



**EL CUBICAJE COMO PROCESO MATEMATICO PARA POTENCIAR LOS
APRENDIZAJES DE FORMULACIÓN Y RAZONAMIENTO LÓGICO-
MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA I. E.
TITAN DEL MUNICIPIO DE YUMBO VALLE.**

JOSÉ EDGAR CHAVEZ VALENCIA

**UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI**

2018



**EL CUBICAJE COMO PROCESO MATEMATICO PARA POTENCIAR LOS
APRENDIZAJES DE FORMULACIÓN Y RAZONAMIENTO LÓGICO-
MATEMÁTICO EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA I. E.
TITAN DEL MUNICIPIO DE YUMBO VALLE.**

JOSÉ EDGAR CHAVEZ VALENCIA

Trabajo de grado para obtener el título de Magister en Educación

ASESOR:

JOSÉ DARWIN LENIS MEJÍA

**UNIVERSIDAD ICESI
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI**

2018

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del jurado

Firma del jurado

Santiago de Cali, noviembre de 2018

Agradecimientos

Es grato para mí expresar mis más profundos agradecimientos por alcanzar este logro y el apoyo incondicional:

Primero a DIOS por ponerme en la universidad, prolongarme la vida y darme la sabiduría para enfrentar este reto.

A mi familia por darme apoyo y entender el sacrificio del tiempo que tuve que entregar para este proyecto que aporta mucho a mi vida.

A la Universidad ICESI por entregarme el conocimiento cada día dentro y fuera de la institución, especialmente a los docentes que orientaron la maestría.

Al tutor José Darwin Lenis Mejía por su colaboración, paciencia e interés para que culmine a feliz término este proyecto de investigación. DIOS le bendiga.

A Wilmer Ruiz compañero de maestría y colega de la institución por su colaboración y apoyo, por compartir ideas y procesos en el recorrido de la maestría con mi persona.

A los estudiantes del grado 9-2 de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITAN de Yumbo Valle sede Cacique Jacinto Sánchez, quienes siempre estuvieron prestos a la colaboración para que se lleve a feliz término esta investigación.

A todas las personas que directa e indirectamente me apoyaron para llegar a la Maestría en Educación y culminar este propósito.

Contenido

Agradecimientos	4
Introducción	10
1. Identificación del problema	13
1.1. Planteamiento del problema	13
1.2. Formulación del problema	15
1.3. Justificación	15
1.4. Antecedentes de aplicación.	17
1.5. Viabilidad.....	19
1.6. Hipótesis.....	20
1.7. Objetivo General	20
1.8. Objetivo Especifico	20
2. MARCO TEÓRICO.....	21
2.1. Conceptualización del aprendizaje.....	22
2.2. Constructivismo.....	23
2.3. Aprendizaje significativo	26
2.4. Estrategias de aprendizaje	27
2.5. El trabajo colaborativo	28
2.6. Didáctica.....	29
2.7. Didáctica de las matemáticas.....	30
2.8. Situación.....	31
2.9. Teoría de las situaciones didácticas	32
2.10. Antecedentes Institución Educativa.....	33
2.11. Perspectiva didáctica.....	43
2.12. Perspectiva de aprendizaje a corto plazo	43
2.13. Perspectiva de aprendizaje a largo plazo	46
2.14. Perspectiva curricular.....	47
2.15. Propuesta de perspectiva curricular	50
<i>Tabla 2</i>	52
2.16. Postura epistemológica.....	52
2.17. Significado del objeto matemático	54
2.18. Pensamiento matemático	60
2.19. Competencias Matemáticas.....	61

3.	DISEÑO METODOLÓGICO.....	62
3.1.	Tipo de investigación.....	62
3.2.	Muestra.....	63
3.3.	Técnicas de Recolección de Datos.....	63
3.4.	Procedimientos.....	64
4.	RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	69
4.1.	Encuesta de Actitud Inicial.....	69
4.2.	Evaluación Diagnóstica Inicial.....	73
4.3.	Secuencia didáctica basada en tareas.....	75
4.4.	Tarea 1: Diagnóstico de Conocimientos Previos.....	75
4.5.	Tarea 2: Medición y Reconocimiento de Aristas.....	78
4.6.	Tarea 3: Cálculo del Volumen, (Cubicaje).	82
4.7.	Tarea 4: Aplicación en la realidad de cubicaje. (Volumen del ortoedro).....	83
4.8.	Evaluación Diagnostica final.....	85
4.9.	Análisis evaluación diagnóstica inicia y final.....	87
4.10.	Entrevista Grupal (Reflexión Final).....	88
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	91
5.1.	Conclusiones.....	91
5.2.	Recomendaciones.....	94
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	97
7.	ANEXOS.....	103
7.1.	Anexo 1: Encuesta inicial.....	103
7.2.	Anexo 2: Evaluación diagnostica inicial y final.....	105
7.3.	Anexo 3: Tabla de respuestas.....	110
7.4.	Anexo 4: Análisis de la estructura de la prueba.....	110
7.5.	Anexo 5: Situación didáctica basada en tareas.....	113
7.6.	Anexo 6: Análisis y resultados de evaluación diagnóstica inicial.....	118
7.7.	Anexo 7: Análisis y resultados evaluación diagnostica final.....	119
7.8.	Anexo 8: Situación didáctica.....	120
7.9.	Anexo 9: Estructura conceptual del volumen.....	122
7.10.	Anexo 10: Malla de aprendizaje del MEN.....	123
7.11.	Anexo 11: Instrumentos de medición.....	124
7.12.	Anexo 12: Plan de análisis.....	125
7.13.	Anexo 13: Lectura importancia de las matemáticas.....	126

Resumen

Este proyecto de investigación tiene como objetivo analizar cómo un proceso matemático llamado cubicaje que corresponde al cálculo del volumen de los ortoedros potencia los aprendizajes de formulación y razonamiento del pensamiento métrico y sistema de medidas en los estudiantes de grado 9-2 de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN del municipio de Yumbo Valle, mediante la estrategia de aprendizaje de trabajo colaborativo.

Para lograr el objetivo mencionado en el párrafo anterior, esta investigación se desarrolló mediante una investigación cualitativa de tipo descriptiva, mediante la modalidad de investigación-acción y enfoque no experimental. Lo relevante fue mejorar el aprendizaje y así aumentar los niveles de desempeño en los estudiantes apoyados en una secuencia didáctica (TSD) planteada por Guy Brusseau, basada en tareas en el área de matemática focalizado en la asignatura de geometría. Se utilizaron algunas herramientas TIC para la implementación de la situación didáctica.

Palabras clave: Cubicaje, volumen, ortoedro, educación, potenciar, didáctica, conversión, containers, pallet y tratamiento.

Abstract

The objective of this research project is to analyze how a mathematical process called cubic dimension that corresponds to the calculation of the volume of the orthohedrons enhances the learning of formulation and reasoning of metric thinking and measurement system in students of grade 9-2 of the INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN from the municipality of Yumbo Valle, through the collaborative work learning strategy.

To achieve the objective mentioned in the previous paragraph, this research was developed through qualitative research of a descriptive type, through the modality of action research and non-experimental approach. The relevant thing was to improve learning and thus increase the levels of performance in students supported in a didactic sequence (TSD) proposed by Guy Brusseu, based on tasks in the area of mathematics focused on the subject of geometry. Some ICT tools were used for the implementation of the didactic situation.

Keywords: Cubic capacity, volume, orthohedron, education, enhance, didactic, conversion, containers, pallet, and treatment.

Introducción

Es de gran importancia para la sociedad y en especial para los docentes comprender cuales son las dificultades que los estudiantes presentan al estudiar las matemáticas y sus circunstancias de acción. Son muchas las situaciones que los investigadores identifican como problemas, una de ellas es la capacidad de hacer o transferir distintas representaciones de un objeto y que se convierten en aspectos relevantes a la hora de adquirir competencias laborales.

Para (Duval, 1993, pág. 175), “las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo del signo que pertenecen a una representación, el cual tiene sus propios constreñimientos de significancia y de funcionamiento” la escasa comprensión de un buen razonamiento lógico, de la adquisición de capacidades para inferir, estimar medidas o ubicar un objeto espacialmente se convierten en obstáculos para potenciar los aprendizajes en el campo de las matemáticas escolares, porque éstas competencias transformadas en habilidades son un soporte eficaz en las formas de razonar, en los tiempos de solución, en el entendimiento laboral y en la solución de problemas en la vida económica cotidiana, retos que se asocian a resolver de forma creativa y pertinente problemas comunes como sacar un porcentaje, estimar una medida, hacer distintas representaciones de un objeto matemático o movilizar, girar y revolucionar un objeto imaginando posiciones o trazos en el espacio-tiempo.

Lo anterior, el marco de competencias cognitivas y sociales que un profesor requiere recrear para que los aprendizajes y su ejercicio pedagógico sean comprensibles, significativos, asequibles y cumplan el propósito que gradualmente la institución y la sociedad han trazado.

En este contexto se inscribe la investigación que pretende identificar los obstáculos que se presentan en los estudiantes, especialmente en la asignatura de geometría para calcular el

volumen de sólidos geométricos, precisamente en el foco que es el ortoedro. Teniendo en cuenta mediante una encuesta que reconozcan las matemáticas como parte importante para la vida, luego, mediante una evaluación diagnóstica identificar debilidades y fortalezas de los saberes previos que conllevan a adquirir el aprendizaje mencionado, como por ejemplo: concepto de arista, desarrollo de figuras tridimensionales, cálculo de área, conversión de unidades, entre otros y, así, potenciar el saber hacer, el saber saber, donde prime el saber ser.

Para ello se ubicó en la Institución Educativa Titán los estudiantes del grado 9-2 que posteriormente escogerán la especialidad de logística empresarial que cuenta con articulación SENA.

Esta articulación les debe garantizar la posibilidad al momento de graduarse como bachilleres, una certificación técnica que les abra campo en el mundo laboral, como lo establece el artículo 32, en la Ley General de Educación (MEN, 1994): *“La educación media técnica prepara a los estudiantes para el desempeño laboral en uno de los sectores de la producción y de los servicios, y para la continuación en la educación superior”*

La idea es enseñar a los estudiantes a calcular, el proceso de cálculo consiste en determinar la capacidad que posee un sólido geométrico mediante el cálculo de su volumen, para ello, Chavez utilizó cajas didácticas que manipulan los estudiantes.

En la medida de que en los años siguientes (grados 10° y 11°) estarán en la educación media técnica saber calcular es vital por la adquisición de competencias laborales que se fortalecen en pasantías, proyectos productivos o en las ferias empresariales del sector de la ciudad o la comuna 4 de Yumbo.

Para movilizar con mayor potencialidad la enseñanza de este tipo de competencias se dispuso trabajar en la modalidad de trabajo colaborativo como estrategia que fortalece el

intercambio de opiniones, saber, formas de hacer y apropiar el pensamiento numérico y métrico y sistema de medidas en los estudiantes.

El trabajo colaborativo es la estrategia pedagógica que se aplicó en este trabajo de investigación porque permite verificar de forma más sencilla su operatividad y efectividad en el contexto de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN de Yumbo Valle.

Se focalizó el proyecto en los estudiantes de grado noveno dos (9° - 2) por ser este el último grado de la básica previo al ingreso a la educación media, además por la importancia de ayudar a fortalecer la competencia formulación y razonamiento matemático, mediante el diseño e implementación de una situación didáctica basada en tareas, que desarrolla procesos de aprendizaje en el cálculo del volumen de ortoedros: cubicaje.

Con los resultados obtenidos en el desarrollo de esta tesis, seguramente se diseñaran estrategias para promover mejores desempeños tanto en los resultados de las pruebas SABER, como el fortalecimiento de procesos en la media técnica, a través del desarrollo de los resultados de aprendizaje SENA, competencias matemáticas formuladas por el ministerio de educación nacional MEN, además, para el mundo cotidiano y laboral, y el uso de estrategias pedagógicas.

1. Identificación del problema

El contexto educativo donde se requiere adquirir competencias laborales hace relevante indagar, porqué es importante ubicar en el grado noveno como proceso de formación académica en la media técnica en articulación con el Sena para el mundo laboral en logística empresarial en el área de matemáticas en la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN de Yumbo Valle. Esto además, posibilita fortalecer competencias lógico-matemáticas que se evalúan en las pruebas saber en los grados noveno y once.

1.1. Planteamiento del problema

Para plantear el problema es necesario conocer a fondo su naturaleza mediante una inmersión en el contexto o ambiente, cuyo propósito es entender que eventos ocurren y como suceden, lograr claridad sobre el problema y las personas que se vinculan a este (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006, pág. 708).

La institución educativa Titán está ubicada en el municipio de Yumbo Valle. Esta población está conformada en general, por estudiantes de estrato 2. Muchas familias no poseen la estructura tradicional conformada por una madre y un padre. Hay abandono emocional en varios hogares, lo cual se traduce en desmotivación en los jóvenes y en toma de decisiones equivocadas frente al uso de su tiempo libre. Algunos estudiantes poseen grandes valores e impregnan un clima muy acogedor que permite el respeto entre ellos y con sus mayores, esto hace que sean responsables y por ende algo habilidosos en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, por esta razón, la pretensión es lograr al máximo con ayuda de la asignatura de geometría mejorar la apatía y fortalecer el aprendizaje en los estudiantes del grado 9-2, y así, que los estudiantes con dificultades se equilibren en este aspecto.

La institución educativa Titán tuvo la necesidad de dar continuidad a los estudiantes de la zona norte de la comuna 4, ya que hasta el periodo académico 2008-2009, los estudiantes se graduaban de básica secundaria y tenían la necesidad de terminar sus estudios en otras instituciones que prestan el servicio educativo hasta grado 11, tanto oficiales como privadas. Los estudiantes se deben enfrentar a algo nuevo para ellos, una especialidad en los grados 10

y 11 que aborda en la media técnica, según articulación con los procesos de formación con el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA). Esta articulación les debe garantizar la posibilidad al momento de graduarse como bachilleres, una certificación técnica que les abra campo en el mundo laboral.

La necesidad de implementar la media técnica en la institución educativa Titán, crea incertidumbre en la modalidad que sería la especialidad para la certificación de los estudiantes con el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), al momento de graduarse. En ese momento la institución educativa titán, el Sena y la universidad del valle sede Yumbo, mancomunadamente inician un estudio en las empresas del municipio, para saber la necesidad según la oferta laboral, y se determina, que la especialidad más aconsejable era, Logística. “Las especialidades que ofrezcan los distintos establecimientos educativos, deben corresponder a las necesidades regionales” (MEN, 1994, art. 32), en la Ley General de Educación.

Este proceso se hace transversal en el plan de estudios con el proyecto de formación del Sena mediante los resultados de aprendizaje que ellos indican, según la necesidad en las diferentes áreas. Se evidencia la necesidad de cubicar: mercancía (cajas), container, bodegas; camiones, furgones entre otros. En este momento la necesidad de medir también está presente y empiezan a surgir obstáculos para el cálculo del volumen en sólidos geométricos, específicamente en ortoedros o cuboides que es el objeto matemático a tratar en esta tesis de investigación, es viable debido a que se asemeja a la práctica en logística, al igual que la conversión de unidades.

La mayoría de la población estudiantil no realiza esfuerzos extras por adquirir conocimiento y aplicarlos, se limitan a aquellos realizados desde los salones de clase. No se evidencia un proceso basado en la autonomía para el reconocimiento de saberes previos. Algunos jóvenes recurren incluso al plagio para adquirir buenas notas. Teniendo en cuenta este escenario, se ha estado desarrollando un proyecto desde el área de matemáticas, el cual tiene como propósito general, el desarrollo de comportamientos autónomos con apoyo de recursos educativos abiertos que nos brindan las nuevas tecnologías y de convivencia mediante la retroalimentación entre pares con habilidades matemáticas, esto con la intención de mejorar en los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional mediante las exigencias en el índice sintético de calidad.

El problema se centra en los estudiantes de quinto de primaria que pasan a la básica secundaria, donde se evidencia en el área de matemáticas apatía por la catedra y falencia en los diferentes conceptos matemáticos, esto redundando en los resultados de las pruebas saber de grado quinto; esta pereza tal vez por desconocimiento de pre saberes hace que las clases de matemática no tengan impacto o motivación en los educandos y reaccionan con actos de indisciplina al momento de realizar actividades propuestas por el docente, e inclusive en el momento de la enseñanza de la misma. ¿Será que esta dejadez recae en los profesionales de básica primaria donde la matemática, a pesar de su buena intensión no se dicta con el conocimiento apropiado y no se mira como un área que le aporta mucho al futuro de nuestros estudiantes, no solo en la necesidad de ser competente en la solución de situaciones en la realidad, si no también, que se formen con responsabilidad y con altos valores éticos y morales?

1.2. Formulación del problema

¿Cómo el proceso de cubicar con cajas didácticas a partir del trabajo colaborativo potencia el aprendizaje en la formulación y razonamiento lógico-matemático, para apropiarse el pensamiento métrico y sistema de medidas en el cálculo del volumen de los ortoedros en el grado noveno dos (9º-2) de la institución educativa titán, sede cacique Jacinto Sánchez?

1.3. Justificación

En la constante evolución del mundo, poco los educadores se detienen a pensar, que ha hecho que estos avances hoy por hoy nos den la oportunidad de gozar de muchos placeres, nos ahorre tiempo y desgaste físico. Las matemáticas han dado la oportunidad a la invención, construcción y muchas cosas más, con la inteligencia y la mano del hombre. Por eso el conocimiento de la catedra matemática es importante para el desarrollo de la humanidad y más importante que quienes dominen esta área sean personas con alto compromiso ético y social.

De ahí la necesidad de la buena enseñanza de las matemáticas, según el paradigma humanista integral desde la formación del ciudadano en su niñez esta ciencia puede favorecer a su progreso, con base a esto Campos (2001, p. 4) citado en (Rodríguez, M., 2013) afirma que: *“La matemática que se pretende que niños y niñas conozcan en la Educación Primaria es aquella que sirva para la vida, que se aprenda a través de la vida y durante toda la vida.”*

Por ejemplo: El cubicaje está presente en: los recibos de los servicios públicos el agua se cobra por metros cúbicos, en la pila de agua de la casa: si se quiere saber cuál es la capacidad de almacenamiento, en tanques de almacenamiento de agua, en piscinas: cuánto químico se debe agregar por litro, se debe calcular el volumen..., más adelante se dan otros ejemplos de la necesidad de cubicar.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN), orienta el ejemplo anterior en los estándares básicos de competencias, más precisamente en la definición de los cinco tipos de pensamiento matemático:

De especial importancia son aquellas magnitudes que tienen estrecha relación con aspectos claves de la vida social, como por ejemplo, todo lo relacionado con los servicios públicos, sus procesos de medición y facturación y las unidades respectivas (litro, metro cúbico, voltio, amperio, vatio, kilovatio, kilovatio-hora) [...] (pág. 64).

Si bien, es claro que tener habilidad en el desarrollo del pensamiento matemático nos ayuda de una manera más simple a comprender otras cátedras sin desconocer los ritmos de aprendizaje que los niños y niñas tienen, no podemos dejar a un lado que la comprensión del área de las matemáticas es importante, pero, no todos los seres humanos en formación la perciben con la misma facilidad e interés, por eso es importante buscar estrategias que ayuden a satisfacer los imaginarios negativos de la matemática, aterrizando esta área en sus contextos.

