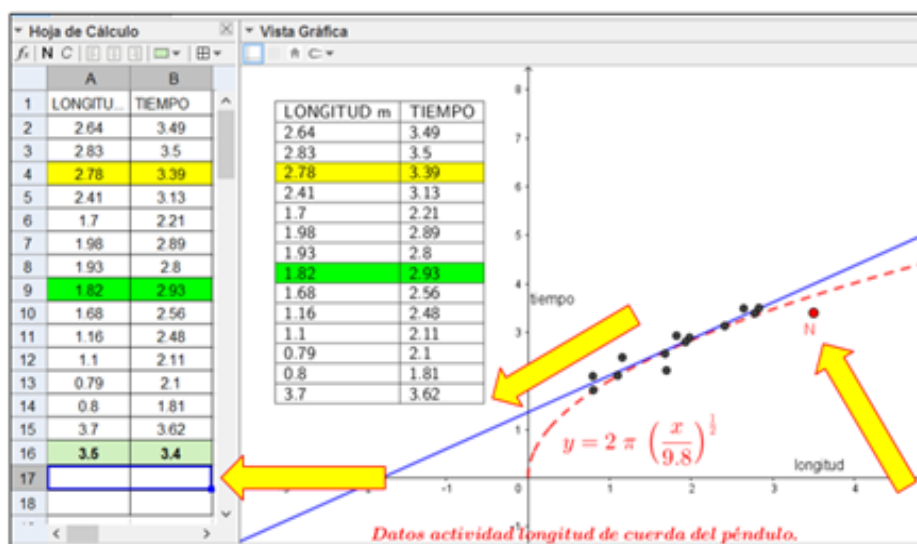


Imagen 50: Instrumentación de la hoja de cálculo, frente a la creación de tabla.

En la imagen se señala como la hoja de cálculo permite la creación de nuevos puntos que, considera el estudiante, representan la relación funcional, como el punto N. Este tipo de instrumentalización es dominado por los estudiantes, por ello no se empleó, a pesar de las posibilidades, la creación de la tabla que queda sobre la vista gráfica. Lo anterior es una instrumentalización del artefacto por parte del docente quien también vive un proceso de génesis instrumental.

Un aspecto que se mencionó anteriormente es el potencial didáctico que presenta el programa al no realizar un cuestionamiento sobre la representación de los valores de la primera columna en el registro tabular, como representación de la variable independiente en la función; este aspecto mencionado puede ser transformado de una restricción a un potencial por parte del

docente; mientras para el estudiante es solamente un proceso de instrumentalización, para el docente es un aspecto de la instrumentación, es decir el uso particular de los potenciales y restricciones del programa configurados para el alcance de los objetivos.

El arrastre y la traza fueron los dos aspectos más empleados en esta actividad de la secuencia; en la imagen 51 se puede reconocer una cercanía entre la representación gráfica producida por los estudiantes (izq.) y la representación algebraica de la función (der.), en la comparación de la traza construida en la configuración didáctica del espacio común del conocimiento.

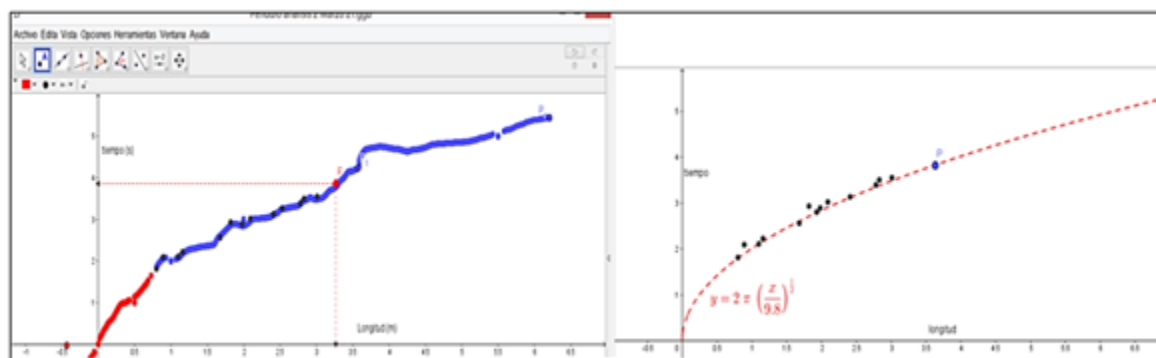


Imagen 51: Construcción de la representación gráfica de la función con la traza de un punto a partir de datos experimentales.

Esto introdujo un significado matemático que se visualiza gracias a la traza que permite el programa Geogebra.

En este sentido la actividad instrumentada con Geogebra se convierte en un auxiliar cognitivo que permite una amplia exploración e inferencias; en la representación gráfica se puede ir más allá de los valores iniciales, es decir, Geogebra le permite al estudiante, junto con la mediación del Classroom Management, la realización de inferencias a partir de la tabla con un simple arrastre de la escala o del plano cartesiano en la vista gráfica.

CAPÍTULO 5.

Conclusiones y recomendaciones.

En este capítulo se presentan a partir de los análisis y resultados las respuestas a las preguntas, que guiaron la propuesta de trabajo.

En primer lugar:

5.1 Respuesta a la primera pregunta auxiliar.

¿Cuál es la tipología de las diferentes configuraciones mediadas por el Classroom Management en el trabajo colaborativo en red?