Para mitigar un poco la apatía hacia las matemáticas y lograr en los estudiantes transformar su pensamiento para mejorar su habilidad lógica, dado a que el nuevo rol del estudiante implica que él “tome el aprendizaje por su propia cuenta” y que comprenda que el

docente será un facilitador para que se vivan experiencias significativas dentro del aula que los empodere y puedan convertirse en agentes transformadores.

A pesar de esta visión holística del aprendizaje y de los esfuerzos del docente, se hace relevante movilizar a los jóvenes hacia la toma de conciencia sobre su activo rol en el proceso de aprendizaje. Por esa razón, mi proyecto denominado “Pivotes de Sabiduría” contempla charlas motivadoras y actividades encaminadas al aprendizaje práctico desde el hogar, con apoyo de las tics y fortaleciendo sus interrogantes o dificultades. El “cómo” aprender es una respuesta que cada estudiante debe ir tejiendo y el “qué” aprender, depende de los intereses y deseos de cada estudiante de avanzar en el área.

En conclusión, el contexto mundial exige una mirada menos controladora por parte del maestro y más centrada en procesos que despierten la conciencia sobre “qué aprender”, “por qué hacerlo” y “cómo hacerlo”. Mi práctica docente, visualiza al estudiante como un ciudadano proactivo, que está llamado a hacer aportes positivos a la sociedad en cuanto él mismo, va construyendo un proyecto de vida que le brinde seguridad emocional, oportunidades laborales, habilidades para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, y toma de decisiones correctas sobre su espiritualidad y su salud.

En aras de apoyar estos procesos, el autor de esta investigación se visualiza como un docente que intenta integrar en el aula de clase las opiniones de los estudiantes desde una postura crítica del mundo, motivando a los estudiantes para que contribuyan al desarrollo de las clases, a través de sus ideas coherentes sobre el aprendizaje y reconociendo sus estilos de aprendizaje, fomentando las monitorias de clase para ayudar a sus pares a nivelarse, autorregularse y con estas prácticas permanecen en constante refuerzo del pensamiento matemático.

1.4. Antecedentes de aplicación.

Del tema de cubicaje como objeto de estudio para aplicabilidad en estudiantes no se ha hablado mucho, esto hace importante la investigación para ver el impacto positivo o negativo del proceso del cálculo del volumen, pero si hay ejemplos correspondientes al proceso de

cubicaje como parte del mundo laboral y la necesidad de este. La intención de la institución educativa ofrece dentro de su pensum en Logística Empresarial en la media técnica donde los lineamientos para la media técnica lo mencionan, en apartados anteriores se dio una explicación detallada de esta oferta.

A continuación se muestra un ejemplo de la necesidad en la realidad del cubicaje, mediante la aplicación a un caso de estudio para una empresa:

Un fabricante mexicano ubicado en una zona industrial de la Ciudad de México fábrica artículos industriales para el mantenimiento de plantas de producción y, en particular, elabora una aspiradora que es transportada en contenedores estándar de 40 pies, que son enviados a un cliente frecuente ubicado en Santiago de Chile, y son re-distribuidas en esa región del mundo. Las características físicas actuales de la aspiradora FGE300 presenta 94.0 cm de alto, 43.6 cm ancho y 50.0 cm de largo. Con estas dimensiones su ocupación volumétrica por pieza equivale a 204,920 cm³. Por su parte, el embalaje tiene las siguientes dimensiones: 100.0 cm de alto, 50.0 cm de ancho y 58.0 cm de largo, lo que significa que el volumen ocupado por la caja de empaque, ya con material de protección unicel y los complementos de la aspiradora, ocupa un volumen de 290,000 cm³. Utilizando un contenedor de 40' GP Standard 8x8'6", con medidas internas de 235 cm de alto, 232 cm de ancho y 1200 cm de largo, supone un volumen de 65'424,000 cm³. Por lo anterior, cada contenedor teóricamente debería cargar 225 piezas o aspiradoras, que se deriva de la división del 65'424,000 cm³/290,000 cm³, desde luego, sin considerar ningún tipo de restricción, tales como las dimensiones del contenedor y del producto, las pérdidas de espacio por acomodo, altura máxima permitida de la estiba, entre otras. Por esto último, se deriva el siguiente cuestionamiento técnico: ¿Cuál será el máximo número de aspiradoras que podrán moverse por contenedor? (Jiménez, J; Bueno, A; Jiménez, E; & Cedillo, G. 2015, pág. 77-79).

El ejemplo anterior aborda la temática planteada para el desarrollo de esta investigación, para Chavez, el cálculo del volumen requiere de saberes previos que en los estudiantes generalmente, por ser una asignatura de poca intensidad horaria no se presta para dar detalladamente los procesos que con llevan a esto, pero es un buen objeto de estudio.

1.5. Viabilidad

La investigación que pretende este proyecto es viable debido a que la institución educativa cuenta con una planta física adecuada, salones amplios que sirven como ambientes de aprendizaje agradables y mitigan el ruido, también cuenta con espacios adecuados fuera del salón de clases para que el proceso sea más placentero, se requiere la proyección de videos mediante el uso recursos tecnológicos lo cual no es un impedimento para la investigación, la institución está dotada con aulas amigas para mejorar los aprendizajes.

Esta investigación es viable porque pretende potenciar los procesos de matemáticas en los estudiantes del grado 9-2, para perfeccionar los aprendizajes y se evidencie una mejoría en las pruebas saber, a través de los procesos que se desarrollan al resolver situaciones del pensamiento métrico y sistema de medidas en el cálculo del volumen, además fortalecer el cubicaje que es requerimiento para los procesos en la media técnica en la especialidad de logística, donde el cubicaje o cálculo del volumen está presente para los grados 10 y 11.

Es importante comprender este proceso de cubicaje en la media técnica, porque potencia los saberes y da cumplimiento a la perspectiva de aprendizaje a largo plazo que se enuncia en apartados posteriores en aras de mejorar la competencia pensar y razonar desde grado 9 hacia 10 y 11 para la preparación frente a las pruebas SABER 11, también el plan de estudios de la I. E. TITÁN lo contempla en los desempeños orientados por el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA) p. ej. *“Agrupar la carga en una unidad de acuerdo con las técnicas, métodos establecidos y normas internacionales”*. Y contribuye en la formación para el trabajo o en la solución de situaciones de la cotidianidad.

Por otro lado, el recurso humano tanto como las directivas, los demás docentes y los estudiantes están dispuestos a la colaboración para la realización de este proyecto incondicionalmente.

1.6. Hipótesis

Para Sampieri *et, al.*, las hipótesis “*Son las guías para una investigación o estudio. Las hipótesis indican lo que tratamos de probar y se definen como explicaciones tentativas del fenómeno investigado [...]*” (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2010, pág. 96).

La hipótesis para esta investigación corresponde a: el cubicaje o cálculo del volumen en ortoedros potencia la competencia de pensar y razonar porque requieren de procedimientos que unen los diferentes pensamientos y sistemas matemáticos para su solución, mediante una situación didáctica basada en tareas en complejidad creciente apoyado con la estrategia didáctica de trabajo colaborativo para aplicar en la vida práctica de los estudiantes de grado 9-2 de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN de Yumbo Valle y mejorar los aprendizajes para las pruebas SABER y fortalecimiento a su paso por la media técnica para enfrentarse al mundo laboral.

1.7. Objetivo General

Describir cómo el proceso de cubicar a partir del trabajo colaborativo, fortalece las competencias para el aprendizaje de los procesos de formulación y razonamiento lógico en el marco del pensamiento métrico y sistema de medidas en los estudiantes del grado noveno dos (9°-2) de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN, sede cacique Jacinto Sánchez de Yumbo Valle.

1.8. Objetivo Especifico

- Modelar una secuencia didáctica para el razonamiento y apropiación del pensamiento métrico en las acciones de cubicar ortoedros en diferentes espacios físicos.
- Comparar la interiorización de la competencia matemática en la estimación de medidas con situaciones que permiten calcular volúmenes.
- Valorar los procesos lógico-matemáticos más relevantes utilizados por los estudiantes de grado noveno en el momento de cubicar ortoedros.

2. MARCO TEÓRICO

El tema planteado corresponde a un ámbito de estudio, que es preocupante desde la asignatura de geometría, y se refleja en el bajo desempeño en los resultados de las pruebas SABER a nivel regional y nacional. Se dificulta porque pocos autores han hablado de ello, de ahí radica la importancia de la investigación para determinar factores interesantes y que como docentes llevan a reflexionar, ¿Cómo el proceso de cubicar con cajas didácticas a partir del trabajo colaborativo potencia el aprendizaje en la formulación y razonamiento lógico-matemático, para apropiar el pensamiento métrico y sistema de medidas en el cálculo del volumen de los ortoedros en el grado noveno dos (9°-2) de la institución educativa titán, sede cacique Jacinto Sánchez?

2.1. Conceptualización del aprendizaje

Los principios de aproximaciones ecológicas al aprendizaje parten de los presupuestos de pensadores como Bakhtin o Wittgenstein, o de psicólogos como Vigotsky y apuntan hacia un aprendizaje significativo, también en la formación de profesorado, basado por encima de todo en la co-construcción de conocimiento a partir de la interacción entre individuos, sean más o menos expertos. Esta visión del aprendizaje parte, por lo tanto, del principio básico de que toda persona puede tanto aprender como aportar información significativa en el contexto social en el que se encuentre, y ello a través de la interacción. (Esteve, SF. Pág. 14)

Los docentes y las instituciones educativas orientadas por el MEN, están constantemente en busca de mejorar el aprendizaje en los estudiantes para la adquisición del conocimiento, pero buscar nuevos conocimientos no es fácil, debe estar siempre presente lo que denominamos saberes previos o pre-saberes para enriquecer cada vez más el conocimiento, de esta forma buscar que el aprendizaje sea significativo:

[...] conocimientos son cosas y, como tales, se adquieren y se poseen, se acumulan y se hace un inventario de ellos, se abandonan cuando están rotos o son inútiles o peligrosos para sustituirlos por otros completamente nuevos y perfectamente adaptados; los apilamos, empezando por los más grandes, los más sólidos, y poniendo encima, progresivamente, otros más finos y más complejos... al igual que las cosas, los conocimientos son aquí bienes que el trabajo permite obtener y que hay que merecer; porque, como para las cosas, como en un acto de justicia, si no poseéis los conocimientos, sólo os lo tenéis que reprochar a vosotros mismos,

ya que las ocasiones, con toda evidencia, os han sido ofrecidas y las habéis dejado escapar. (Meirieu, 1997).

Otra forma de entender el aprendizaje:

Desde la concepción constructivista, el aprendizaje se entiende como un proceso activo del aprendiz, en el cual éste construye, modifica, enriquece y diversifica sus conocimientos con respecto a los distintos contenidos a partir del significado y el sentido que puede atribuir a esos contenidos y al propio hecho de aprenderlos. (Freudenthal, 1991, Korthagen, 2001).

2.2. Constructivismo

Una aproximación del constructivismo en los procesos de enseñanza y aprendizaje lo aportan (Díaz Barriga, F. & Hernández Rojas, G., 2002, pág. 25):

En sus orígenes, el constructivismo surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formación del conocimiento en el ser humano. Según Delval (1997), se encuentran algunos elementos del constructivismo en el pensamiento de autores como Vico, Kant, Marx, o Darwin. En estos autores, así como en los actuales exponentes del constructivismo en sus múltiples variantes, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimiento y para reflexionar sobre sí mismos, lo que les ha permitido anticipar, explicar y controlar propositivamente la naturaleza, y construir la cultura. Destaca la convicción de que el conocimiento se construye activamente por sujetos cognoscentes, no se recibe pasivamente del ambiente.

De acuerdo a los lineamientos curriculares en matemáticas (MEN), el constructivismo matemático es muy coherente con la Pedagogía Activa y se apoya en la Psicología Genética; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos. No basta con que el maestro haya hecho las construcciones mentales; cada estudiante necesita a su vez realizarlas; en eso nada ni nadie lo puede reemplazar.

Lev Semionovich Vygotsky, de los mejores psicólogos que dieron grandes aportes a la pedagogía en el siglo XX, de los cuales en el siglo XXI, muchos han sido de gran relevancia, invita a reevaluar la práctica docente mediante la siguiente cita de González. (2012, pág. 13.): Vygotsky es contemporáneo a Piaget y ambos coinciden en la forma de explicar la organización de pensamiento para la adquisición de nuevos aprendizajes, sin embargo Vygotsky le agrega un elemento muy importante y es la necesidad de una mediación para que se logren modificar las estructuras mentales, así como la interacción social.

Esta interacción social nos permite pensar, en aprovechar las relaciones que tienen los aprendientes dentro del aula para mejorar los aprendizajes, como se manifiesta anteriormente en la relación de teorías de Vygotsky y Piaget, y es la intención del autor de este proyecto, establecer monitorias con estudiantes de avanzado conocimiento y habilidades en el área de matemática, para organizar las estructuras cognitivas mentales de los educandos con dificultades en el área, es decir, enriqueciendo a sus pares con saberes previos y nivelarlos para la diferentes temáticas del presente, tomando la idea de Vygotsky en la zona de desarrollo próximo, en adelante (ZDP), que vean las matemáticas como una necesidad agradable y que le ayuda a relacionarse con el otro, aprovechando la estrategia de trabajo colaborativo.

Al respecto Mora (2005, p.148) citado en (Rodríguez, M., 2013) considera que “*se debe buscar un equilibrio entre la matemáticas significativas, su humanización y su realización exitosa a través de procesos de aprendizaje y enseñanza dialécticos*”. De este modo Milagros Elena Rodríguez (2013) ha trabajado una investigación en la que los educadores en especial los del área de matemáticas deben entender que las matemáticas son importantes, pero también es importante formar al ser de manera íntegra que se interese por el otro, que vea a su par como una comunidad en formación.

Con este aporte el lector debe comprender que la relación entre pares, es un recurso humano que liderado correctamente y con responsabilidad, mejora los aprendizajes en el área de matemáticas, que es una de las funciones esenciales del andamiaje educativo, -Brindar apoyo, servir como herramienta, ampliar el alcance del sujeto que de otro modo sería imposible y usarse selectivamente cuando sea necesario (monitorias)- aportado por Vygotsky, otros aportes importantes de Vygotsky son -la enseñanza recíproca- que consiste

en el dialogo del maestro con un pequeño grupo de estudiantes. Al principio el docente modela las actividades; después, él y los estudiantes se turnan el puesto del profesor (conformación de monitores); y (Vygotsky y la cognición) en su condición social el aprendiz, se desenvuelve al lado de expertos en actividades laborales. Los aprendices se mueven en una ZDP puesto que, a menudo se ocupan de tareas que rebasan sus capacidades, al trabajar con los versados adquieren un conocimiento compartido de procesos importantes y lo integran a lo que ya saben¹.

Es importante tener en cuenta que el constructivismo no es simplemente una teoría, se tienen diversos puntos vista acerca de este, Resnick y Collins dan un aporte en su apartado Dilemas constructivistas:

Los autores que estudian la cognición generalmente están de acuerdo con el carácter *constructivo* del aprendizaje. El marco teórico varia -de Piaget (1970) a Vygotski (1978), del discurso social a la teoría de los esquemas, del procesamiento simbólico a la cognición situada- pero prácticamente todos coinciden en que las personas que aprenden son las constructoras de su propio conocimiento. Las consecuencias de la revolución constructivista para la educación son significativas. Dicho de otro modo, la enseñanza no puede ser reducida a la introducción de información en las cabezas de los alumnos. Más bien debe interpretarse como una preparación para que los estudiantes construyan su propio conocimiento.

Durante muchos años, particularmente bajo la influencia de las interpretaciones de Piaget sobre el desarrollo cognitivo, se creyó que el constructivismo significaba que no debía haber ninguna enseñanza <<didáctica>>En su lugar se propuso que los educadores organizaran entornos de exploración efectivos para los niños. En tales entornos, los estudiantes se inventarían o descubrirían el conocimiento por sí mismos. Ahora sabemos que preparar a los estudiantes para que construyan su propio conocimiento es un asunto mucho más complejo, lleno de retos que derivan de la naturaleza de la experiencia y del aprendizaje. (Resnick, L. y Collins, A., 1996, pág. 190).

¹ Obtenido de <https://es.slideshare.net/NIEVESLJ/constructivismo-social-de-lev-vigotsky-12131822/5>, (Gimenez, I.; Nievez, L. Barquisimeto, marzo 2012).

En el constructivismo es relevante la ZDP planteada por Vygotski donde el conocimiento se construye mediante funcionamiento intrapsicológico, es decir, se actúa en un plano individual, se puede decir, que es una zona de desarrollo real, es lo que el niño sabe hacer por si solo y el funcionamiento interpsicológico, que corresponde a la necesidad de la interacción con otros sujetos, puede denominarse como zona de desarrollo potencial, donde puede surgir el siguiente interrogante: ¿Qué se espera que aprenda del otro? Este aprendizaje en conjunto debe retornar al sujeto de manera individual donde debe mostrar un dominio propio con ese aprendizaje en conjunto. Este proceso es redundante y el sujeto que aprende, luego pasa a la interacción con el medio mediante la internalización con el docente a través de la mediación del sistema semiótico.

Dos autores enuncian acerca del constructivismo, el punto de vista de tres grandes personajes mediante su idea principal, ellos son (Rosas, R. y Balmaceda, C., 2008, pág. 9):

A toda concepción constructivista en Psicología le subyace, como piedra angular, un determinado concepto de desarrollo. Esto porque en toda posición constructivista se hace un tratamiento explícito de la evolución de un estado cognitivo a otro estado cognitivo, en suma, se trata de explicar la "construcción" de ciertas estructuras a partir de otras que son diferentes. Las diferencias observadas entre los autores que nos preocupan a este respecto, son, sin embargo, muy importantes. El foco en Piaget está en la consideración del desarrollo de estructuras psicológicas en el marco de la ontogenia, el de Vygotski en la historia de la cultura y en Maturana de la evolución de la especie.

2.3. Aprendizaje significativo

Retomando el apartado anterior del aprendizaje, es importante entender que cuando el sujeto que aprende domina algunas destrezas académicas y cognitivas, entre estas debe tener unos saberes previos bien arraigados, puede lograr apropiarse de un aprendizaje significativo de la mano con el enseñante como mediador del conocimiento y el apoyo de estrategias didácticas aplicadas en el contexto. Pero desde esta acepción no siempre se logra un aprendizaje significativo solo porque el estudiante abarque un amplio conjunto de temáticas, el aprendizaje significativo puede darse en el desarrollo de actividades cortas o simplemente en un pequeño tema, a esto nos aporta (Resnick, L. y Collins, A., 1996, pág. 193):

La elaboración mental que el individuo necesita para un aprendizaje satisfactorio requiere tiempo, mucho más del que se dedica normalmente al estudio de cualquier tema en el currículum escolar. Esto significa que los esfuerzos dedicados a << cubrir >> un extenso programa de conocimientos están destinados a fracasar en su intento de producir un aprendizaje significativo. En respuesta a esto, muchos pensadores destacados han estado promulgando la filosofía del << menos es más >>. Su idea es que, en la educación, el aprendizaje efectivo de unas cuantas ideas y conceptos importantes es más valioso que un currículum de duración extensa pero superficial. Esto ha generado un programa de investigación preocupado por la identificación de grandes conceptos generativos -aquellos que deben ser incluidos en el currículum << menor >>-y por descubrir la forma de enseñarlos para que sean, de hecho, generativos. Esta investigación sobre el currículum generativo esto siendo realizada, asignatura por asignatura, en la mayoría de las ocasiones en equipos de colaboración que incluyen psicólogos cognitivos y expertos en cada uno de los contenidos tratados.