Desde el trabajo colaborativo en red mediado por el *Classroom Management* se identificaron las siguientes configuraciones que permitieron reconocer avances en los niveles de comprensión del concepto de función, estas son:

Configuración de Mosaico. Esta es la configuración en la cual el docente puede identificar en su pantalla todos los equipos de los estudiantes, cuáles son sus avances y desarrollos frente al trabajo, le permite la toma de decisiones didácticas, como el reajuste de los grupos, reflexionar sobre la ZDP que se estaba proponiendo en la conformación de los grupos; esta gestión didáctica se realiza a partir de la observación particular de los avances del trabajo de un estudiante frente a los de otros estudiantes. De acuerdo a los objetivos de la propuesta la configuración de los artefactos en el aula pueden sufrir modificaciones o evoluciones a otras configuraciones, como:

Configuración Mosaico de Uso Social. Esta configuración resulta muy potente al establecer una configuración de los artefactos en el aula de forma adecuada, cuando se combina la configuración de mosaico con el espacio común que brinda el video proyector; esto genera la posibilidad de que los estudiantes enfrenten sus producciones a la de otros estudiantes o grupos de trabajo, generando una modificación en la interacción entre estudiantes, estableciendo un diálogo socialmente compartido. Las respuestas que se hacen visibles ya no son producciones individuales, sino que resultan del diálogo social, de la construcción de significados socialmente validados, se puede observar la modificación de respuestas, la argumentación de algunas de éstas; los estudiantes, venciendo lo que pudiera considerarse “una timidez frente a la exposición” al identificar que su producción individual ya no es suya, sino de la comunidad se abren al diálogo y la confrontación de las ideas, a la construcción de significados. El docente puede ir de una a otra configuración de acuerdo a esas decisiones que tienen en cuenta las restricciones y potencialidades de los artefactos que quiera explotar.

Configuración De Pantalla Común (1 a grupo). Esta configuración se propone como resultado del análisis de los avances de cada estudiante o grupo de trabajo. La presentación en pantalla del trabajo de un estudiante en las pantallas de los otros estudiantes puede resultar poco potente frente a las restricciones instrumentales de los artefactos, como el tamaño de la pantalla; además la pérdida de control de los estudiantes frente a las acciones que desarrollan en su computador, genera cierto nivel de distracción. También se afecta el nivel de instrumentalización de los estudiantes en este modo, en los que las acciones en pantalla algo erráticas y

con poco control, generan una disipación del interés del trabajo. Se pueden realizar



Figura 3: Configuración del espacio Común del Conocimiento.

ajustes a la misma de acuerdo a las potencialidades del artefacto al bloquear pantallas, pero esto genera ciertos niveles de frustración que finaliza siendo más una restricción que una potencialidad.

Estas tres configuraciones son adecuadas para el desarrollo y análisis de los momentos de acción del estudiante y retroacción del medio en la implementación de la secuencia.

Configuración Del Espacio Común Del Conocimiento. Esta configuración, ver Figura 3, se puede considerar muy potente frente a la construcción social del conocimiento; es el espacio adecuado para el planteamiento de nuevos retos o problemas a los estudiantes, posterior al análisis de los esquemas de solución a las tareas anteriores. No es un momento inmediato posterior al desarrollo de las retroacciones del medio frente a las acciones del estudiante. El docente debe tener una propuesta para estos momentos cercanos a la institucionalización, pero estas propuestas pueden sufrir pequeños ajustes en el diseño de acuerdo a las acciones y retroacciones observadas. Es una propuesta nueva, que genera la construcción social

mente validada de nuevos conocimientos y significados matemáticos, como se alude en Crook (1998), se negocian y redefinen estos significados. Son estas interacciones las que posibilitan la construcción de nuevos significados de los signos, gestos y representaciones, con la acción mediadora de la tecnología, en una historia social de las actividades del hombre, como se exponía en las imágenes 45 y 48.

De otro lado son las interacciones sociales en el medio y la mediación computacional la que genera la necesidad de establecer una mirada artefactual de las configuraciones y se asume la pregunta:

5.2 Respuesta a la segunda pregunta auxiliar.

¿Cuáles potencialidades y cuáles restricciones se presentan en el uso de Geogebra en la secuencia didáctica?

En este sentido se buscó identificar en el artefacto esas potencialidades que se hacían visibles en el desarrollo de las técnicas de solución a las tareas propuestas y cómo se hacían evidentes algunos momentos de la instrumentalización e instrumentación, si se daba, en el usuario.