Para Díaz Barriga y Hernández Rojas:

Es evidente que el aprendizaje significativo es más importante y deseable que el repetitivo en lo que se refiere a situaciones académicas, ya que el primero posibilita la adquisición de grandes cuerpos de conocimiento integrados, coherentes, estables, que tienen sentido para los alumnos.

A demás, *“En síntesis, el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes”* (Díaz Barriga, F. & Hernández Rojas, G., 2002, pág. 39).

2.4. Estrategias de aprendizaje

Las estrategias son acciones que conllevan a un fin determinado, en busca de un mejoramiento. En el campo educativo, “[...] las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica ajustada a las necesidades de progreso de la actividad constructiva de los alumnos”. A demás:

Si se trata del alumno, éstas serán denominadas "estrategias de aprendizaje" porque sirven al propio aprendizaje autogenerado del ; alumno; si en cambio se trata del docente, se les designará "estrategias de enseñanza" las cuales también tienen sentido sólo si sirven para la

mejora del aprendizaje del alumno, aunque en este, sentido ya no autogenerado, sino fomentado, promovido u orientado como consecuencia de la actividad conjunta entre el docente y el/los mismo/s alumno/s. (Díaz Barriga, F. & Hernández Rojas, G., 2010, pág. 118).

Es importante utilizar estrategias de aprendizaje para potenciar en los estudiantes el conocimiento y redunde en la movilidad del aprendizaje, tanto individual como colectivo. Una mejor acotación para entender la utilidad de la estrategia de trabajo colaborativo en esta investigación es:

[...] la Psicología de la Educación en general, y en particular enfoques como el cognitivo, sociogenético y socioconstructivista, se han interesado por el estudio de la dinámica real del aula, en términos de las interacciones que ocurren entre el docente y los alumnos encaminadas a la construcción conjunta de! conocimiento. Esto nos ha permitido tanto comprender las ventajas que tiene promover estructuras de organización y participación en el aula, donde los estudiantes se apoyan entre sí y colaboran para aprender, como identificar las condiciones y estrategias que son necesarias para lograr lo anterior. (Díaz Barriga, F. & Hernández Rojas, G., 2010, pág. 84).

2.5. El trabajo colaborativo

Se ha notado la dificultad de las matemáticas en relación con la práctica educativa, donde muchos docentes de la básica primaria no dominan los temas sugeridos por el Ministerio de Educación que reposan en los Estándares Básicos de Competencias y hoy en día rediseñados en los Derechos Básicos de Aprendizaje versión 2, (DVA2) del área de matemáticas.

Se ha evidenciado que como seres humanos las matemáticas no son de su agrado, no la comprenden o simplemente desde su niñez no tuvieron esa habilidad para su comprensión, pero los que están comprometidos en educación, como docentes éticos deben dar cumplimiento a su labor entregando un discurso en los grados de primaria y enfrentarse a esa catedra que los atemoriza para su enseñanza. Resulta un interrogante ¿A pesar de su buena intención, lo estarán haciendo bien?

De este modo, las monitorias como estrategia pedagógica se pueden ver reflejadas como necesidad tanto para docentes como estudiantes, brindando la posibilidad de colaboración entre pares, para así mediante prácticas colaborativas mejorar los aprendizajes, donde los pares con más habilidad en el área de matemática lideran y regulan los procesos de

aprendizaje en trabajos grupales para nivelar a sus compañeros, movilizando saberes como estrategia de motivación apoyados en constante asesoría del docente de clase.

Para Delgado (2015, pág.15) citado en (Lenis, 2017, pág. 40):

(...) el aprendizaje colaborativo es resultante de las interacciones realizadas al producirse la influencia recíproca entre integrantes de un equipo. Se adquiere cuando los docentes emplean el método de trabajo grupal o por equipos, teniendo como característica principal la interacción y el aporte de todos en la construcción del conocimiento colectivo.

De ahí necesidad de hacer entender a los aprendientes la importancia del trabajo en equipo, colaborativo; además, entendiendo por colaborativo como lo manifiesta Lenis:

Lo colaborativo no es una cooperación sin interacción dinámica, es la actuación deliberada en la que se puede identificar regularidades, dificultades y fortalezas de la situaciones diseñadas en las didácticas en clases. Lo que permite regular, madurar y mejorar los desempeños, habilidades y aprendizajes con una mayor relevancia. (Lenis, 2017, pág. 41).

2.6. Didáctica

La didáctica es un sustantivo que se utiliza desde el año 1650 en la obra de Comenio “Didáctica Magna” la cual fue publicada en el año 1657. Esta obra que sale a relucir en el siglo XVII nos deja entender que la relación de didáctica y pedagogía tienen sus distancias.

De lo anterior, Vasco y otros acertados por demás, permiten entender:

Así se comienza a constituir la explicitación discursiva del saber didáctico, que se desarrollaría de Comenio en adelante, cuando en la Modernidad se dirigió la atención ya no sólo a los contenidos del “*pensum*” sino a las formas de enseñarlos. Se constituyeron así nuevos objetos llamados “métodos de enseñanza” [...] Podría decirse en una fórmula sintética y polémica que la didáctica piensa y habla sobre el cómo de la enseñanza y que la pedagogía piensa y habla sobre todo lo relacionado con la enseñanza. (Vasco, C., Martínez, A. & Vasco, E. SF, pág. 31).

La didáctica son métodos para la enseñanza que ayuda a la apropiación del conocimiento para mejorar el saber. Pero, ¿Qué es el saber? También, Vasco y otros entregan un aporte importante de este interrogante:

El concepto de saber es pues nodal para pensar la pedagogía más allá de las concepciones que la sitúan como ciencia o como disciplina. Esto permite tener una relación más cercana con ella y con la práctica de los maestros, al reconocer que no es sólo una ciencia o una disciplina, sino que la pedagogía vive a través de las prácticas y que esas prácticas pedagógicas son prácticas de saber, en las que se producen objetos de saber. (Vasco, C., Martínez, A. & Vasco, E. SF, pág. 11).

Otros autores dan importantes aportes al sustantivo didáctica citados por Lenis Mejía en su artículo *Didácticas colaborativas* (2017), que ayudan a repensar la importancia de la didáctica en los procesos de enseñanza – aprendizaje:

La didáctica es una disciplina teórica que se ocupa de estudiar la acción pedagógica, es decir, las prácticas de la enseñanza, y que tiene como misión describirlas, explicarlas, fundamentarlas y enunciar normas para la mejor resolución de los problemas que estas prácticas plantean a los profesores (Camilloni, 2015, pág. 22).

La didáctica es una disciplina sustantiva del campo de la educación, cuya tarea consiste en establecer elementos que permitan debatir los supuestos subyacentes en los procesos de formación que se promueven en el conjunto del sistema educativo (Díaz, A., 2009, pág. 17).

[...] la didáctica no se enseña, en general, sólo como un variado conjunto de estrategias docentes más o menos amplias y coherentes con la finalidad de que el profesor o futuro profesor pueda aplicarlas en el escenario escolar (Díaz, A., 2009, pág. 25).

2.7. Didáctica de las matemáticas

La didáctica de las matemáticas, es una disciplina importante para los procesos que conllevan al aprendizaje de las matemáticas, pero de igual forma su importancia recae sobre la enseñanza de la misma. Estos procesos de enseñanza y aprendizaje deben interactuar en un entorno social, obedece también, en los procesos psicológicos.

A continuación se define la didáctica de las matemáticas con algunos autores importantes:

Vidal, cita al pedagogo alemán Heinz Griesel, quien define: “La Didáctica de las Matemáticas es la ciencia del desarrollo de las planificaciones realizables en la enseñanza de la matemática” (SF. Pág. 1).

Rico (2012, pág. 44) cita unos autores que indican:

La Didáctica de la Matemática, alias ciencia de la educación matemática, es el campo académico y científico de investigación y desarrollo que se propone identificar, caracterizar y entender los fenómenos y procesos, en potencia o en acto, implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de cualquier nivel educativo (Niss, 1998, pp. 4-5).

La Didáctica de la Matemática se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas así como los planes para la cualificación profesional de los educadores matemáticos. La Didáctica de la Matemática tiene como objeto delimitar y estudiar los fenómenos que se presentan durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático (Rico, Sierra, & Castro, 2000, pp. 353-354).

“La Didáctica de la Matemática es aquella disciplina que se ocupa de estudiar e investigar los fenómenos y problemas de la educación matemática y proponer marcos explicativos mediante los cuales abordar su estudio y resolución” (Rico, Sierra, & Castro, 2000, pp. 356).

2.8. Situación

“La situación es, entonces, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta” (Brousseau, 2007, pág. 17).

Desde otro punto vista Vidal considera, parafraseando a Brousseau:

[...] corresponde a “un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético” (SF. Pág. 2).

2.9. Teoría de las situaciones didácticas

Para que se evidencie un buen aprendizaje se debe dar una buena enseñanza, y una estrategia está en las situaciones que se presentan en el momento clave que son las tareas matemáticas, dichas situaciones son las situaciones didácticas.

Las situaciones didácticas ayudan a mejorar la formulación para el buen desarrollo de los procesos de las tareas matemáticas.

La situación didáctica se presenta en medio de la enseñanza por parte del docente y el aprendizaje por parte del alumno, representada en una formulación y solución de problemas. La situación didáctica tiene varios momentos importantes según Guy Brusseau:

1. Acción.
2. Formulación.
3. Validación.
4. Institucionalización.

En la acción, es importante tener en cuenta, que el alumno explora y podemos tomar como base de esa exploración sus conocimientos previos, desde ese punto de partida fortalecer el proceso, sin desconocer, que en cada proceso de enseñanza debemos partir que el estudiante no tiene ese saber previo y retomar conocimientos esenciales para la enseñanza del momento.

La utilidad de las situaciones didácticas es necesaria e importante en el proceso educativo para el fortalecimiento del saber del sujeto que aprende, pero el estudiante no es agente activo de manera individual, desde el punto de vista constructivista Díaz Barriga y Hernández Rojas (2010, pág. 27) citan a (Coll, 1988) que propone:

La concepción constructivista del aprendizaje escolar encuentra sustento en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno, en el marco cultural del grupo al que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria si no se proporciona una ayuda específica, a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar una actividad mental constructivista.

“La calidad de las tareas matemáticas está en relación directa con la calidad de los procesos que desarrolla el estudiante en su actividad matemática de aprendizaje, procesos que están en la base de las competencias matemáticas que debe movilizar” (García, B., Coronado, A., Giraldo, A. 2015, pág. 181).

2.10. Antecedentes Institución Educativa

En la institución educativa titán de Yumbo Valle, se ha notado la dificultad o carencia del saber de la cátedra de matemáticas, precisando para el propósito de esta tesis la asignatura de geometría, desconociendo si esta situación se debe a una apatía, pereza o por falta de conocimientos previos para cada grado al cual los niños y niñas ascienden, creyendo que estos vacíos generen un poco de angustia al desconocer muchos procesos que se enlazan unos con otros mediante una complejidad creciente.

Desde un punto de vista se podría pensar que esta dificultad está en los profesionales que orientan esta cátedra desde las bases ya que en la mayoría de los casos no son especialistas en matemáticas, también podría creerse que la habilidad matemática que desarrolla el pensamiento es innata o que esta habilidad es hereditaria. En otra instancia podría suceder que hace parte de la debilidad del lenguaje matemático, es decir, no se es claro en las diferentes representaciones semióticas.

A pesar que la matemática es una cátedra donde se desarrolla el pensamiento lógico, hay que tener en cuenta que al momento de enseñarla se están formando seres humanos con diferentes estilos de aprendizaje y, de diferentes contextos.

¿Tal vez la metodología y recursos utilizados no son los que llaman la atención de los estudiantes?

¿Los docentes de básica primaria tendrán habilidad para el desarrollo de los procesos en los diferentes pensamientos matemáticos? Luego, a pesar de su buena intención ¿La pueden transmitir de una forma significativa y que enamore?

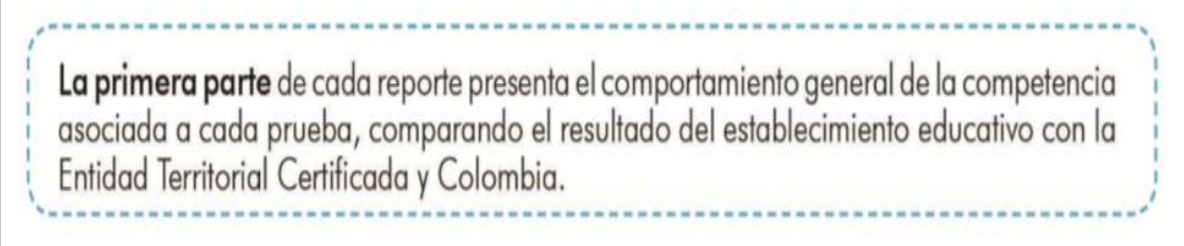
¿Será que la enseñanza de las matemáticas sólo la transmiten con lenguaje numérico y se olvidan que debe estar trazada al desarrollo de competencias ante el ser que se educa?

El ministerio de educación nacional de Colombia, año tras año evalúa a las instituciones educativas mediante pruebas saber en diferentes área del saber piloteadas por el ICFES para medir la calidad de la educación y, busca que se realicen acciones de mejoramiento en aras de entregar a los aprendientes procesos de formación que sirvan para la vida y para toda la vida.

En este caso para Chavez, autor de esta tesis toma como referencia el área de matemáticas del pensamiento métrico y sistema de medidas de la competencia razonamiento del objeto matemático: “cálculo del volumen de los ortoedros”.

Las pruebas saber evalúan las competencias: comunicar, razonamiento y resolución, cada competencia es clasificada en tres aspectos:

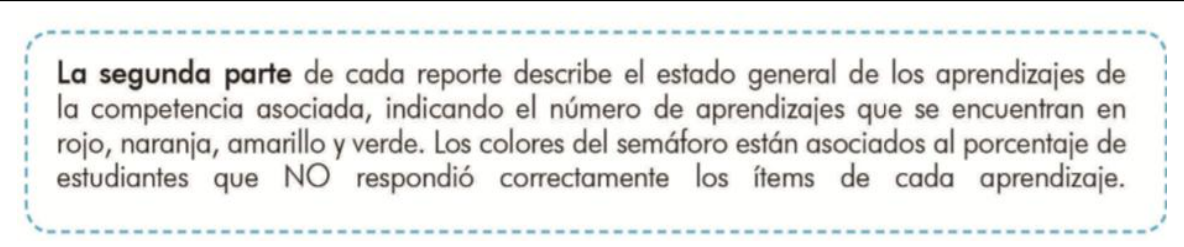
1. Descripción general de la competencia.



La primera parte de cada reporte presenta el comportamiento general de la competencia asociada a cada prueba, comparando el resultado del establecimiento educativo con la Entidad Territorial Certificada y Colombia.

Imagen 1

2. Descripción general de los aprendizajes.



La segunda parte de cada reporte describe el estado general de los aprendizajes de la competencia asociada, indicando el número de aprendizajes que se encuentran en rojo, naranja, amarillo y verde. Los colores del semáforo están asociados al porcentaje de estudiantes que NO respondió correctamente los ítems de cada aprendizaje.

Imagen 2

3. Aprendizaje.

La **tercera parte** de cada reporte enumera los aprendizajes en los que es necesario implementar acciones de mejora con especial prioridad.

Imagen 3

Presentan una escala para la clasificación de los resultados llamado “el semáforo” el cual se presenta a continuación:



Imagen 4

Las pruebas saber del año 2016 presenta el siguiente informe de la institución educativa Titán, sobre los resultados de la evaluación de los diferentes grados (3°, 5°, 9°), del pensamiento métrico y sistema de medidas en la competencia razonamiento:

Imagen 5. Descripción general del grado 3°

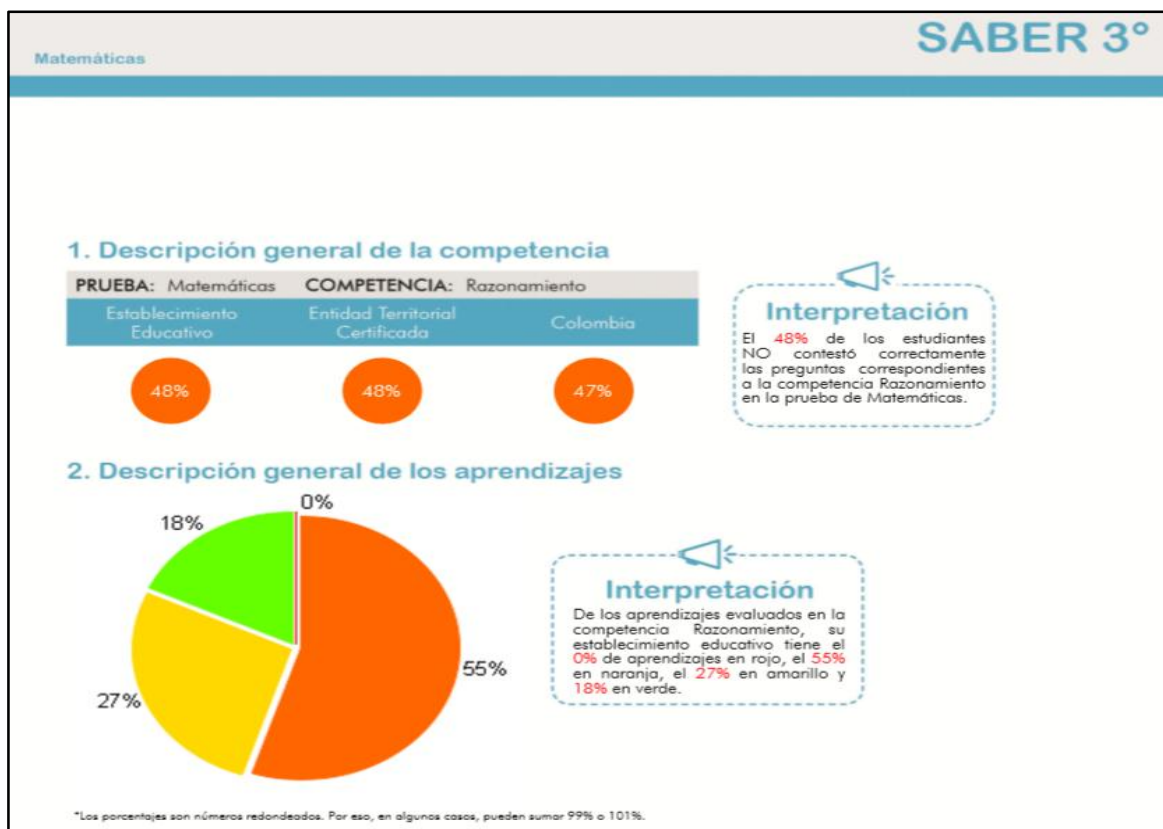


Imagen 5

El siguiente análisis corresponde al resultado de la evaluación en la competencia razonamiento y se evidencia en los siguientes aprendizajes:

Imagen 6. Aprendizajes grado 3°

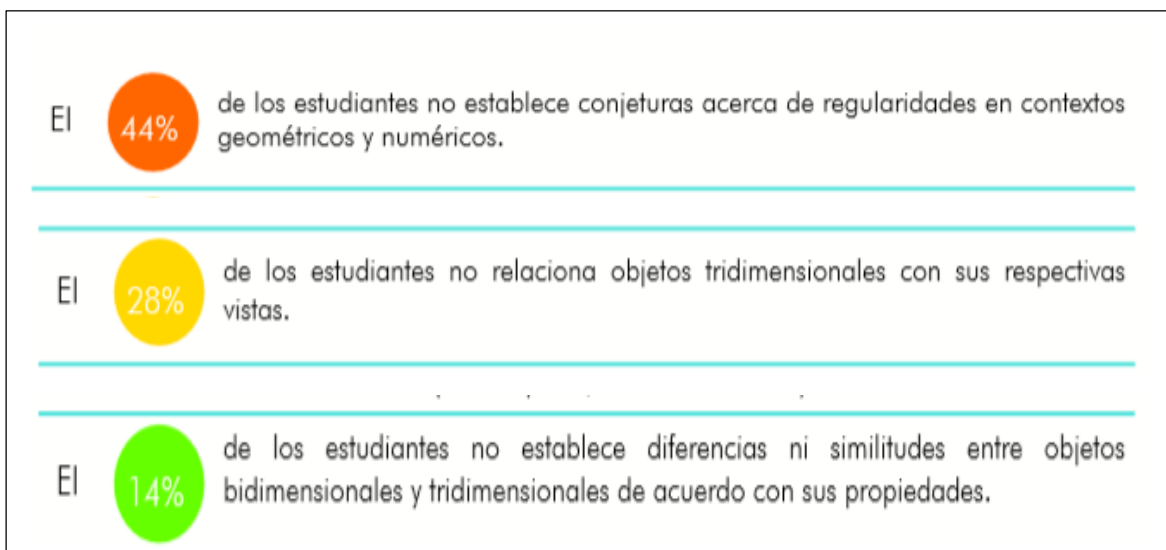


Imagen 6

Dada esta estadística, los estudiantes presentan falencias en el pensamiento métrico y espacial, es necesario orientar a los docentes de transición a tercero en los procesos de geometría para que el aprendizaje sea significativo. Se debe reforzar en las características de los sólidos según sus caras y la relación de objetos bidimensionales según la superficie que los representa.