En el diseño se identificaron algunas restricciones del artefacto Geogebra, como la pérdida de control de la variable didáctica, “*personalización de las herramientas*” disponibles en las construcciones cuando se trabaja con la hoja de cálculo; en la que se ocultan algunas herramientas que no se desean dejar disponibles, como se muestra en las imagen 52, donde se observa a la izquierda, señalados con flechas, cómo se ha realizado desde la orquestación instrumental la configuración adecuada de los artefactos, limitando las herramientas

disponibles para la solución de cierta tarea, pero a derecha se observa cómo al interactuar con la hoja de cálculo del programa abrir o cerrarla y regresar a la representación gráfica se

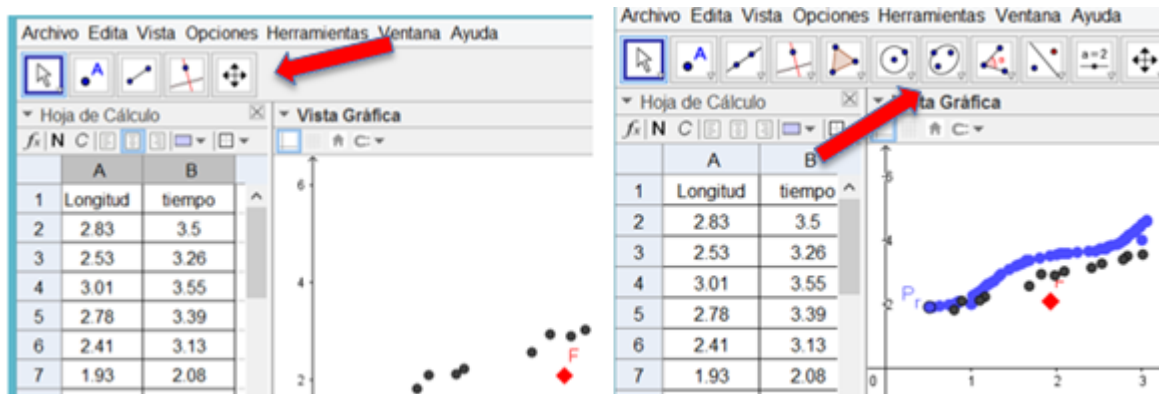


Imagen 52: Pérdida de control de variables didácticas, en el uso de la hoja de cálculo al abrirla o cerrarla.

pierde este control de la variable (el tipo de herramientas disponibles) que se había considerado.

Esta pérdida de control en las variables coloca ciertas limitaciones sobre los diseños realizados, que deben ser considerados por el docente antes de la puesta en acto para la anticipación de las acciones de los estudiantes y las retroacciones del medio.

El esquema de uso de la herramienta: *creación de lista de puntos* desde la hoja de cálculo, para la representación gráfica de la relación funcional, puede ser un potencial o una restricción de configuración interna del artefacto de acuerdo a los objetivos didácticos. En este trabajo se asumió como un potencial, en el cual el programa automáticamente asigna a los ejes los valores de la tabla, de acuerdo a la siguiente regla de diseño: los valores de la primera columna en la hoja de cálculo van en el eje horizontal, es decir el programa los toma asociados a la variable independiente de la relación funcional que se está trabajando; este proceso de automatización puede ser un obstáculo según Sierpinska (1992), en el cual se da un *esquema de pensamiento inconsciente en el que se mira el orden de las variables como irrelevante*, esto es cierto, pero es

un potencial desde el sentido didáctico para acompañar al estudiante en el análisis de las retroacciones del medio por parte del docente, realizando cuestionamientos como; *¿Por qué sería válida aceptar esta acción que se realiza por parte de Geogebra?, ¿se ajusta a las condiciones de nuestro problema?*

En este sentido Crook (1998) resalta que en el trabajo colaborativo las interacciones entre estudiantes, estudiantes y docente, deben ser motivadas y lideradas por el docente; es la oportunidad para cuestionar el papel del usuario frente al artefacto.

Como en el caso anterior todas las restricciones se pueden ver con relación a los objetivos didácticos como posibles potencialidades de las configuraciones internas del artefacto. En ese sentido la ejecutabilidad en el manejo de la escala para la representación gráfica y una búsqueda de la ventana de optimización, se identifica como un potencial del programa frente a posibilidades de representación gráfica en programas como Excel o algunas calculadoras graficadoras, dado que en Geogebra el cambio de escala se da desde un gesto directo a través del cursor del pc sobre el eje (con un clic sostenido), por lo cual las condiciones para identificar la ventana de optimización son mejores, permitiendo centrar la discusión en la representación de los datos y su significado; con el gesto mencionado sobre el eje teniendo elegida la herramienta “Desplaza Vista Gráfica”, se da una acción directa que modifica la escala en los ejes y la naturaleza de la discusión se modifica. Existen otros tipos de herramientas que medían en la construcción de los significados matemáticos. Pero en Excel, por ejemplo, la representación tabular lleva a la representación gráfica sin ninguna posibilidad de reflexión conceptual alrededor de la escala de los ejes, con lo que conceptos

asociados a dominio y rango no pueden ser abordados, con algunas reflexiones didácticas necesarias sobre la representación que permitan alcanzar algunos de los niveles de comprensión asociado a las funciones.

En las actividades de la secuencia se pudo identificar que los niveles de instrumentalización del estudiante con el programa dieron avances significativos, ya que en la representación gráfica se determinó la ventana de optimización en la segunda parte como un proceso ya institucionalizado, como un esquema de uso por parte de los estudiantes para un análisis de los datos; los gestos de preguntar a otros de cómo se hace, fueron menores.

Otra potencialidad identificada en el programa es el uso de los dos tipos de registros empleados, el tabular y el gráfico. Esta posibilidad permitió dar significados a dos objetos diferenciados que constituyen diferentes representaciones de la misma relación funcional entre las magnitudes. En el registro tabular se identificó un esquema de uso para la construcción de puntos, el uso de la creación de lista de puntos para representar la relación funcional, rompiendo el esquema de uso socialmente compartido desde lo tabular, como el mencionado en el análisis de datos (la determinación de un punto medio para dos datos).