Imagen 7. Descripción general del grado 5°

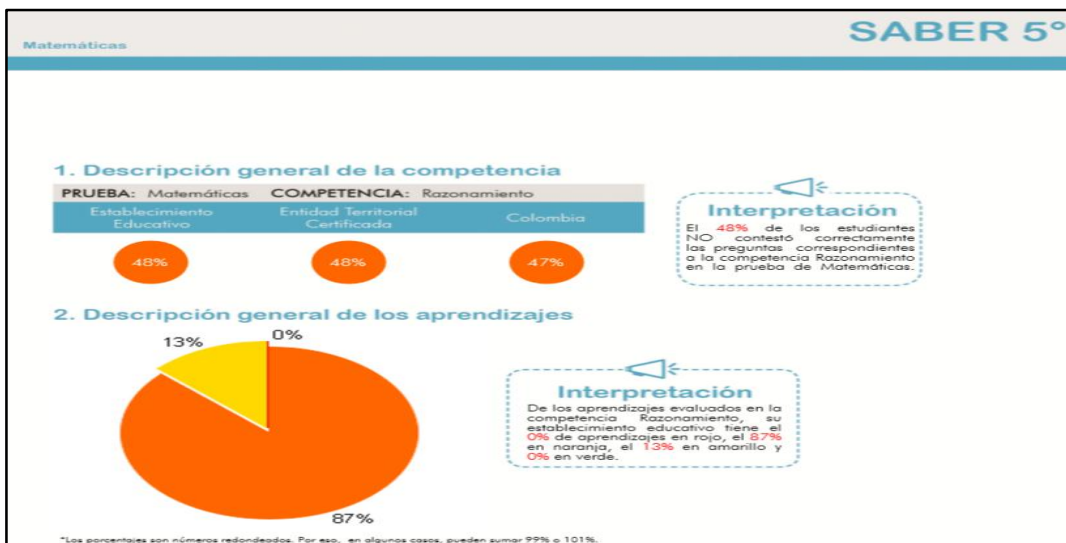


Imagen 7

Según la imagen anterior, se evidencia la dificultad y carencia del saber de la geometría en el pensamiento métrico del grado donde se focaliza la preocupación del desconocimiento de la catedra.

Imagen 8. Aprendizajes grado 5°

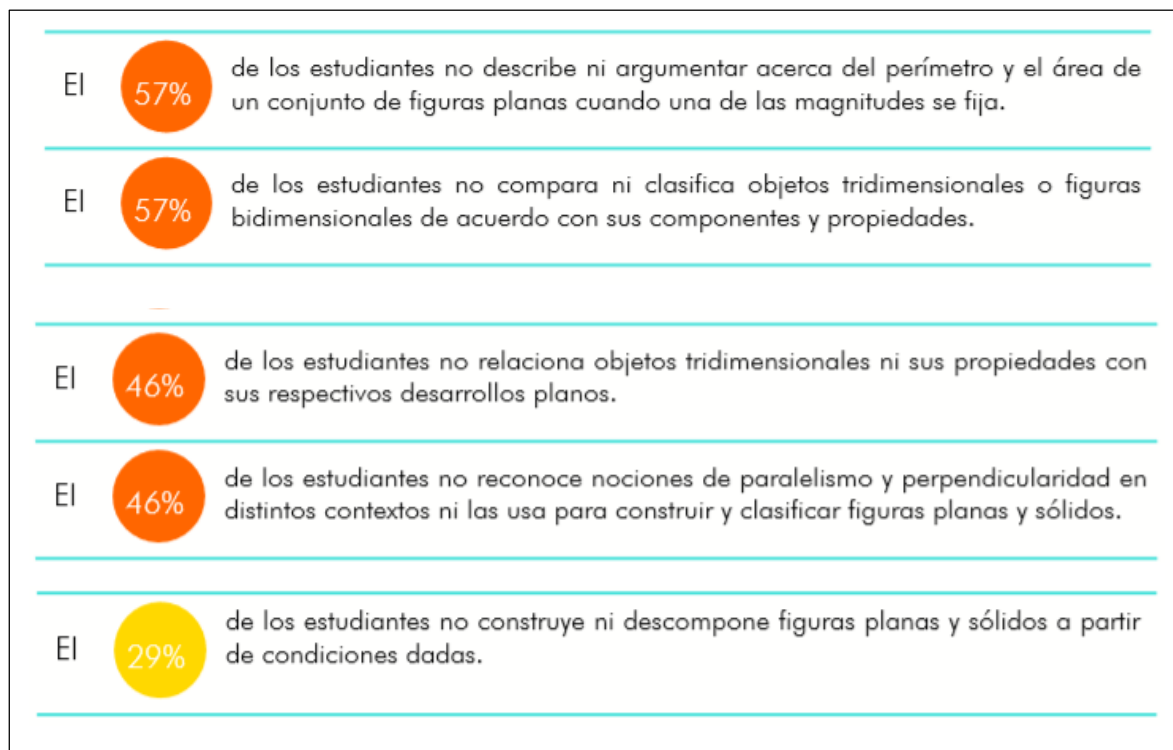


Imagen 8

Según el resultado de la imagen anterior, es extremadamente importante priorizar acciones de mejoramiento en el reconocimiento de objetos tridimensionales y figuras bidimensionales para particularizar sus propiedades. Se debe trabajar en objetos concretos mediante aprendizaje situado para que manipulen y relacionen un sólido con su representación plana.

Imagen 9. Descripción general grado 9°

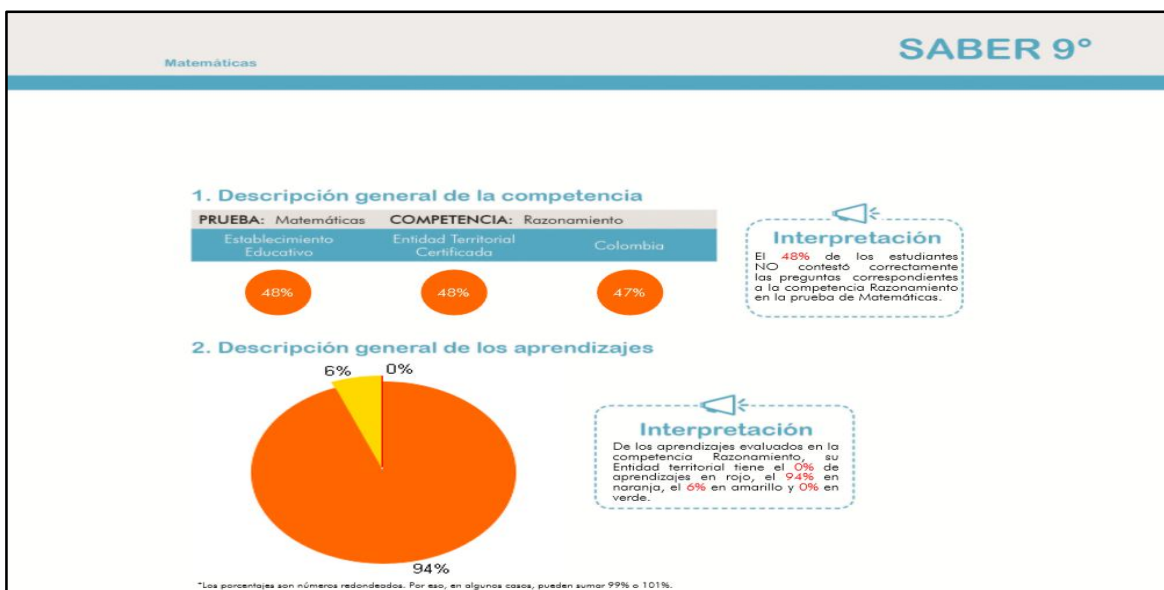


Imagen 9

El análisis de la imagen 5, termina de corroborar la carencia de saberes en el pensamiento métrico ya que en la continuidad de los procesos se notan las falencias y desconocimiento de los prerrequisitos en cada grado. Por tal motivo se es necesario proponer ampliar la carga académica de la asignatura de geometría y orientar los procesos en los enseñantes de la básica primaria que en adelante se presenta en la perspectiva curricular.

²Imagen 10. Aprendizajes grado 9°

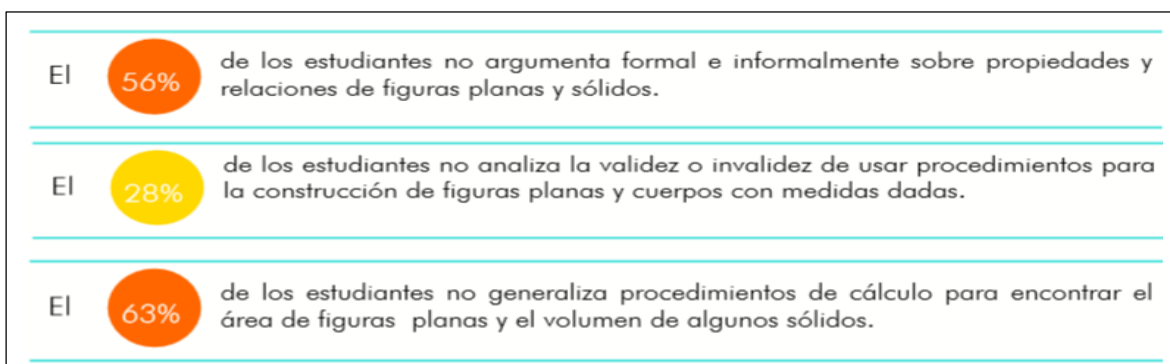


Imagen 10

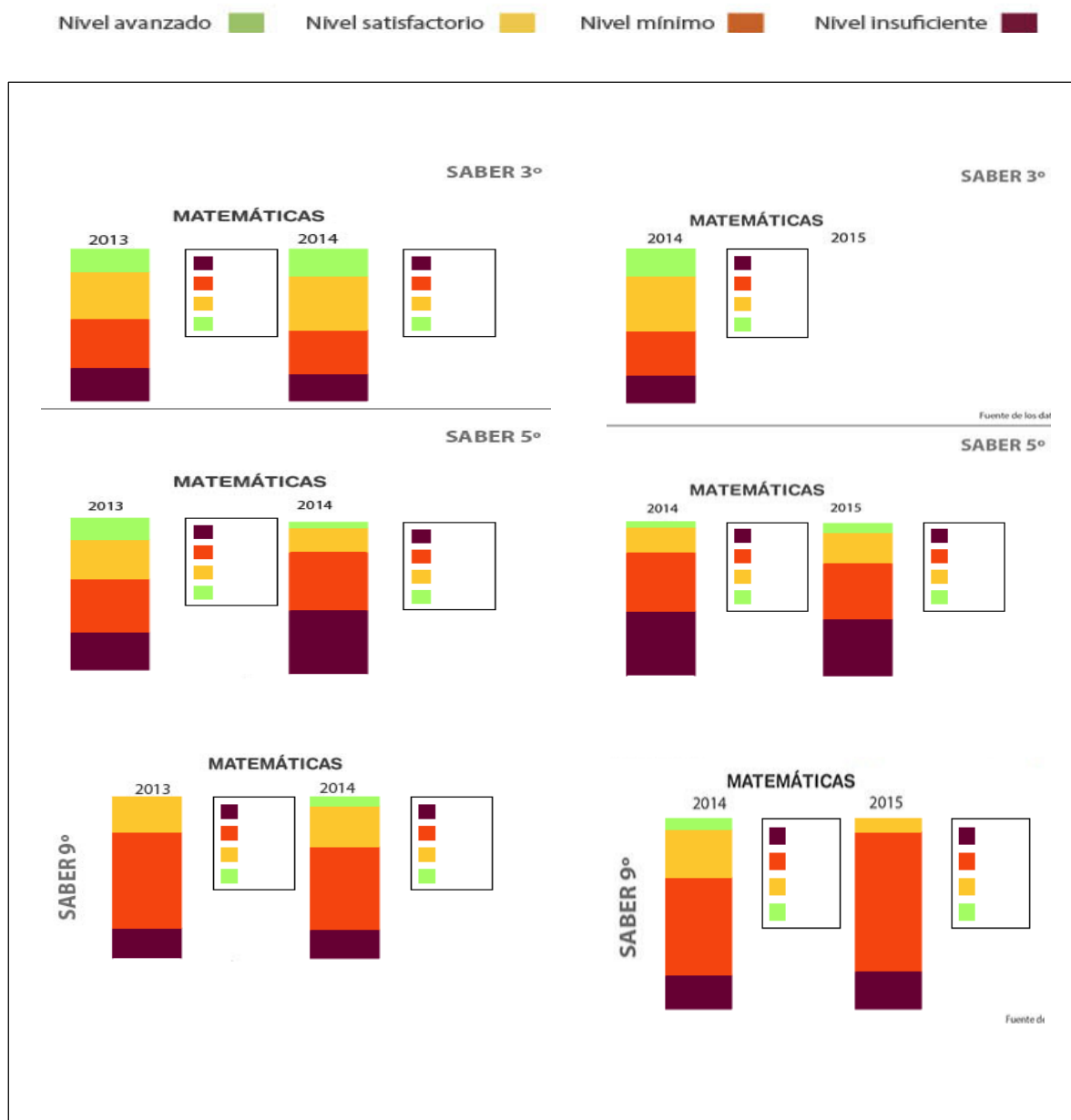
² Las imágenes anteriores tienen como fuente: Pruebas saber 2016.

La imagen que muestra los aprendizajes del grado 9° evidencia la necesidad de direccionar a los aprendientes que codifiquen y decodifiquen, analicen, valoren, calculen, infieran en el lenguaje (natural, simbólico y gráfico). Por lo tanto se debe mejorar y cambiar la forma de enseñanza desde transición hasta noveno y continuar con apoyo y fortalecimiento de los aprendizajes para la media técnica.

A continuación se muestran los comparativos de los años 2013-2014 y 2014-15, ésta relación corresponde al índice sintético de calidad en los componentes progreso y desempeño que competen al estudio y análisis para el autor de esta tesis:

Informe del año 2015 y 2016

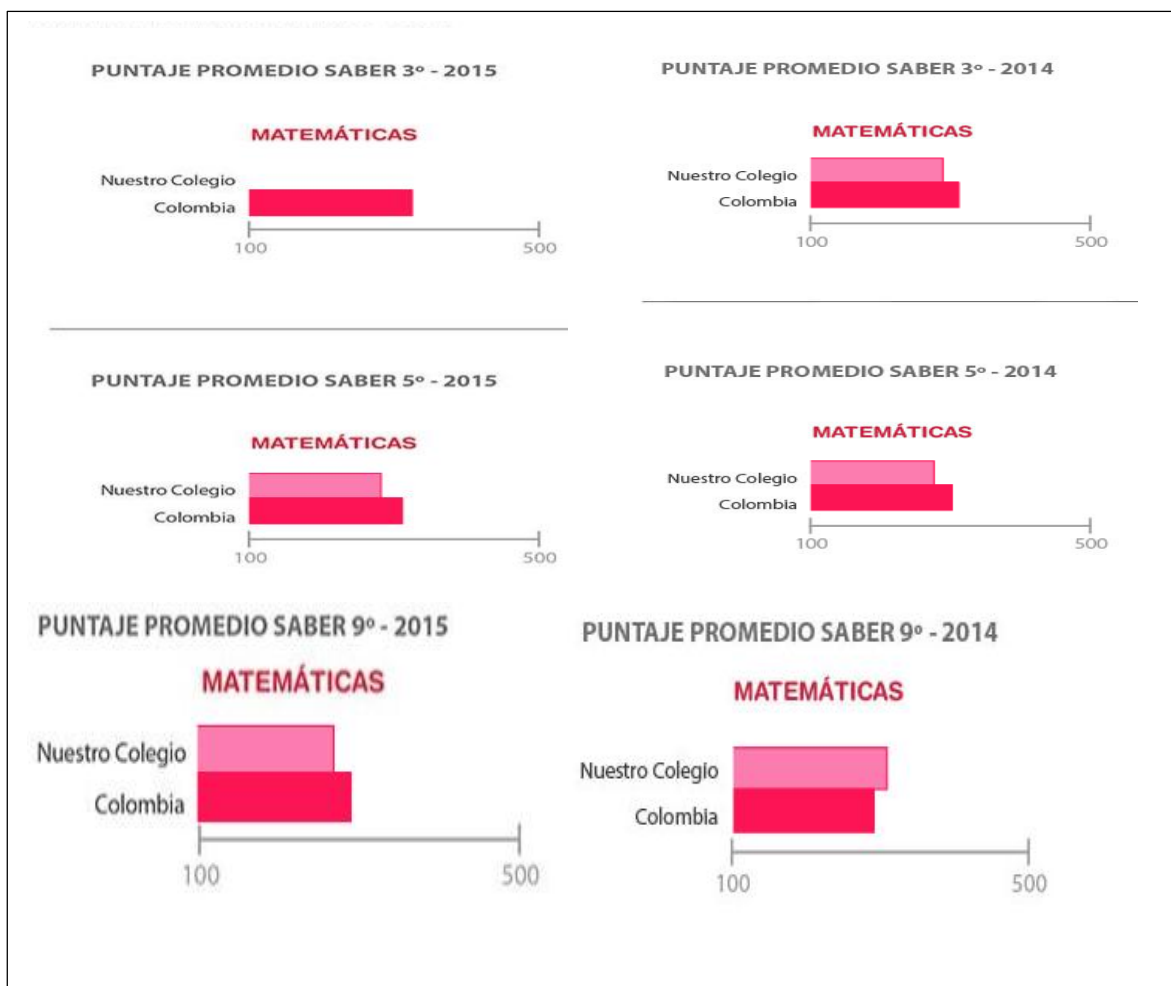
Imagen 11. Progreso: Mejora o desmejora de un año a otro.