La construcción de cualquier punto que representaba la relación entre las magnitudes permitió reconocer un continuo de los valores empleados, ya que al crear un punto en el plano y analizar sus propiedades, en este caso sus coordenadas, pueden dar valores como (3.17, 2.894). Así como la diversidad de las soluciones, la ejecutabilidad de la representación tabular en el plano cartesiano, brinda al estudiante un paso desde un tipo de representación a otro de forma un poco más natural, de tal manera que se construyen significados a partir de las dos representaciones de la relación entre las magnitudes.

En la orquestación instrumental se pudo establecer la traza como representación de la tendencia de la función al reconocer en esta la posibilidad que permitió emplear en un manejo a mano alzada del punto sobre el plano la construcción de la representación gráfica de la tendencia de la función.

Dado que se identificó este trazo como el lugar de todos los puntos que representarían la

Imagen 53: Significados de la representación gráfica de la curva de la función.

relación funcional, y el gesto que hacen con las manos los estudiantes cuando describen sobre el plano la visualización de esta representación; se posibilitó hacer inferencias sobre las características de la relación funcional entre las magnitudes, tal como se muestra en

la imagen 53; en ella se identifica el significado que empiezan a construir los estudiantes desde este tipo de representación, cuando asocia la representación gráfica con la curva de la función, que ha denominado la “montañita”, que se ha realizado desde la configuración del espacio común del conocimiento (imagen 48) y la traza del punto en el programa Geogebra.

En este sentido es posible reconocer la movilización del artefacto que es dotado de significados y se transforma en un instrumento para la solución de cierto tipo de problemas.

5.3 Respuesta a la tercera pregunta auxiliar

¿Cuáles son las características de las interacciones de los estudiantes con el pc en el

trabajo mediado por el Classroom Management?

Las interacciones de los estudiantes en el trabajo colaborativo, son desarrolladas con una dinámica que constituye el diálogo constante frente a las tareas propuestas, se puede decir que se establecen pequeñas comunidades de aprendizaje, en las cuales los participantes del grupo aportan y también aprenden de la experiencia; este diálogo, se da por las interacciones con el artefacto, Geogebra.

Es posible reconocer el trabajo que realiza un estudiante a modo individual y en compañía de otro estudiante más avanzado; este tipo de construcción social da un carácter situado al conocimiento, en el contexto y la comunidad en la que construye.

De otro lado la posición personal del estudiante se hace más clara en el espacio común del conocimiento, cuando se identifican roles como el dinamizador, el que todo lo quiere intentar en el espacio común, busca hacer el trazo, construir el punto modificar la escala, pero no necesariamente porque todo le queda bien. En parte esto es válido, pero es el espacio, la confrontación de sus ideas frente a la comunidad, la que parece ser el mayor motivador. Está también el estudiante reflexivo, sus decisiones son tomadas a partir de la confrontación de las ideas que se dan en los diferentes tipos de configuraciones, participa activamente en la discusión, pero aun no sale frente a la comunidad. Permite en sus cuestionamientos, propiciar las interacciones entre los estudiantes y el docente, con los cual sus significados son el resultado de una discusión social, ya no son solo sus significados personales sino el resultado de la construcción social.

Los procesos artefactuales se pueden reconocer en algunos esquemas de uso, tales como el uso de la herramienta de creación de lista de puntos para la solución particular de ciertos

problemas, para el reconocimiento de valores específicos que representan la relación funcional e inferencias a partir de ellos, con lo cual la mediación de las tecnologías cobra sentido en la construcción del conocimiento en la interacción social. Esa función mediadora evoluciona, por lo cual el carácter situado también tiene la dimensión instrumental, dada la evolución de los artefactos en la historia.

Este trabajo posibilita finalmente una forma de pasar de una postura “ingenua” a una postura más reflexiva al momento de proponer la integración de las tecnologías computacionales en el aula de matemáticas, permitiendo tener elementos conceptuales tanto para el diseño como para el análisis de las situaciones de aula.

Los procesos anteriores contribuyen en el segundo propósito del trabajo: identificar la construcción de concepto de función mediada por el ambiente del trabajo colaborativo en red, por lo cual se asumió el interrogante.

5.4 Respuesta a la cuarta pregunta auxiliar.

¿Cuál es el estado de comprensión del concepto de función con la mediación del Classroom Management?

Para identificar el estado del concepto de función que se dio en la implementación de la secuencia se tuvieron en cuenta los diferentes niveles de comprensión del concepto de función y cuatro definiciones del concepto de función desde Sierpinska (1992):

En los primeros se pudo establecer que los estudiantes identifican los tipos de variables, al diferenciar la dependencia de una respecto a otra, se da inicio al reconocimiento de la dependencia

entre ellas por lo cual, algo que no era identificable, surge como objeto de estudio y centro de análisis, la variación, que es reconocible como un objeto desde la tabla o desde la representación gráfica de los datos de la actividad experimental.

Este primer nivel de construcción está asociado a una primera definición que propone la autora donde se alude a la *identificación de cambios en el mundo circundante como un problema práctico a resolver*. En las dos actividades experimentales, los estudiantes identificaron el cambio y como en la temperatura del agua, los momentos en los que ya no se dan los cambios después del punto de ebullición. Un segundo nivel de identificación en la comprensión del concepto de función se da en la discriminación, en la cual la representación tabular y la representación gráfica como objetos distintos les permiten identificar una nueva forma de interpretación. La mediación del Classroom Management y el trabajo colaborativo dio un sentido particular a cada objeto, pero establecieron una forma de interpretación de la relación funcional entre las magnitudes.

Este nivel de comprensión del concepto de función, *la discriminación*, se ve relacionada con dos tipos de definiciones de conceptos de función:

C(f)2: identificación de regularidades en relaciones..., como una forma de tratar con los cambios

C(f)3: Identificación de los sujetos del cambio en el estudio de los cambios.

Esta posibilidad de identificación de las regularidades y de los sujetos de cambio se reconoce en las formas de respuestas en el espacio común de conocimiento, la identificación de las variables y del tipo de variable son indicadores del nivel alcanzado. En la imagen 48 se pudo reconocer cómo se identifican los cambios y las regularidades que le permiten hacer inferencias a los estudiantes sobre la tendencia de la función, expresado en la representación gráfica de la

función.

Lo anterior alude un poco hacia un nivel de generalización sin llegar explícitamente en la aplicación de problemas, pero sí en la extensión del rango de aplicaciones directas, es decir, los estudiantes pudieron deducir valores del tiempo de oscilación para ciertos valores de longitud que no se encontraban en los datos experimentales y extender las aplicaciones para un rango de valores menores a los que se había establecido, esto permitió trabajar en los dos sentidos, determinar valores del tiempo de oscilación para una longitud dada, y dado un tiempo encontrar el valor correspondiente de la longitud.

A pesar de que no se llegó a la construcción del modelo algebraico, la identificación de las regularidades, el paso de un tipo de registro tabular a uno gráfico y las interpretaciones de la ejecutabilidad de las representaciones en el medio computacional, permiten afirmar que se alcanzó un alto grado de comprensión del concepto de función y se dieron significados matemáticos adecuados a las cuatro definiciones de función que desde Sierpinska (1992) se asumieron.

5.5 Recomendaciones.

En este apartado se realizan algunas recomendaciones finales a varios actores de la comunidad académica:

5.5.1 A los docentes en ejercicio:

Se considera importante que se amplíe la integración de las tecnologías. Pero esta integración no es un asunto que responde a las tensiones culturales, sociales o institucionales que se dan en la escuela, es una respuesta a la dinamización de los procesos de enseñanza aprendizaje y de las prácticas que se dan al interior del aula. Estos procesos deben ser sistematizados y discutidos en comunidad, por lo cual la participación en comunidades de aprendizaje permitirá este contraste permanente en los conocimientos y teorías que se asumen en la institución educativa.

A los docentes en ejercicio que trasiegan en la investigación: ese doble rol es complejo de asumir, pero en la práctica del primero se reconoce la riqueza del segundo. La propuesta de trabajo no aborda todas las preguntas, por lo cual quedan abiertos algunos interrogantes que resultan interesantes de profundizar, como ¿cuáles son los tipos de decisiones didácticas que toma un docente en este tipo de ambientes?, ¿cuáles son los tipos de competencias instrumentales mínimas que debe tener un docente en estos ambientes computacionales?, entre otras. Todas estas se pueden asumir desde diferentes marcos teóricos, por lo cual la exigencia conceptual del maestro cada día es mayor; en este sentido se pueden establecer algunas recomendaciones y sugerencias para las entidades administrativas locales de la educación como las secretarías.

5.5.2 A los entes administrativos locales del sector educativo oficial.

Los entes administrativos sean locales o Nacionales deben estar constantemente reflexionando los procesos de cualificación de los maestros, en los cuales el compartir de experiencias y espacios de formación se deben dar bajo ciertas condiciones; algunos programas de formación tienen la posibilidad de mostrar la necesidad de la interdisciplinariedad. También, se hacen necesarios programas en los cuales se den procesos específicos a ciertas disciplinas como las matemáticas, donde los marcos teóricos para la integración de las tecnologías no pueden ser generales, dadas las especificidades del área y de los procesos de mediación de las tecnologías, así como las potencialidades y restricciones de los programas diseñados específicamente para la enseñanza de las matemáticas, que requieren una mirada particular en un marco teórico particular. Siendo un poco arriesgado, respecto a uno de las preguntas que se dejan abiertas, considero que las secretarías de educación deben asumir procesos de constante instrumentalización de las tecnologías que se tienen en las Instituciones Educativas, así como propiciar las condiciones de infraestructura adecuadas, que se deben tener para un buen funcionamiento en las prácticas educativas. No es posible esperar grandes resultados cuando los procesos artefactuales (instrumentalización e instrumentación) terminan siendo una carga adicional para el maestro. Nadie puede dar de lo que no tiene y no ha sido formado para ello.

Referencias.