Fuente: Índice sintético de calidad (2015, 2016)

Imagen 11

Imagen 12. Desempeño: Corresponde al puntaje promedio académico en cada grado.



Fuente: Índice sintético de calidad (2015, 2016)

Imagen 12

De todo lo anterior se concluye que en la institución educativa Titán de Yumbo Valle, se debe mejorar en los procesos de enseñanza y metodologías a aplicar, es una dura tarea pero no difícil de planear y ejecutar.

Un planteamiento para mejorar será que los docentes implementen en el área de matemáticas para la asignatura de geometría la rejilla sugerida en los materiales del día e 2016. Anexo 3 – análisis y estrategias para el mejoramiento de los aprendizajes

2.11. Perspectiva didáctica

Para aportar en el mejoramiento del objeto matemático para los estudiantes que corresponde al pensamiento métrico se propone en las expectativas la siguiente perspectiva didáctica a corto y largo plazo que fortalecen la perspectiva curricular.

La perspectiva didáctica de las competencias matemáticas corresponde a dos expectativas didácticas de aprendizaje, para este trabajo el autor toma como referencia al texto: Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas, donde los autores precisan que la perspectiva didáctica se refiere a:

“La relación competencia matemática – actividad matemática de aprendizaje del estudiante. Es decir, el desarrollo de la competencia lo adscribimos al estudiante, a la calidad de su actividad matemática de aprendizaje, no se adscribe a la enseñanza”. (García, B., Coronado, A., Giraldo, A., 2015, pág. 41). Tal actividad matemática, se menciona más adelante como tareas matemáticas.

A continuación, se describen las perspectivas de aprendizaje a corto y largo plazo que favorecen el aprendizaje de los estudiantes para el desarrollo de esta tesis, fortalecimiento en el mundo laboral, cotidianidad y mejoramiento de los propósitos de las pruebas SABER.

2.12. Perspectiva de aprendizaje a corto plazo

Las tareas propuestas a corto plazo están trazadas bajo algunas características que García cita de Ibíd, como son:

□ Compleja: Organiza el recurso de forma dinámica, en este caso la caja de cartón, que el estudiante lleva al colegio como objeto concreto, debe apoyarse en el piso en sus caras sin repetirse. Lo cual se determinara como lado 1, lado 2 y lado3.

- Abierta: Las medidas que se realizan en las aristas no están predeterminadas puesto que las cajas las lleva cada estudiante sin una medida estandarizada, así mismo para el cálculo del volumen.
- Finalista: se propone a cada estudiante que lleve una caja de cartón con especificaciones claras y una cinta métrica con en centímetros y pulgadas. Está orientado para que manipule directamente el objeto.
- Interactiva: Se realiza la tarea interactuando en contexto la caja y la similitud con el medio.
- Construida: está orientada hacia los objetivos de aprendizaje.

La perspectiva didáctica a corto plazo se traza mediante los siguientes objetivos:

- Distinguir en un poliedro representado en una caja de cartón: los lados del polígono que forma la cara y la arista.
- Formular una opción para el cálculo del volumen de un poliedro.
- Usar recursos técnicos como una cinta métrica en centímetros y pulgadas para medir longitudes.
- Comparar unidades de medida entre centímetros y pulgadas.
- Graficar objetos concretos en similitudes.
- Proponer posibles opciones para apoyar sobre el piso ortoedros sin repetir su cara opuesta.
- Razonar sobre las aristas de un poliedro en forma tridimensional al pasar a su forma bidimensional.
- Calcular el volumen de ortoedros mediante objetos concretos.

A corto plazo, se pretende cuando los estudiantes finalicen las tareas matemáticas que estén en capacidad de calcular el volumen en prismas, específicamente en ortoedros y poder relacionar el cubicaje con situaciones de la vida diaria para de este modo dar solución y desarrollar hábilmente los saberes previos que este proceso con lleva.

Además, que desarrollen con destreza los siguientes DBA versión 2: *Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico*, mediante las evidencias de aprendizaje:

- Utiliza lenguaje algebraico para representar el volumen de un prisma en términos de sus aristas.
- Realiza la representación gráfica del desarrollo plano de un prisma.
- Estima, calcula y compara volúmenes a partir de las relaciones entre las aristas de un prisma o de otros sólidos.
- Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían.

También el DBA: *Utiliza y explica diferentes estrategias para encontrar el volumen de objetos regulares e irregulares en la solución de problemas en las matemáticas y en otras ciencias*, cuyas evidencias de aprendizaje son:

- Estima medidas de volumen con unidades estandarizadas y no estandarizadas.

- Utiliza la relación de las unidades de capacidad con las unidades de volumen (litros, dm³, etc.) en la solución de un problema.
- Identifica la posibilidad del error en la medición del volumen haciendo aproximaciones pertinentes al respecto.
- Explora y crea estrategias para calcular el volumen de cuerpos regulares e irregulares.

2.13. Perspectiva de aprendizaje a largo plazo

La perspectiva de aprendizaje a largo plazo esta descrita en el texto mencionado anteriormente como el desarrollo de competencias matemáticas del estudiante. De este modo de describen dos argumentos importantes a tener en cuenta:

Un primer argumento se soporta en los componentes de la competencia: tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad y un segundo argumento se apoya en que, es mediante este proceso que los estudiantes pueden conocer, apropiarse y relacionarse con las estructuras, los conceptos, la historia, las representaciones y los procesos de la cultura matemática.

La perspectiva a largo plazo es que el estudiante articule los objetivos de las tareas asignadas, realice procesos matemáticos en niveles de complejidad creciente y así sea competente en:

- Traducir medidas de una a otra mediante sus respectivas equivalencias para igualar unidades de medida y determinar el cálculo del volumen de los ortoedros.
- Razonar y descodificar cuantas cajas caben en un container de forma arbitraria y en cada una de sus tres formas de apoyo sobre su base inferior.

- Comprender el lenguaje matemático de la fórmula del cálculo del volumen de un poliedro mediante el área de la base por su altura.
- Argumentar la capacidad de carga de un vehículo que soporta X peso, conociendo el peso de cada caja Vs el volumen.

Los estudiantes a los cuales se les aplicaran los instrumentos son de grado noveno y en su paso a la media técnica deben trabajar problemas de cubicaje, puesto que la especialidad de la institución es Logística empresarial, esta razón le permite al investigador de esta tesis dar apoyo a los estudiantes mediante lo planteado en los estándares básicos de competencias y como la palabra lo dice la planeación está trazada sobre lo básico en este grado, por lo tanto se fortalecerá llevándolos más allá en el conocimiento mediante el desarrollo de competencias.

2.14. Perspectiva curricular

Los estudiantes a los cuales se les aplicaran los instrumentos son de grado noveno y en su paso a la media técnica deben trabajar problemas de cubicaje, puesto que la especialidad de la institución es Logística empresarial, esta razón le permite al investigador de esta tesis dar apoyo a los estudiantes mediante lo planteado en los estándares básicos de competencias, donde uno de ellos refiere: “*Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos*” (MEN, 2006), y como la palabra lo dice la planeación está trazada sobre lo básico en este grado, por lo tanto se fortalecerá llevándolos más allá en el conocimiento mediante el desarrollo de competencias.

Dada esta necesidad, Chavez, investigador de esta tesis propone la perspectiva curricular de su objeto matemático para el conjunto de grados y pensamiento matemático elegido.

Esta perspectiva se describe en la rejilla adoptada del texto de Bernardo García (et al. 2015) pág. 46 y 47.

		GRUPO DE GRADOS			
Pensamiento					
				8° a 9°	10° a 11°

					<p>Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos.</p> <p>Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.</p>	<p>Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.</p> <p>Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.</p>
	Numérico					
	Variacional				<p>Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.</p>	<p>Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.</p>

	Métrico			<p>Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.</p> <p>Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</p> <p>Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.</p>	<p>Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.</p>
--	---------	--	--	--	--

Espacial				<p>Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.</p> <p>Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.</p>	<p>Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.</p> <p>Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.</p>
Aleatorio				<p>Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.</p>	<p>Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).</p>

Tabla 1

2.15. Propuesta de perspectiva curricular

Dada esta necesidad el investigador de esta tesis propone la perspectiva curricular de su objeto matemático para el conjunto de grados y pensamiento matemático elegido.

Esta perspectiva se describe en la rejilla adoptada del texto de Bernardo García (et al. 2015) pág. 46 y 47.

En la tabla anterior y la siguiente se registran varios procesos, debido a que los aprendientes no solo desarrollan el pensamiento métrico para lograr la apropiación del conocimiento del objeto matemático propuesto, además, desarrollan los pensamientos numérico y espacial, esto hace tener más campo de acción en el desarrollo de las competencias. Como lo ratifican los lineamientos curriculares de matemáticas, a través, del Ministerio de Educación Nacional (MEN 2006):

Aunque al desarrollo de cada tipo de pensamiento se le asocie como indispensable un determinado sistema, este último no agota todas las posibilidades. Otros sistemas pueden contribuir para ampliar y construir significados en cada tipo de pensamiento.

Así, por ejemplo, en el problema de averiguar por la equivalencia o no de dos volúmenes, aparte de la comprensión de la magnitud volumen, del procedimiento para medirlo, de la elección de la unidad, nociones éstas de sistemas métricos, estaría el conocimiento de los números utilizados, su tamaño relativo y los conceptos geométricos involucrados en la situación, nociones de sistemas numéricos y del geométrico, respectivamente.

Lo mencionado se evidencia en la rejilla a continuación, trazada por el investigador de esta tesis como propuesta de mejorar los aprendizajes de los estudiantes en la planeación de aula para el objeto matemático tratado en este proyecto desde la básica primaria hasta grado once, apoyado con los estándares básicos de competencia y los derechos básicos de aprendizaje.

		COMPETENCIA RAZONAMIENTO				
		1° a 3°	4° a 5°	6° a 7°	8° a 9°	10° a 11°
ENSAMBIENTO	MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS	<p>Codifica y decodifica en el lenguaje materno o lengua natural la idea del concepto de medida.</p> <p>Relaciona diferentes objetos que se pueden medir en una dimensión según sus características, utilizando las unidades del metro.</p> <p>Compara objetos para clasificar su área, peso y capacidad.</p>	<p>Describe figuras, objetos bidimensionales y tridimensionales según sus características y los construye.</p> <p>Realiza mediciones con diferentes patrones de medida en objetos bidimensionales y tridimensionales y, resuelve problemas planteados.</p> <p>Codifica y decodifica el concepto de polígono y clasifica cuadriláteros para reconocer el rectángulo.</p>	<p>Representa gráficamente rectángulos y los construye para formar un sólido geométrico.</p> <p>Decodifica del lenguaje natural el concepto de perímetro y área del rectángulo y realiza conversión en sus variables equivalentes.</p> <p>Determina el perímetro y el área de rectángulos en diferentes unidades.</p> <p>Resuelve situaciones de la vida cotidiana relacionadas con rectángulos.</p>	<p>Reconoce un ortoedro como sólido geométrico constituido como la unión de rectángulos paralelos y congruentes entre sí.</p> <p>Describe un ortoedro según sus características.</p> <p>Decodifica y utiliza las ecuaciones del volumen de los ortoedros para hallar su volumen en diferentes unidades de medida.</p> <p>Describe el ortoedro en su forma bidimensional y tridimensional ilustrado o concreto.</p> <p>Determina el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones están dadas en diferentes unidades de medida y resuelve situaciones de la vida cotidiana.</p>	<p>Relaciona objetos de la vida real con ortoedros.</p> <p>Calcula la capacidad de ortoedros de menor volumen en un ortoedro de mayor volumen.</p> <p>Determina el volumen de un ortoedro cuyas dimensiones están dadas en diferentes unidades de medida.</p> <p>Representa gráficamente un ortoedro de la vida real a escala.</p> <p>Formula y resuelve problemas de cubicaje de la vida real cuyas dimensiones están dadas en diversas unidades de medida.</p> <p>Calcula la capacidad de carga de ortoedros según el peso y su volumen.</p>

Tabla 2

2.16. Postura epistemológica

El objeto matemático que se tratara en desarrollo de este trabajo de investigación para el fortalecimiento de los estudiantes se centra en la asignatura de geometría el cual corresponde al cálculo del volumen de los ortoedros.

La teoría pragmática se resalta en la proyección de la tesis porque se desarrollara en el contexto de modo intramuros y extramuros, es un proceso que sirve para la vida, dando apoyo en el grado noveno para el abordaje del objeto matemático antes en mención en la media técnica, cuya modalidad es LOGISTICA EMPRESARIAL, por lo cual requiere el conocimiento de cubicar: containers, bodegas, cajas, palletizar, entre otros. A demás que es una modalidad que seda para el trabajo con integración del SENA, es una petición del MEN mediante la educación para el trabajo.

La postura pragmática de este proyecto se ratifica, desde el punto de vista de la semántica, (D'Amore, 2005), en el cuadro conceptual indica: “las expresiones lingüísticas y las palabras tienen significados “personales”, son significativas en oportunos contextos, pero no tienen significados absolutos, por si mismas”. Esto ayuda a entender que la palabra cubicar, cubicaje, volumen se pueden utilizar en cualquier momento del proceso indicando la misma actuación para el estudiante.

La contextualización del cálculo del volumen de los ortoedros se realizara con instrumentos tangibles como: cajas de cartón en diferentes especificaciones, embalaje de pallet con carga mediante normas, containers, camiones, furgones, a partir de la teoría. D'Amore define este proceso como el “conocer”. Cuando el estudiante conoce y tiene claro el concepto y su aplicación sobre el objeto concreto; en esta tesis lo concreto, es el ortoedro, su conocimiento debe relacionar ese objeto con cualquier objeto semejante al él en el contexto, como los mencionados anteriormente, ejemplo: los containers.

El proceso del cálculo del volumen en los ortoedros requiere la utilidad de igualar unidades de medida, por tanto se realizan conversiones de unidades unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales. Como lo argumenta (D'Amore, 2005, pág. 6): “De hecho, los objetos matemáticos y el significado de tales objetos dependen de los problemas que se enfrentan en matemática y de los procesos de resolución”. Es necesario tener en cuenta capacidad de carga de los vehículos a despachar, como por ejemplo.

¿Cuántas cajas debe transportar un camión de 10 toneladas de carga, si cada caja tiene X peso, o cuántas cajas caben según la capacidad del volumen y en qué posición se debe transportar la carga (si lo permite el articulo) si se requiere enviar la mayor cantidad? Esta

pregunta con lleva a que los aprendientes utilicen las medidas reales en el contexto y los cálculos que derivan de esos objetos tangibles.

La tesis está enmarcada bajo los Estándares Básicos de Competencia, del Ministerio de Educación Nacional (MEN), para el grado noveno:

“Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos”

“Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias”.

Se fortalece en los Lineamientos Curriculares para geometría:

“Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento, en el pensamiento métrico y sistema de medidas”.

Simplificado en los derechos básicos de aprendizaje

2.17. Significado del objeto matemático

El objeto matemático o concepto matemático que se tratara en desarrollo de este trabajo de investigación para el fortalecimiento de los estudiantes se centra en la asignatura de geometría de la competencia razonamiento, del pensamiento métrico y sistema de medidas, el cual corresponde al cálculo del volumen de los ortoedros.

Los conceptos matemáticos se pueden entender como objetos matemáticos, que corresponde al título de este apartado, D’Amore (2005, pág. 22) cita a Vergnaud quien da un soporte teórico de lo dicho en este párrafo:

Un paso clarificador muy profundo en este sentido fue intentado por Vergnaud (1990) quien unifica en el concepto su misma componente constructivista; según Vergnaud, el punto decisivo en la conceptualización (y en la Didáctica, pero este es un tema más específico, que deberé retomar y desarrollar en breve) es el pasaje de los *conceptos-como-*

instrumento a los *conceptos-como-objeto* y una operación lingüística esencial en esta transformación es la normalización.

Para Rico (2012, pág. 52-53) de la mano con Gómez dan a conocer su pensar sobre la construcción del significado del objeto matemático:

[...] Nuestro interés por el significado está centrado en el ámbito de la matemática escolar; por ello adaptamos estas ideas a nuestro propósito y abordamos el significado de un concepto matemático en dicho ámbito atendiendo a tres dimensiones: los sistemas de representación, la estructura conceptual y la fenomenología (Rico, citado por Gómez, 2007, pp. 23-27).

A demás se de finen los tres componentes que determinan el significado de un concepto matemático en educación. Para Rico en (Rico, L. 2012, pág. 52-53):

- La estructura conceptual, que comprende conceptos y propiedades, los argumentos y proposiciones que se derivan y sus criterios de veracidad.
- Los sistemas de representación, definidos por los conjuntos de signos, gráficos y reglas que hacen presente dicho concepto y lo relacionan con otros.
- La fenomenología, que incluye aquellos fenómenos (contextos, situaciones o problemas) que están en el origen del concepto y le dan sentido.

✚ Estructura Conceptual:

El objeto matemático al cual se le realizara la secuencia de tareas y el foco al que corresponde el cálculo del volumen “ortopedros”, se refleja en el siguiente esquema:

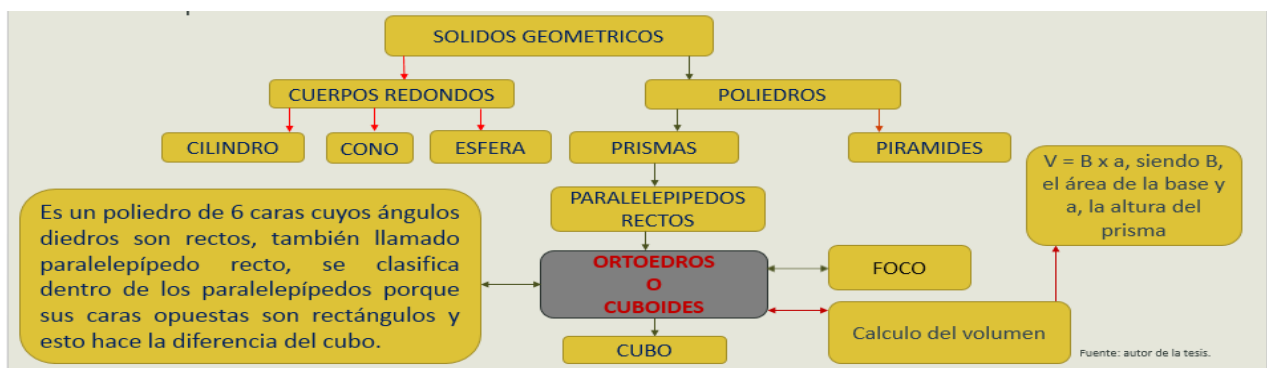


Imagen 13

Se relaciona como cuboide por su parecido a un cubo, donde “oide” se define como: “se parece a”.

✚ **Sistemas de Representación:**

Según (Duval, 1999) citado en (García, B., Coronado, A., Giraldo, A. 2015, pág. 56) precisa que las representaciones externas, son producidas como tales, por un sujeto o por un sistema solo mediante la aplicación de un sistema semiótico. Afirma que las representaciones externas por naturaleza son representaciones semióticas, que cumplen las funciones de comunicación o expresión, transformación intencional y de objetivación por ser una representación consciente. Y que, como sistema semiótico de representación, en la aprehensión o producción de una representación semiótica se desarrollan las actividades cognitivas de formación: tratamientos, para transformar la representación en otra del mismo sistema; o conversiones, para transformar la representación en otra en otro sistema de representación.

De lo anterior se concluyen y se explican varios sistemas de representación semióticos para el cálculo del volumen del ortoedro, que corresponde al objeto matemático:

- ✓ **Verbal:** Corresponde al lenguaje natural sea oral o escrito, generalmente se utiliza de forma escrita en la resolución de problemas o como información de un concepto.