- Acosta G. M, E. (2010). Enseñando Transformaciones Geométricas Con Software De Geometría Dinámica. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, recuperado el 20 de Mayo de 2017 en <http://asocolme.org/publicaciones-asocolme/memorias-ecme>
- Adriana (2012). TIC – Conectar Igualdad (Egresados) Recuperado Junio 10 de 2017 en <https://conectarigualdadegresadostic.wordpress.com/>
- Artigue M. (2002) *Learning Mathematics in a CAS Environment: the Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work*. CAME Forum.
- Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 7 N°. 2, pp. 33- 115, 1986.
- Brousseau, G. (2007). *Inicialización al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. 1ª.ed. Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.
- Castañeda, A., & Alexander, H. (2015). Diagnóstico sobre el uso y apropiación de TIC en docentes de la Secretaría de Educación Distrital.
- Clark-Wilson A. (2010 a). Connecting mathematics in a connected classroom: Teachers emergent practices within a collaborative learning environment, British Congress for Mathematics Education. Recuperado el 10 de Mayo en: <http://www.bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-30-1-08.pdf>
- Clark-Wilson A. (2010 b). Emergent pedagogies and the changing role of the teacher in the TI-Nspire Navigator networked mathematics classroom, en *ZDM* Vol 42, 7, pag. 747-761, recuperado en junio 15 de 2017 : http://eprints.ioe.ac.uk/12098/7/Clark_Wilson_ZDM_Preprint.pdf
- Cohen, L. & Manion L. (1990). *Métodos de investigación Educativa*. Editorial Muralla. Madrid.
- Crook, C. (1998). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. España: Ediciones Morata, 1998.

- Hegedus, S., & Kaput, J. J. (2002). Exploring the Phenomenon of Classroom Connectivity.
- Hivon, L., Pean, M., & Trouche, L. (2008). From a network of calculators to collaborative knowledge construction in the class, *Repe`res IREM* no. 72, Recuperado en Mayo 20 de 2017 en http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/dossier_mutualisation/cromeenglish.pdf.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2004). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. Colombia: M.E.N. recuperado en Abril 2018 de 186.113.12.182/catalogo//dlfile.php?id=3495.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencias. M.E.N, recuperado en Abril 2018 de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016) Derechos Básicos de Aprendizaje. En matemáticas. Recuperado en Abril 2018 en <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempre diae/86404>
- Observatorio Colombiano de Innovación Educativa con Uso de TIC, Indicadores de innovación educativa con uso de TIC, (2016), recuperado en Dic 10 de 2016, en <https://app.observatorioeducic.co/>
- Planchart, O. (2001). La Visualización y la Modelación en la Adquisición del Concepto de Función. (Tesis Doctoral).México: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Robutti O. (2009). *Las Calculadoras Graficadoras y el Software de Conectividad para Construir una Comunidad de Practicantes de Matemáticas*. Recuperado en Mayo 17 de 2017 en : https://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/Las_Calculadoras_Graficadoras_y_el_Software_de_Conectividad_para_Construir_una_Comunidad_de_Practicantes_de_Matematicas.pdf
- Robutti, O. (2010). Las calculadoras graficadoras y el software de conectividad para construir una comunidad de practicantes de matemáticas. *ZDM Mathematics Education* 42:77–89
- Tejedor, F. J. T., & Muñoz-Repiso, A. G. V. (2006). Competencias de

los profesores para el uso de las TIC en la enseñanza. Análisis de sus conocimientos y actitudes. *Revista española de pedagogía*, 21-43.

- Trouche, L. (2009). Recursos para procesar, aprender, enseñar el cálculo: nuevos modos de concepción y difusión. Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Recuperado el 20 febrero. En http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2015/08/Recursos_para_procesar.pdf

ANEXOS.

Anexo 1. Exploración de concepciones actividad 1, Hierve el agua.

Objetivo: Identificar nociones matemáticas asociadas a procesos cotidianos.



EXPERIMENTANDO EN LA COCINA. Vamos a hervir agua.

Diariamente en nuestras casas se hierven líquidos, el agua es el principal de ellos, con el que se preparan, café, jugo, teteros, etc. Analicemos antes de hervir agua para una preparación de café.

Actividad 1. Realizando predicciones.

1. ¿Cuál es la temperatura del agua antes de colocarla a hervir sobre el fuego?

2. Posteriormente al colocar la olla sobre la estufa y encenderla, describe que sucede con la temperatura del agua a medida que pasan los minutos.

3. ¿Cuál es la temperatura del agua al momento de hervir, (cuando se producen las primeras burbujas)?

4. Las abuelas decían, “*Se debe dejar hervir el agua dos hervores*”, esto significaba que se dejaba hervir el agua durante algunos minutos. ¿Cuál es la temperatura que alcanza (a la que llega) el agua cuando se deja hervir por varios minutos?

Nombres:

Actividad 2. Parte experimental. Hierve agua.



En equipos de 4 estudiantes con el montaje realizado en el laboratorio, **ENCONTRARÁS ORGANIZADOS UN MECHERO, UNA PROBETA, Y UN TERMÓMETRO DONDE PODRÁS** poner a hervir 250 ml de agua, debes registrar los cambios de la temperatura cada minuto después de encender el mechero.

ES IMPORTANTE QUE SIGAS LAS NORMAS DE SEGURIDAD DESCRITAS EN EL LABORATORIO.

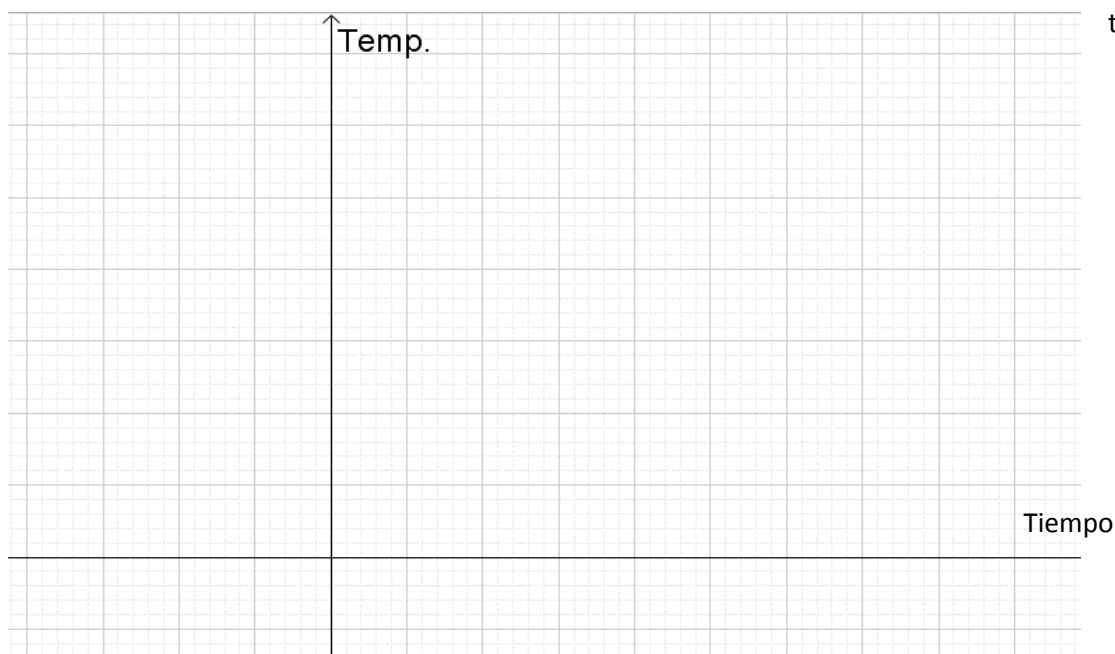
MOMENTO 1.

1. Registra los datos en la siguiente tabla.

Tiempo (min)	0	1																
Temperatura en °C																		

MOMENTO 2. Representación de datos.

2. Representa con los datos de la tabla en el siguiente plano cartesiano la relación temperatura vs tiempo



MOMENTO 3. Análisis y Cálculos.

Trabajaremos en parejas para responder los siguientes interrogantes.

1. Representa gráficamente la relación temperatura vs tiempo con ayuda del programa Geogebra. Emplea las herramientas hoja de cálculo y crear lista de puntos.
2. A partir de la información de la tabla y la gráfica, en el siguiente espacio estima el valor de la temperatura para 3.5 min y para 5.5 min. Redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores

Respuesta:

3. ¿En la actividad experimental para cada momento (minuto y segundo), existe un valor de temperatura asociado?, indica tres ejemplos que sustenten tu respuesta.

4. ¿El agua en algún momento del proceso el agua va a alcanzar una temperatura de 50 °C o de 73 °C ? Si la respuesta es sí, redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado y cuáles son los valores.

Si la respuesta es no, redacta las razones por las cuales se afirma esto.

Momento 4. Mediado con las tecnologías, el uso del gestor de aula Classroom

Socialización de estrategias y soluciones.

Se escogen tres soluciones individuales y se socializan, se discuten los significados personales y construyen significados socialmente compartidos.

Preguntas orientadoras de la reflexión.

1. Muestra en tu pantalla la herramienta empleada para resolver el punto 4 ,
 - a. ¿Qué significado se le puede atribuir dentro de la actividad experimental?
 - b. ¿Qué elementos de la herramienta se pueden asociar para identificar el valor de la temperatura? ,¿Se puede emplear para representar el valor del tiempo?
2. ¿Cómo han empleado la tabla para construir el punto?,
 - a. ¿En qué parte de la gráfica donde aparece el punto, se puede reconocer (identificar, asociar) el valor de la temperatura?

Se busca explorar el trabajo en la pantalla común que se da en la proyección en cada computador de los usuarios.

Identificación de la relación funcional a partir de la gráfica realizada en Geogebra.

3. Construye otros 5 puntos diferentes a los existentes en el plano, que consideres evidencian la relación entre tiempo y temperatura del agua en la actividad experimental. (Colócalos de diferentes colores oscuros)

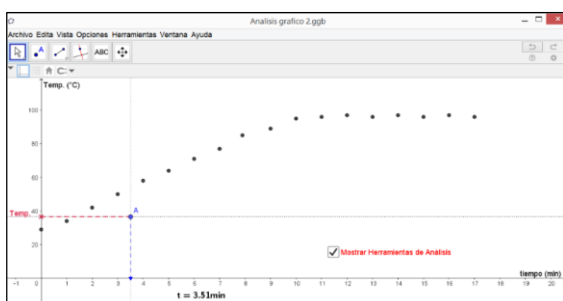
Socialización y construcción social de significados.

Trabajo colaborativo en el ambiente computacional.

Se realiza esta discusión en una configuración de pantalla colaborativa, donde todos pueden aportar.