Por ejemplo: ¿Cuántas cajas de 50 cm de largo, 25 cm de ancho y 37 cm de alto, caben en una bodega de 5 metros de largo, 3.5 metros de ancho y 2.3 metros de alto? (Este ejemplo se tratará en otros sistemas de representación).

- ✓ **Simbólica:** Es la representación tratada mediante símbolos, variables en una ecuación. Se debe calcular el volumen de ambos objetos.

Siguiendo el ejemplo anterior:

$V = l \times a \times h$; donde, l: largo; a: ancho; h: alto.

$V = B \times a$; donde, B: es el área de la base y a: es la altura del poliedro.

Se evidencia tratamiento mediante el cambio en el mismo registro, cuando relaciona la ecuación para calcular el volumen del ortoedro de las formas anteriores.

- ✓ **Numérica:** Es el registro de los códigos en las variables correspondientes en la representación simbólica, es fundamental la relación del símbolo con el número.

Dando continuidad al ejemplo tratado:

$$V_{\text{caja}} = B \times a$$

$$V_{\text{caja}} = [(50 \text{ cm}) (37 \text{ cm})] (25 \text{ cm})$$

- ✓ **Gráfica:** Corresponde a la ilustración, a la conversión principal que orienta el proceso de forma clara y precisa.

Ejemplo:

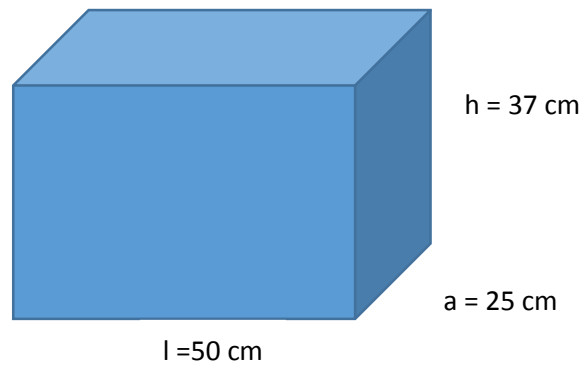


Figura 1.

Imagen: autor de la tesis.

Cuando el estudiante logra pasar de un registro a otro de denomina conversión, por ejemplo. En el caso anterior, teniendo el registro semiótico verbal lo transcribe en su forma gráfica ubicando las medidas de los lados determinando el largo, el ancho y la altura, además, lo dibuja de manera clara y precisa.

- ✓ **Manipulativa:** Es la forma del proceso en contexto de manera palpable y real. Toma la caja didáctica con las especificaciones precisas y usa el metro para determinar las medidas y realiza cálculos de conversión de unidades, e identifica la capacidad del volumen de forma estimada, de esta manera la comprensión de los conceptos es precisa, clara y fácil de asimilar.



Imagen 14

El proceso que logra desarrollar el sujeto que aprende en los sistemas anteriores mediante tratamiento y conversión, que ayudan a la comprensión de la matemática se clarifican en la siguiente teoría:

[...] desde hace algún tiempo propongo que “construcción del conocimiento en Matemática” significa precisamente la unión de estas tres “acciones” sobre los conceptos, es decir la expresión misma de la capacidad de representar (sistemas de representación) los conceptos, de tratar (tratamiento) las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y convertir (conversión) las representaciones de un registro en otro (D’Amore, 2005, pág. 33).

Fenomenología:

La fenomenología de los objetos matemáticos permiten comprender con más precisión, a qué se refiere o cómo se relaciona el objeto matemático a tratar con otros objetos matemáticos, otras ciencias y en la realidad. Para (Rico, 2012, pág. 53) “*La fenomenología, que incluye aquellos fenómenos (contextos, situaciones o problemas) que están en el origen del concepto y le dan sentido*”. De este modo los estudiantes le ven sentido a lo que se pretende que aprendan,

El siguiente esquema relaciona fenómenos con el objeto matemático, para una mejor comprensión:

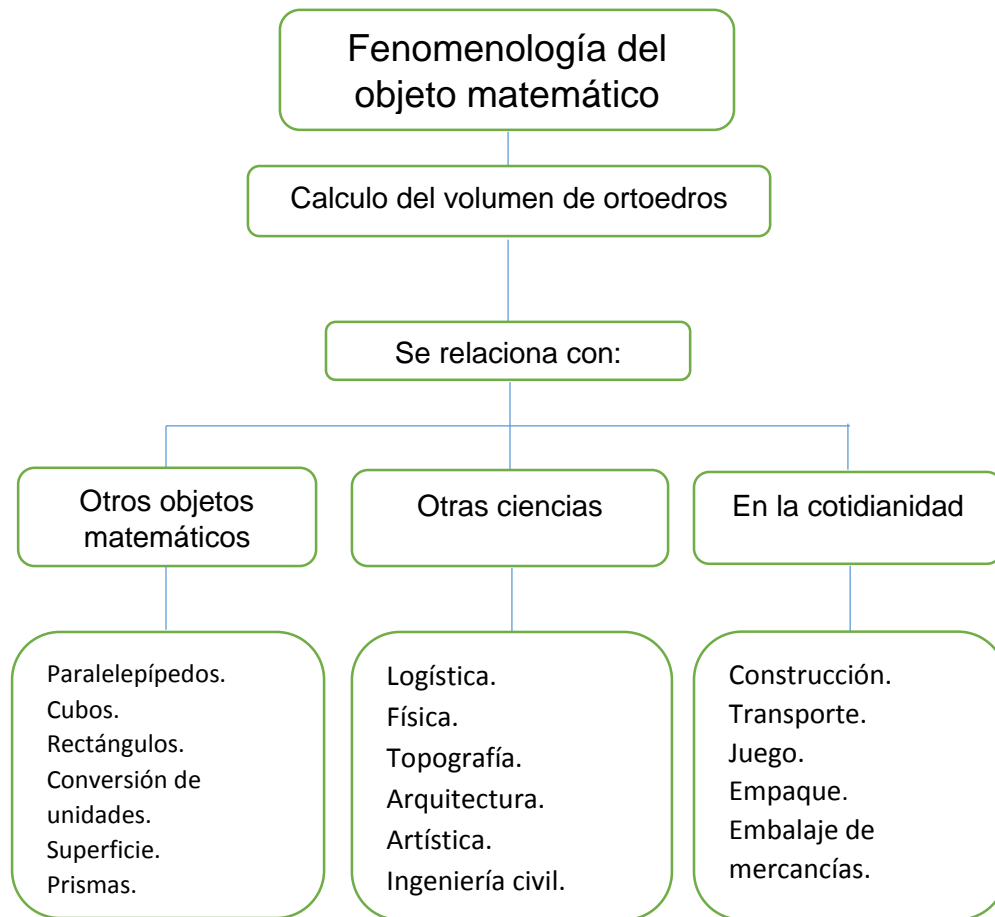


Figura 2

Una forma de comprender mejor la relación del objeto matemático del esquema anterior con otro objeto matemático, otra ciencia y la aplicación en la vida se puede ejemplificar así:

Objeto	Ciencia	Cotidianidad
Prisma pentagonal recto regular. Conversión de unidades. Mediciones.	Ingeniería civil. Arquitectura. Arte. Medio ambiente.	Construir un tanque para almacenamiento de agua cuya base es un pentágono regular, conociendo sus medidas; cuya altura del prisma está en centímetros

		y, las otras longitudes en metros. Calcular la capacidad de almacenamiento.
--	--	---

Tabla 3

2.18. Pensamiento matemático

Los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (2006), matemáticas específicamente, este último en su pág. 46, definen el pensamiento matemático y lo clasifican en cinco grandes tipos que dejan ver la especialidad a la que cada uno refiere, sí como el fortalecimiento para el área de la matemática en los estudiantes del territorio colombiano y lo disponen para su adaptación y comprensión en las instituciones educativas a nivel nacional. Citan autores importantes para esta definición:

A mediados del Siglo XX, Jean Piaget estudió la transición de la manera de razonar de los adolescentes de lo que él llamó “el pensamiento operatorio concreto” al “operatorio formal” y propuso un conjunto de operaciones lógico-matemáticas que podrían explicar ese paso (Inhelder, B. y Piaget, J., 1985).

En sus estudios previos sobre la lógica y la epistemología había propuesto que el pensamiento lógico actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones y que el pensamiento matemático se distingue del lógico porque versa sobre el número y sobre el espacio, dando lugar a la aritmética y a la geometría (Piaget, J. 1978).

En los lineamientos curriculares en matemática se clarifica la necesidad de clasificar el pensamiento matemático:

Respecto a la formación matemática básica, el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar, entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional que, por supuesto, incluye al funcional. (MEN, 1998).

Aquí se puede ver una clara relación con los cinco tipos de pensamiento matemático enunciados en los Lineamientos Curriculares: en la aritmética, el pensamiento numérico; en la geometría, el pensamiento espacial y el métrico; en el álgebra y el cálculo, el pensamiento

métrico y el variacional, y en la probabilidad y estadística, el pensamiento aleatorio (MEN; 2006, pág. 58).

2.19. Competencias Matemáticas

Las competencias matemáticas son procesos donde el aprendizaje no se queda simplemente en el reconocimiento teórico de forma memorística o solución de un problema simplemente entre líneas, el saber-hacer llega más allá para la realización de competencias matemáticas, donde un conocimiento simple se profundice en forma paulatina mediante complejidad creciente y poder adquirir y empoderarse de un saber-saber. De este modo:

Por lo dicho anteriormente, se puede hablar del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. En la enseñanza enfocada a lograr este tipo de aprendizaje no se puede valorar apropiadamente el progreso en los niveles de una competencia si se piensa en ella en un sentido dicotómico (se tiene o no se tiene), sino que tal valoración debe entenderse como la posibilidad de determinar el nivel de desarrollo de cada competencia, en progresivo crecimiento y en forma relativa a los contextos institucionales en donde se desarrolla. Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos (MEN, 2006, pág. 49).

Es importante resaltar el aporte que entrega (Ibid, p. 21) citado por (García, et, al, 2013, pág. 27) acerca de la competencia mediante el siguiente interrogante: *¿Qué sería una competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella?* Para desarrollar una buena competencia el estudiante debe tener disposición e intención por aprender, de lo contrario se fracasa en el intento.

De la mano de García, hace reflexionar sobre competencia matemática con el siguiente aporte: la competencia matemática se asocia a la capacidad de afrontar problemas y actividades matemáticas de aprendizaje significativas y complejas por parte del estudiante, es decir, se focaliza en el aprendizaje del estudiante, no en la enseñanza. (García, et, al, 2013, pág. 28)

3. DISEÑO METODOLÓGICO

Esta investigación se desarrollara en seis capítulos, los cuatro primeros capítulos referentes a cada uno de los tres objetivos específicos respectivamente y apoyos para su desarrollo que son los referentes conceptuales, clasificados del objetivo general, el marco metodológico, además, los resultados y sus análisis, en el quinto capítulo se especificaran las recomendaciones y conclusiones, por último, en el sexto capítulo el soporte bibliográfico.

3.1. Tipo de investigación

El método de investigación es cualitativa de tipo descriptiva, ya que presentara la descripción de la importancia y la incidencia de las matemáticas en el aprendizaje de los aprendientes con apoyo de sus pares como forma de motivación mediante la estrategia de trabajo colaborativo. Para Danhke citado por (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006, pág. 102), *“los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis.”*

El diseño de investigación será, investigación-acción. Según (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006, pág. 706), el diseño de la investigación-acción lo define citando varios teóricos y la intención de la misma así:

La finalidad de la investigación acción es resolver problemas cotidianos e inmediatos (Álvarez-Gayou, 2003) y mejorar practicas concretas. Su propósito fundamental se centra en aportar información que guie la toma de decisiones para programas, procesos y reformas estructurales. Sandín (2003, p. 161) señala que la investigación-acción pretende, esencialmente, *“propiciar el cambio social, transformar la realidad y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación”*. Por su parte, Elliot (1991) conceptúa a la investigación-acción como el estudio de una situación social con miras a mejorar la calidad de la acción dentro de ella. Para León y Montero (2002) representa el estudio de un contexto social donde mediante un proceso de investigación con pasos *“en espiral”*, se investiga al mismo tiempo que se interviene.

Con lo anterior se ratifica la intención de este proyecto, que pretende resolver situaciones que repercutan en el paso a la media técnica y mejorar los resultados de las pruebas SABER,

fortaleciendo los saberes previos de los estudiantes en la asignatura de geometría hasta el grado noveno, según los resultados de las pruebas saber, vistos anteriormente en los antecedentes de la institución y, a su vez, fortalecer el aprendizaje dada la perspectiva a corto mediante la aplicación de la situación didáctica basada en tareas, igualmente la perspectiva a largo plazo antes mencionada.

3.2. Muestra

La INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN ubicada en el perímetro urbano del Municipio de Yumbo Valle, tiene tres sedes bajo su responsabilidad, mediante las cuales ofrece modalidades de transición, básica primaria, básica secundaria y media técnica. Está compuesta por una diversidad étnica y cultural, donde priman el respeto, el amor y la responsabilidad, que son los valores institucionales.

La institución educativa en el año 2017, cuenta con una población de 1481 estudiantes registrados en el Sistema Integral de Matricula (SIMAT), por ende la muestra a utilizar en este trabajo de investigación serán los estudiantes de un mismo grupo, en este caso del grado 9-2. Los participantes de esta investigación corresponden a 32 estudiantes, cuya edad oscila entre 14 y 16 años con género mixto (hombres y mujeres) que tienen apropiación por las matemáticas como aquellos que presentan dificultad para su aprendizaje.

Dado que el método de investigación es cualitativo se tomara la muestra no probabilística, por lo que los elementos de la investigación no dependen de la probabilidad si no de las características de la investigación. El muestreo será de casos extremos.

Se utilizaran las instalaciones de la institución educativa Titán y lugares externos donde se pueda aplicar el proceso de cubicaje de forma vivencial. Se desarrollara en un tiempo de un periodo (tercer periodo del año 2017).

3.3. Técnicas de Recolección de Datos

Se realizara el plan de análisis de la investigación con enfoque cualitativo de tipo descriptivo, por los tanto se realizara la recolección de los datos y el análisis en paralelo. Las

técnicas a utilizar son aplicadas en contextos educativos para recopilar datos en este tipo metodología, por lo tanto provendrán de:

- Trabajo de campo
- Encuesta de conocimiento cultural y disposición académica. (Ver anexo 1).
- Observación (participación activa),
- Evaluación diagnóstica inicial y final. (Ver anexo 2).
- Análisis de la secuencia didáctica basada en tareas.
- Entrevista final (grupal).

También, se tendrá en cuenta las siguientes técnicas de análisis:

- Descubrimiento de temas y patrones.
- Análisis de contenido cuantitativo.
- Análisis de dominio.
- Contextualización de términos.
- Análisis de interlocutores.
- Análisis componencial o de contraste.
- Análisis semiótico.
- Análisis basado en teoría fundamentada.

Se tendrá en cuenta la visualización de los resultados entre casos.

En la encuesta:

Es importante resaltar que la observación es una técnica utilizada por muchos investigadores para recoger datos en hechos que causan curiosidad o en el desarrollo de un suceso, y permiten comprender las acciones del ser humano; fundamentalmente en el método científico. Para esta investigación esta técnica se utilizó para recopilar información en el desarrollo de la situación didáctica basada en tareas, y así, evidenciar fortalezas y debilidades, obstáculos que estuvieron presentes en las actividades de propuestas en el aula.

3.4. Procedimientos

La investigación de este proyecto se lleva a cabo en cuatro fases:

En la primera fase (perfiles de entrada), se aplican dos instrumentos definidos así: Como primer instrumento la encuesta de actitud en el conocimiento cultural y disposición académica, descrita en el anexo 1, tomada de (Godino, 2004, pág. 77) para la pretensión de la muestra de estudiantes en estudio, se utilizó la encuesta, mediante las siguientes consideraciones éticas: procesos de validación, confidencialidad, participación voluntaria.

La encuesta se puede definir como un instrumento practico para “*recopilar información sobre las dimensiones afectivas de la enseñanza y el aprendizaje, tales como puntos de vista, actitudes, motivación y preferencias, y permiten al profesor recopilar gran cantidad de información de una manera relativamente rápida*” (Richards & Lockhart, 1998: 19).

Entendiéndose como actitud a la definición de varios autores que cita (Sampieri-et-al, 2006): “*Una actitud es una predisposición aprendida para responder coherentemente de una manera favorable o desfavorable ante un objeto, ser vivo, actividad, concepto, persona o sus símbolos*” (Fishbein y Ajzen, 1975; Oskarnp, 1991; Eaglyy Chaiken, 1993).

El formato de la encuesta es con preguntas abiertas y cerradas, en este caso hay solo una abierta que los estudiantes no la tuvieron en cuenta, presenta 14 ítems que se valoran con opción de respuesta de 1 a 5 en escala Likert:

Este método fue desarrollado por Rensis Likert en 1932; sin embargo, se trata de un enfoque vigente y bastante popularizado. Consiste en un conjunto de ítems presentados en forma de afirmaciones o juicios, ante los cuales se pide la reacción de los participantes. Es decir, se presenta cada afirmación y se solicita al sujeto que externé su reacción eligiendo uno de los cinco puntos o categorías de la escala. [...] (Sampieri-et-al, 2006, pág. 341).

Se explica al grupo de estudiantes la forma de diligenciamiento y aceptan haber entendido.

Para el segundo instrumento, desde la población estudiantil de la institución educativa se tomara una muestra heterogénea de estudiantes que corresponde al grado 9² para determinar en ellos, cómo incide el aprendizaje de grados anteriores (pre- saberes) en la asignatura de geometría en el presente, desde el objeto matemático, cálculo del volumen de los ortoedros, dominio de conceptos en la importancia de las matemáticas, no solo en el sistema educativo,

también, en la práctica diaria y como proyecto de vida en el fortalecimiento del mundo laboral, a través, de una evaluación diagnóstica inicial (ver anexo 2).

La evaluación diagnóstica aplicada está diseñada tomando como referencia las cartillas de las pruebas SABER liberadas por el ICFES, iniciando con temáticas desde el grado tercero hasta noveno en una complejidad creciente que conlleva al objeto matemático propuesto para este trabajo de investigación y, determinar los obstáculos que desfavorecen el aprendizaje en los estudiantes que presentan bajo nivel de desempeño en el área de matemáticas.

La primera pregunta tiene como objetivo mirar la capacidad de utilizar instrumentos de medición con patrones no definidos. Con la segunda pregunta se pretende comprobar la capacidad de relacionar una magnitud con su unidad de medida correspondiente. Con la tercera, cuarta, sexta y octava pregunta se busca verificar la capacidad de interpretar superficies mediante el concepto de área, con técnicas de estimaciones o aproximaciones y precisiones, además, en la pregunta ocho: Diferencia magnitudes de un objeto y relaciona las dimensiones de éste con la determinación de las magnitudes.

La quinta pregunta pretende verificar la manera de razonar sobre los desarrollos de las figuras tridimensionales en bidimensionales mediante actividad cognitiva de conversión de las representaciones semióticas. La pregunta siete y diez busca el acercamiento al concepto de volumen y el cálculo de este, que es el objetivo central de esta investigación. Por último, la pregunta nueve busca evidenciar el dominio de los números reales, en este caso los números decimales mediante la utilización de medidas, planteados mediante la resolución de problemas y la argumentación.