Exploración con la herramienta construida en el programa, el archivo “análisis gráfico 2”

4. La herramienta de análisis (archivo de Geogebra) muestra un punto que representa un tiempo de 3.51 min en nuestra actividad experimental y una temperatura **asociada** (correspondiente) a ese tiempo, se plantea la pregunta,



¿Es la temperatura correcta para el agua que se estaba calentando?

Se abre la discusión sobre el significado de cada punto como representación de la relación funcional temperatura vs tiempo.

5. Moviliza el punto a diferentes lugares en el plano en los que consideres estaría representando la relación entre el tiempo y la temperatura del agua en nuestra actividad experimental.

Estos significados se construyen socialmente en clase con la configuración de pantalla colaborativa donde los estudiantes discuten las posibilidades de solución, confrontan sus respuestas frente al colectivo y se someten al análisis del grupo, validándolas o no.

Anexo 1. Exploración de concepciones actividad 2, el péndulo extremo.

Nombre: _____

Objetivo: Identificar nociones matemáticas asociadas a procesos cotidianos.

Reflexionando el....

Columpio Xtremo

Se presentan dos videos en los que se reconoce lo que llamamos

En Manizales existe en la torre Chipre

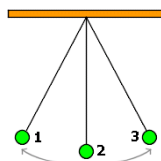


Una persona paga por montar en el columpio extremo alrededor de 10.000 pesos.

Esta experiencia de ser soltado en **el columpio extremo de 15 de largo**, dura poco tiempo, algunos se preguntan, **¿Cuánto demora un vaivén (una oscilación)?**

Definamos qué es y cómo calcular una oscilación del péndulo extremo. Observa el video y determina el tiempo de tres oscilaciones, **con esta información determinamos el tiempo de una oscilación.**

Tengamos presente que:



Una oscilación: La definimos como el tiempo, en que la masa (el cuerpo) va del punto 1 hasta el punto 3 y regresa al punto de partida, (el punto 1). Como se muestra en la imagen.

A partir de los datos tomados en el video calcula el tiempo que se demora en hacer una oscilación. _____

Actividad 1. Realizando predicciones.

1. En el columpio extremo también se montan dos personas simultáneamente para que les salga más económico, ¿Consideras que el tiempo de una oscilación en ese caso cambia?, ¿aumenta o disminuye?



2. Si los dueños de la atracción **cambiaran la longitud de la cuerda por una de 25 metros**, ¿esto cambiaría el tiempo de una oscilación?

Actividad 3. Análisis y Cálculos.

Trabajaremos en parejas para analizar y responder algunos interrogantes sobre la actividad.

Nombres: _____

Con los datos compartidos sobre la relación entre la longitud del péndulo y el tiempo de oscilación, analiza y resuelve:

4. ¿El tiempo de oscilación del péndulo depende de la masa ?, argumenta tu respuesta _____

5. ¿El tiempo de oscilación del péndulo depende de la longitud de la cuerda ?, argumenta tu respuesta _____

6. Representa gráficamente la tabla de datos que se ha compartido en clase en el programa Geogebra.
(Emplea el archivo que entrega el profesor a través del gestor de clase).

7. A partir de la información de la tabla y la gráfica, en el siguiente espacio calcula el valor del tiempo de oscilación para un péndulo con una cuerda de una longitud de 3.7 metros (m) y para 5.2 m. Redacta ampliamente cómo los has estimado, qué herramientas has empleado, represéntalos en el archivo de Geogebra (en la gráfica)

Respuesta:

8. ¿El tiempo de oscilación de un péndulo puede llegar a ser 1.26 segundos? Si la respuesta es si, redacta ampliamente cómo los has estimado.

Si la respuesta es no, redacta las razones por las cuales afirman esto.

Actividad 4. Trabajo colaborativo en el ambiente computacional.

Socialización de estrategias y soluciones.

Se escogen tres soluciones individuales y se socializan, se discuten los significados personales y construyen significados socialmente compartidos.

Preguntas orientadoras de la reflexión.

6. Muestra en tu pantalla la herramienta empleada para resolver el punto 7, ¿Qué significado se le puede atribuir dentro de la actividad experimental?
7. ¿Cómo han empleado la tabla para construir el punto?, ¿en qué parte de la gráfica donde aparece el punto, se puede reconocer (identificar, asociar) el valor del tiempo de oscilación?
8. ¿Si se desea que el tiempo de oscilación del péndulo aumente o disminuya que cambios debemos hacer en él?

Todo esto se ha resuelto en el trabajo en la pantalla común que se dan en la proyección en cada computador de los usuarios.

Identificación de la relación funcional a partir de la gráfica realizada en Geogebra.

Construye otros 5 puntos diferentes a los existentes en el plano. Que consideres evidencian la relación entre tiempo de oscilación y la longitud de la cuerda en la actividad experimental.

(Colócalos de diferentes colores oscuros)

Socialización y construcción social de significados.

Exploración con la herramienta construida en el programa, el archivo

“análisis cuerda pendulo ”

Reflexión.

La herramienta de análisis muestra un punto que representa un tiempo oscilación en nuestra actividad experimental y longitud asociada **asociada** (correspondiente) a ese tiempo, se plantea la pregunta,

¿Es la longitud correcta para el péndulo que oscila?