En la segunda fase: Se concientizó a los aprendientes lo importante de la comprensión de las matemáticas en el desarrollo de la vida: académica, laboral, profesional y, del diario vivir; mediante video y lecturas.

Que es un compromiso de toda la comunidad educativa y del estado que los niños y niñas que están en las instituciones educativas tengan aprendizajes significativos, siendo una tarea ardua de los enseñantes para que los aprendientes respondan a las exigencias del estado en las pruebas externas.

Debido a esto, es necesario buscar una estrategia pedagógica que movilice los saberes y mejore los niveles de aprendizaje del área de las matemáticas entre los estudiantes, por eso

se pensó en el trabajo colaborativo como estrategia que movilice el aprendizaje, demostrado por Vygotsky en su teoría del constructivismo-social; mediante una situación didáctica basada en tareas.

Esta estrategia de aprendizaje plasmada en el proyecto –Pivotes de Sabiduría pretende utilizar a los estudiantes con alto nivel en el área de las matemáticas, como monitores para nivelar a sus pares mediante los compromisos de clase intra y extramuros, para movilizar saberes y la formación autónoma (autorregulación) con ayudas extras como el método de la clase invertida entre otros.

En esta fase se diseña e implementa la situación didáctica basada en tareas. Ver anexo 5

En la tercera fase (perfiles de salida), se utiliza la evaluación diagnóstica inicial como instrumento que define el perfil de salida, es decir, para este caso se denomina evaluación diagnóstica final, se aplica con la intención de contrastar los resultados mediante la intervención de la situación didáctica basada en tareas, apoyada mediante el trabajo colaborativo como estrategia didáctica. Además, se realiza la reflexión como entrevista grupal donde los estudiantes expresan sus emociones y sensaciones durante las actividades programadas.

Los 32 estudiantes del grupo 9-2 participaron de los perfiles de salida, a pesar, que en la evaluación diagnóstica inicial solo la realizaron 28 estudiantes, los 4 estudiantes restantes no asistieron a clase ese día y presentaron sus respectivas excusas. Al igual que el total de los estudiantes desarrollaron la situación didáctica. Se les permitió a la totalidad de estudiantes resolver la evaluación final para incluirlos en el aprendizaje.

El análisis de la estructura de la evaluación final da una mejor visión e intención del instrumento. Ver anexo 7.

Este diseño de investigación-acción pretende abordar la problemática que se refleja en los resultados de las pruebas saber en los diferentes grados, donde los puntajes en el área de matemáticas no son los esperados, debido a las dificultades para comprender las diferentes temáticas en el área en mención.

La aplicación de la estrategia de trabajo colaborativo (monitorias), busca mejorar la problemática de la desmotivación y fortalecimiento académico hacia el área de las

matemáticas, lo cual se infiere que es causal de apatía en el área o por desconocimiento de la misma, por esta razón se toman los resultados de las pruebas SABER de los 2 años anteriores a la aplicación de este proyecto de investigación para determinar las debilidades académicas y validar después de esta aplicación si mitiga el problema e impacta en un cambio positivo.

En la cuarta fase disponen los recursos:

1. Físicos: Las instalaciones de la institución educativa y algunas viviendas de los padres de los aprendientes.
2. Humanos: Comunidad educativa en general de la institución en donde se implementara el proyecto.
3. Técnicos: Celulares, computadores, videos, videobeam, fotocopias, lápices, internet, cajas didácticas (cajas de cartón), flexómetros, y otros.
4. Financieros: Los necesarios para llevar a cabo este proyecto.

Además, esta fase tiene como objetivo el análisis de los datos donde se comparan los perfiles de entrada y salida que se clarificaron anteriormente, como son: la encuesta, las evaluaciones inicial y final, también, se tendrá en cuenta los datos que arrojo la observación de la aplicación de la situación didáctica basada en tareas y la entrevista grupal.

Los resultados ayudan al investigador de este proyecto a realizar conclusiones para un beneficio de aprendizaje. Se concluye que en general habrá una población beneficiada que son los estudiantes de la institución educativa Titán del municipio de Yumbo Valle, focalizado en el grado 9² de la sede Cacique Jacinto Sánchez (multipropósito).

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

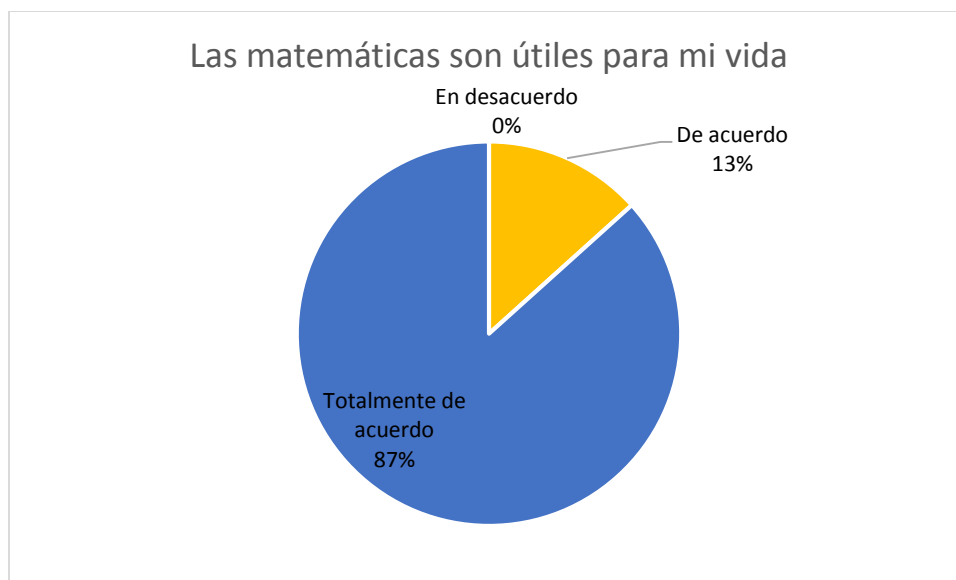
En este capítulo se registra el análisis de los instrumentos que se utilizaron con los estudiantes del grado 9-2 que corresponden a la muestra a nivel de la institución y sus respectivas gráficas estadísticas, así como la descripción de la situación didáctica basada en tareas.

4.1. Encuesta de Actitud Inicial

La encuesta de actitud inicial se aplicó como primer instrumento para la recolección de los datos. Su objetivo fue determinar la apreciación de los estudiantes frente a las matemáticas, el uso de recursos para la medición y gusto frente a actividades propuestas en clase.

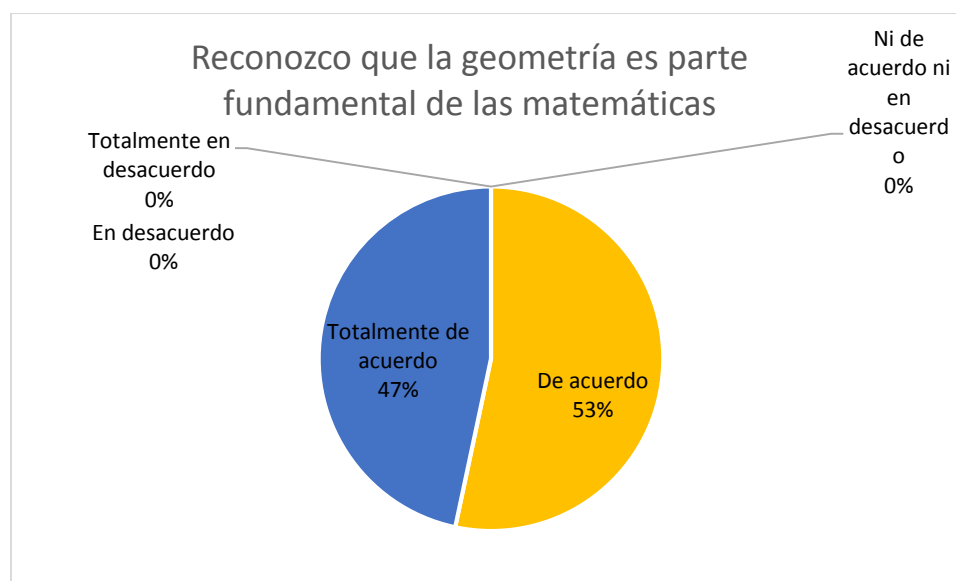
Las gráficas que se muestran a continuación, una a una corresponde a los resultados de la encuesta de las afirmaciones descritas en cada ítem.

En la pregunta N° 1. Los estudiantes reconocen las matemáticas como una necesidad útil para la vida, no solo como proceso de aprendizaje lo cual se deduce en la siguiente gráfica, donde el 100% lo dicho anteriormente, con un 13% de acuerdo y un 87% totalmente de acuerdo:



Gráfica 1

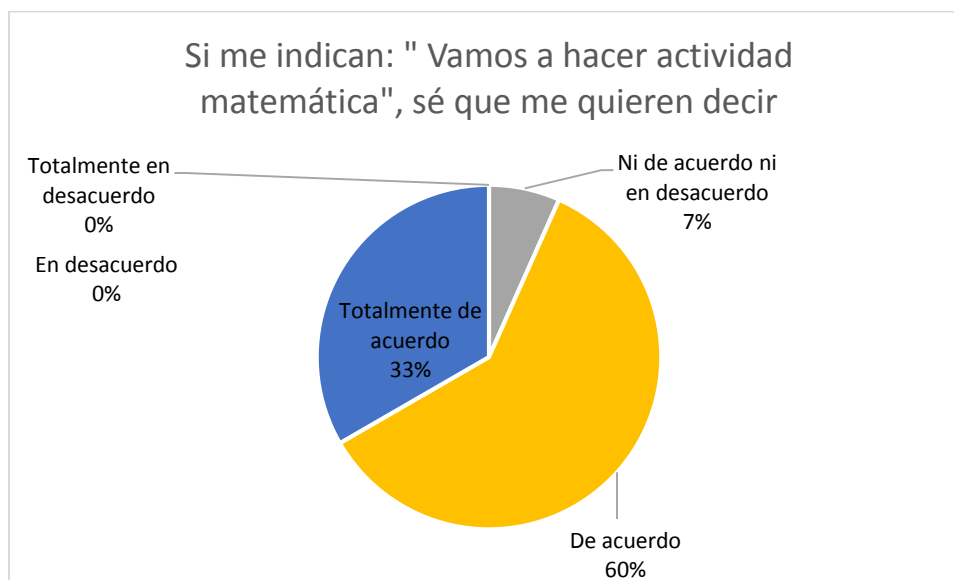
Ahora, en la pregunta N° 2. Con la afirmación y las repuestas que se reflejan a continuación, se pretende analizar si comprenden que la geometría hace parte de las matemáticas, por lo tanto al realizar situaciones geométricas se está realizando actividad matemática. Por esta razón la geometría es también útil para la vida. Es claro para los estudiantes que la geometría es parte fundamental en los aprendizajes de matemáticas, donde el 100% respondieron positivamente. Totalmente de acuerdo con un 47% y de acuerdo el 53%.



Gráfica 2

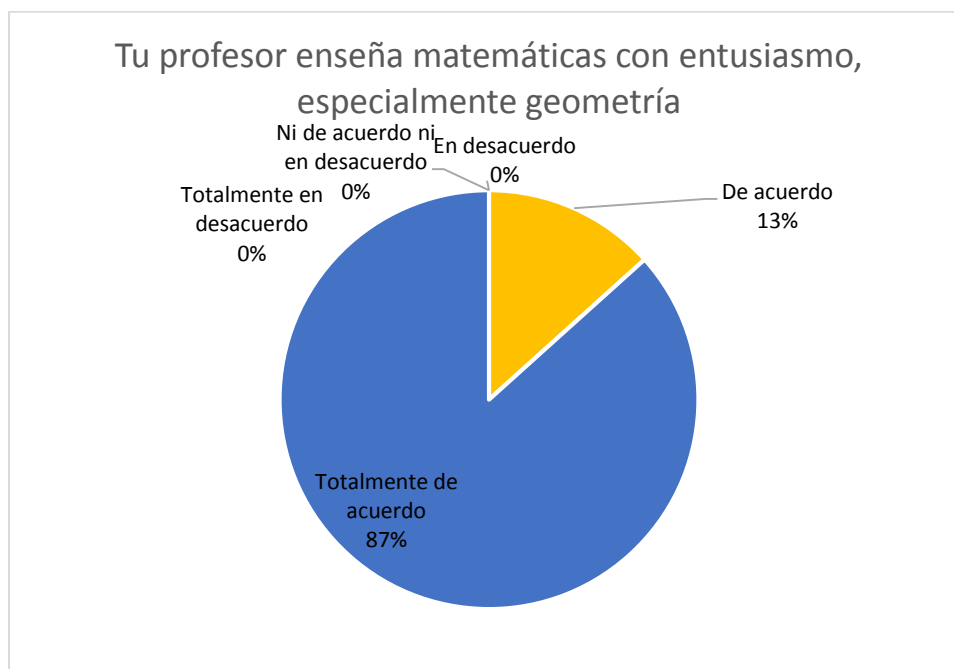
Para la pregunta N°3. Se describe que: En las clases continuamente se les inculca el concepto de competencias, la actividad matemática está relacionada con el desarrollo de competencias matemáticas, como lo indica García: “[...] y a la actividad matemática de este en contextos escolares y extraescolares, a condiciones de uso social de la competencia por parte del sujeto que aprende”. (García, et al, 2013, pág. 29)

Es claro para los estudiantes qué es realizar actividad matemáticas, al igual que comprenden que realizar actividad matemática corresponde al desarrollo de los procesos matemáticos, que es algo fundamental en los procesos matemáticos, solo un mínimo porcentaje presenta duda sobre este concepto, el 7% no está ni de acuerdo ni en desacuerdo, el 60% está de acuerdo y el 33% se encuentra totalmente de acuerdo, indicando que el 93% tienen un concepto favorable:



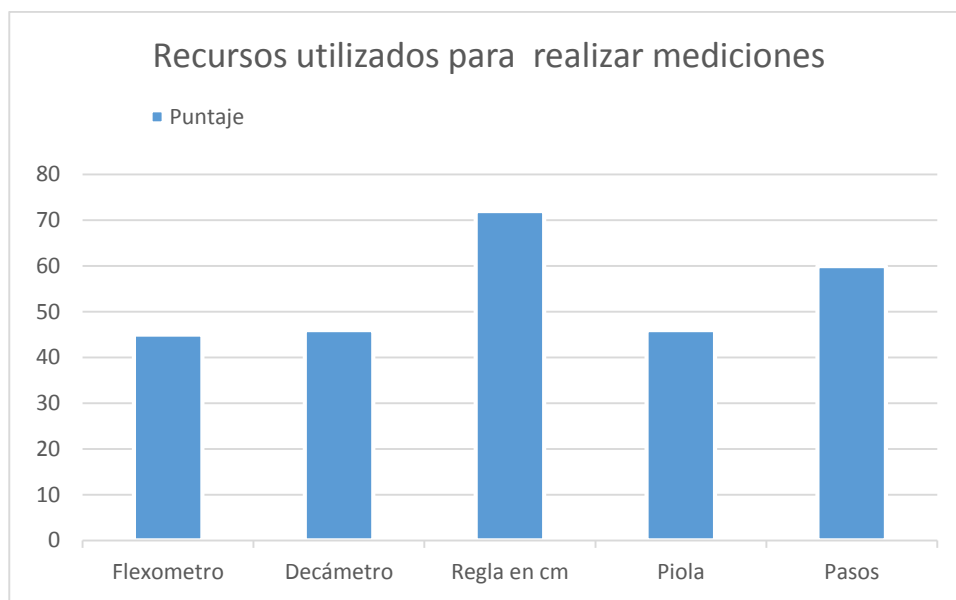
Gráfica 3

A continuación, se busca verificar si el docente que les orienta en matemática motiva a los estudiantes con su actitud, dinamismo, entusiasmo; pero se les indaga direccionando la pregunta hacia la asignatura de geometría que es lo relevante en este proyecto. Los estudiantes responden de forma positiva que no hay apatía o pereza por parte del docente, todo lo contrario, el 100% lo corroboran con un 13% de acuerdo y un 87% totalmente de acuerdo:



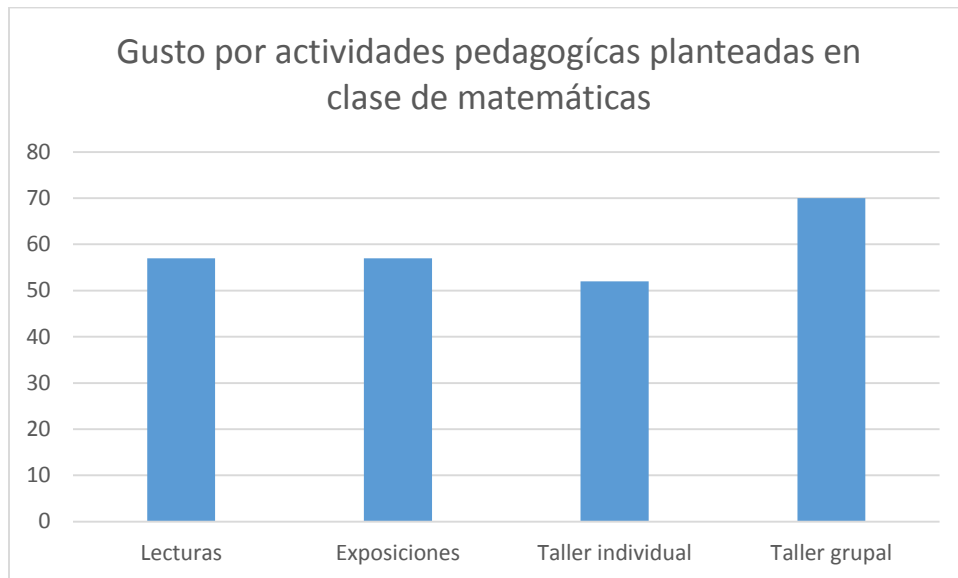
Gráfica 4

En la pregunta N°5. Se pretende analizar con cuales instrumentos de medición han tenido contacto los estudiantes, este punto describe recursos importantes para medir y, es necesario reconocer que los estudiantes lo manipulen de manera correcta para el proceso de aprendizaje en la situación didáctica basada en tareas. A demás que diferencien patrones de medida convencional y no convencional. En primer lugar muestra que el instrumento más utilizado es la regla graduada en centímetros con 72 puntos de aceptación, en segundo lugar los pasos para estimar medidas con una aceptación de utilidad de 60 puntos, en tercer lugar la piola y el decámetro con 46 puntos, dejando atrás el flexometro en cuarto lugar con aceptación de utilidad de 45 puntos. Cabe aclarar que el instrumento que más se utilizó en la secuencia didáctica fue el flexometro graduado en centímetros y pulgadas:



Gráfica 5

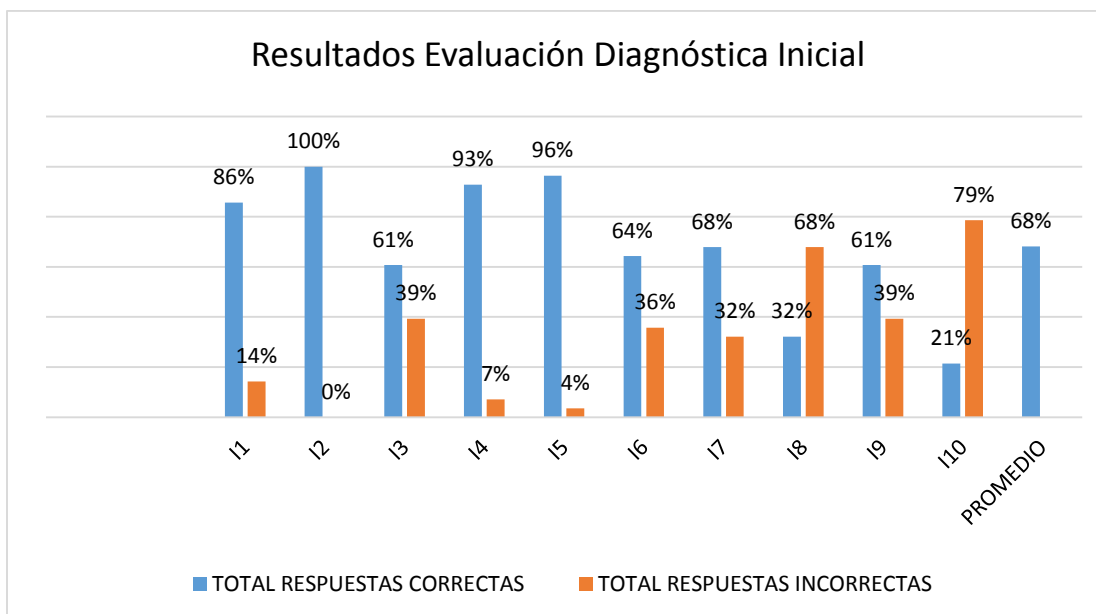
En la pregunta N° 6. Se muestran las actividades pedagógicas que se utilizan como complemento para el aprendizaje y la preferencia según el gusto de los estudiantes, es relevante que la práctica de estudio preferida es el trabajo grupal con una aceptación de 70 puntos y que es la estrategia didáctica con la que se desarrolló esta tesis, en segundo lugar están las exposiciones y lecturas que son parte importante para los procesos de aprendizaje, con aceptación de 57 puntos cada una:



Gráfica 6

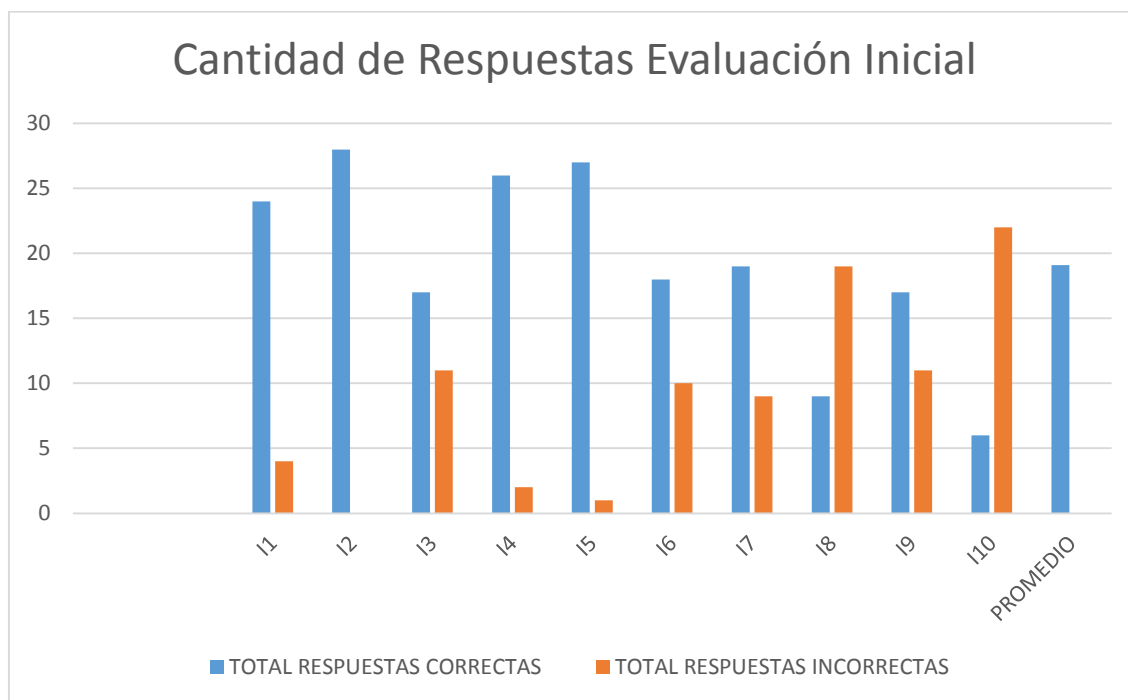
4.2. Evaluación Diagnóstica Inicial

La siguiente gráfica muestra el desempeño de los estudiantes reflejado en las respuestas correctas e incorrectas de las 10 preguntas de la prueba diagnóstica inicial descrita en el capítulo anterior y cuyo instrumento de evaluación se evidencia en el anexo 6. , este resultado se muestra mediante porcentajes.



Gráfica 7

La evaluación diagnóstica inicial muestra un promedio de 68% en las repuestas correctas, la pregunta N° 8 tiene un 32% y la pregunta N° 10 tiene un 21% de favorabilidad sobre las respuestas acertadas, indicando esto, que son las de mayor dificultad y corresponden al objeto matemático tratado para esta tesis, la pregunta N° 10 requiere del cálculo del volumen de un ortoedro, la pregunta N° 8 necesita tener claridad sobre el cálculo de áreas y perímetro en figuras planas (polígonos), la pregunta N° 7 se refiere al volumen de un ortoedro pero no requiere de su cálculo, se necesita aplicar el valor numérico de una expresión determinar un valor ya establecido, no razonan sobre el volumen, esta razón da a entender por qué el 68% de respuesta acertada. La pregunta N° 9 presenta una favorabilidad del 61% en sus respuestas acertadas, debido a que requiere solo un proceso de adición y aproximación, la mayor dificultad para se evidencia en la suma de números decimales, la ubicación en el valor posicional. Las otras preguntas presentan un alto porcentaje de favorabilidad debido a que esta evaluación está trazada en una complejidad ascendente, en primer lugar la intensidad era reconocer el aprendizaje de los saberes previos.



Gráfica 8

La gráfica anterior muestra la cantidad de respuestas acertadas y erradas que se corroboran en la gráfica 7.

4.3. Secuencia didáctica basada en tareas

La secuencia didáctica basada en tareas se presenta a continuación mediante el desarrollo de cada una de ellas, donde se evidencian los alcances de los aprendizajes en los aprendientes.

Antes de iniciar con las tareas matemáticas se realizó la encuesta descrita en el capítulo anterior, posteriormente la evaluación diagnóstica inicial para el reconocimiento de los pre-saberes.

Las tareas propuestas a continuación se desarrollan en los cuatro momentos planteados por Brusseau, en apartados anteriores. Estos momentos se clarifican en la descripción del desarrollo de las tareas.

Para precisar el contenido de las tareas invito ver [anexo..](#)

4.4. Tarea 1: Diagnóstico de Conocimientos Previos

La necesidad de desarrollar esta tarea requirió reconocer algunos saberes previos en los estudiantes sobre un objeto concreto (caja didáctica), por esta razón 3 días después, a partir de la realización de la evaluación diagnóstica se les pidió a cada estudiante llevar a la siguiente clase una caja de cartón donde todas sus caras fueran rectángulos. Igualmente una cinta métrica o un flexómetro que tenga unidades de medición en centímetros y pulgadas.

La siguiente imagen muestra algunas de las cajas que entregaron:

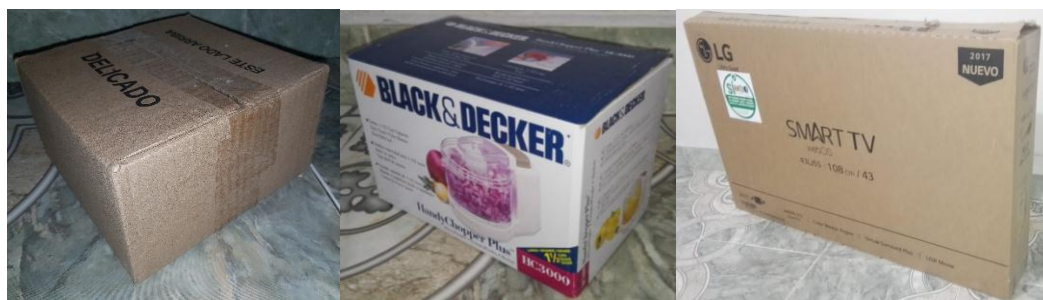


Imagen 15

Una estudiante se presentó con una caja de regalo en forma de cubo.

✓ Momento 1: Situación de Acción

En esta fase se les indica que tomen el objeto concreto que cada estudiante llevó y se les pidió que analizaran la caja didáctica para responder de manera individual las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos rectángulos paralelos y congruentes hay?

En esta pregunta deben relacionar las caras de la caja con rectángulos y reconocer los conceptos de paralelismo y congruencia.

2. ¿Cuántos lados forman la caja?

La intención de esta pregunta es qué relacionen el concepto de lado de un polígono con la aproximación al concepto de arista en un sólido geométrico.

3. ¿De cuántas formas diferentes se puede apoyar la caja sobre el piso sin repetir en su cara paralela?

En esta pregunta se pretende que retomen el saber de la pregunta 2 de la tarea e identifiquen las caras paralelas y reconocer que el objeto concreto solo se puede apoyar en 3 de sus caras sobre el piso.

En esta fase el estudiante explora, debe reconocer por sí mismo con sus propios conocimientos y lo que el medio le aporta.

La pregunta 4 de la tarea fue la de mayor comprensión, todos los estudiantes respondieron acertadamente. La pregunta 3 la respondieron acertadamente solo 10 estudiantes, se puede inferir que confundieron lados con caras puesto que la mayoría respondió 6 lados. La pregunta 2, en cuanto a las caras paralelas acertaron 30 estudiantes y acerca de la congruencia solo respondieron acertadamente 13 estudiantes. De aquí nace un punto de partida para reforzar algunos conocimientos. La pregunta 4 se aplica en el desarrollo de la tarea 5. Cabe resaltar que solo 8 estudiantes respondieron de forma acertada los interrogantes anteriores. Las siguientes imágenes muestran la evidencia del proceso:

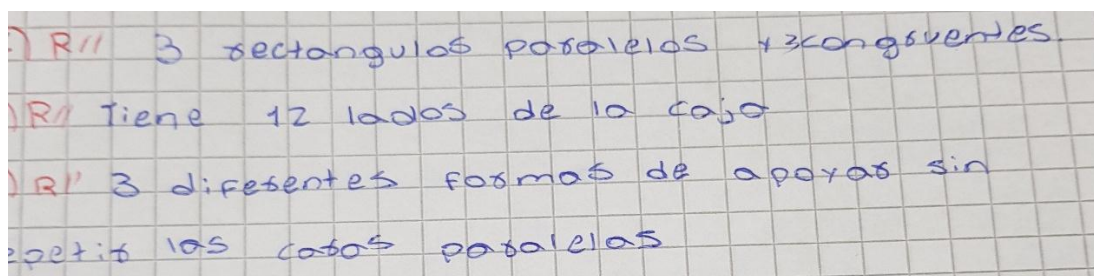


Imagen 16

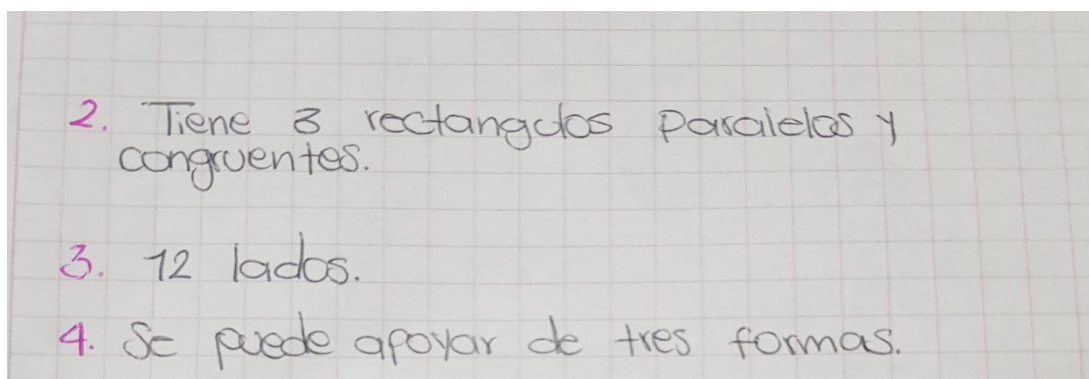


Imagen 17

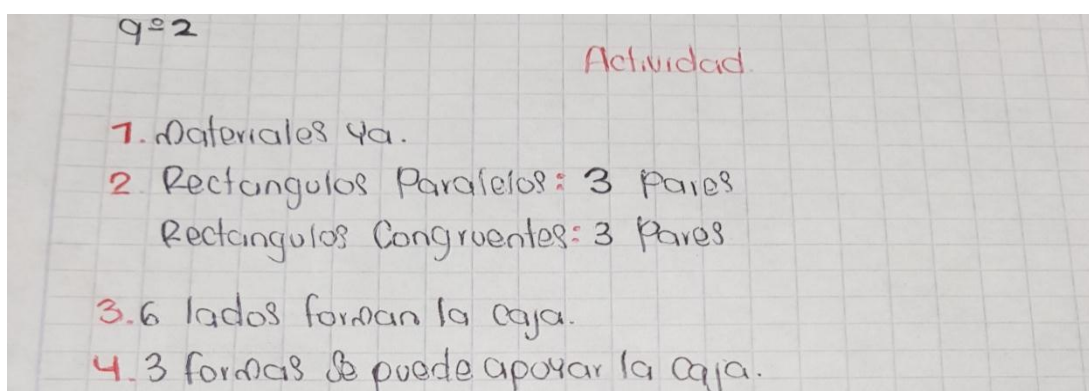


Imagen 18

En esta fase se presentan videos para explorar conocimiento: dos video de cubicaje y otro de reconocimiento de números Reales, adicionalmente dos lecturas para comprender los procesos de trabajo colaborativo e importancia de las matemáticas:

Videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=YmFw-5srZb8>

<https://www.youtube.com/watch?v=yY3pFyV6EUg&t=272s>

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G8/M/M_G08_U01_L06/M/M_G08_U01_L06/video/AN_%20M_G08_U01_L06_01_01.mp4

Lecturas: Ver anexo 13. , Aprendizajes y Prácticas Colaborativas, pág. 40 y 41 (se recomienda ver artículo Didácticas Colaborativas. Una práctica transformadora de la enseñanza en la escuela, (Lenis, 2017).

✓ **Momento 2: Situación de Formulación**

Previamente a la tarea N° 2 inicia la fase de formulación, también denominada por Brusseau comunicación, se les pide a los estudiantes que se organicen en grupos de 5 personas y sobre las respuestas anteriores compartan información y determinen si las respuestas coinciden, donde se presentaron desaciertos y entre pares se corrijan, un par le dice a la compañera que llevó la caja en forma de cubo que la instrucción fue clara que requería que las caras fueran rectángulos no cuadrados.

Esta fase corresponde también al desarrollo de la tarea 2 debido que el sujeto que aprende necesita la interacción con otro sujeto también en proceso de aprendizaje.

4.5. Tarea 2: Medición y Reconocimiento de Aristas

Al momento de desarrollar la tarea 2, los estudiantes tenían la caja de cartón (llamada caja didáctica) en el salón de clases, se solicitó en la tarea 1, así mismo los recursos para realizar las mediciones, algunos estudiantes llevaron un metro de modistería (cinta métrica) marcado por una cara en centímetros y por la otra cara en pulgadas, lo cual generó dudas para algunos de ellos al momento de medir, no tenían claridad cual cara marcaba los centímetros y cual cara las pulgadas, por lo tanto se dio la necesidad de que los pares que no tenían esa dificultad los orientaran, otros estudiantes llevaron el flexómetro.

Continuación momento 2: Situación de Formulación

Con los grupos organizados se les pide elegir una caja didáctica de las llevadas por cada uno del grupo, para medir todos los lados de la caja y anotar la medición respectiva tanto en pulgadas como en centímetros y escribir en su cuaderno qué concluyen al comparar estas

medidas. En adelante desarrollan los ítems 7 y 8. Este momento se aprovecha para reforzar el tema de conversión de unidades, por ejemplo: se les indica a los estudiantes que 1 metro corresponde a 100 centímetros, que practiquen con las medidas que tomaron en centímetros para ver su equivalente en metros.

Se presentan a continuación unas imágenes para evidenciar el proceso:

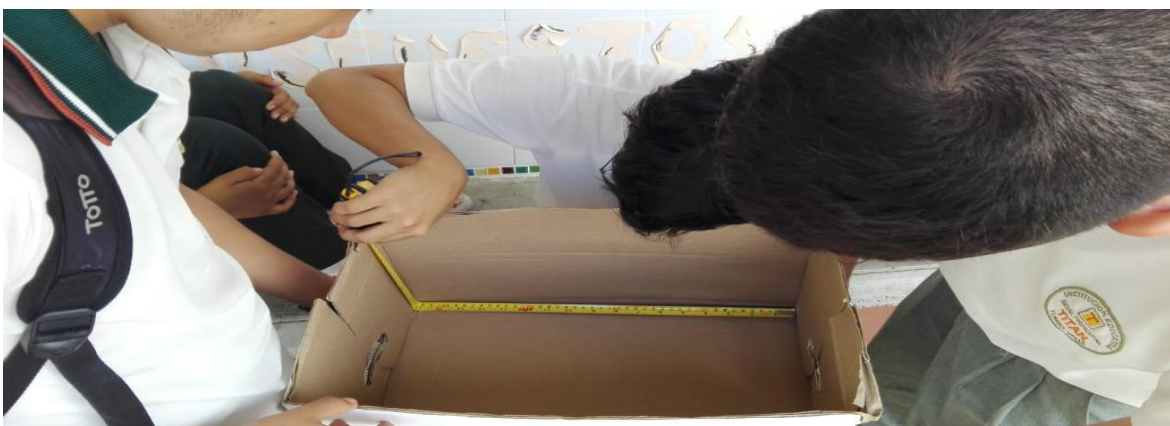


Imagen 19



Imagen 20



Imagen 21

Al momento de resolver los ítems 5, algunos grupos de estudiantes concluyen que las medidas se repiten, dicen también que no son exactas, es decir, resultan números decimales que corresponden al conjunto de los números racionales, que no se necesita medir todos los lados de la caja para saber la medida de los otros lados, también que los lados de la caja no son todas iguales, la intención es concluir que las aristas (lados para ellos) son solo tres diferentes las demás son paralelas y congruentes, por lo tanto solo con medir tres de ellas no paralelas tenemos la medida en todas las aristas de la caja, es decir, las aristas perpendiculares de la caja, esto aproxima a la respuesta del punto 8.

El ítem 7 les pide definir la palabra arista para construir su concepto, después comparar con el concepto real. Además se les entrega información para entender que su caja de cartón (caja didáctica, también llamado objeto concreto) corresponde a un ortoedro y la definición respectiva de este.

A continuación se muestran algunas imágenes del desarrollo de los estudiantes de los ítems 5, 6, 7 y 8:

Ejercicio 5: Concluir que las caras paralelas de mi caja, algunas no miden lo mismo, ya sea por 1 o más centímetros.

Ejercicio 6:

Ejercicio 7:
 Arista: son los bordes de la caja y quebres que se miden.
 Real: Es la línea resultante del cruce de dos superficies o planos.

Ejercicio 8: Hay 3 aristas.

Imagen 22

5. Conclusiones Luego de medir la caja en este trabajo podemos concluir que hay lados en la caja que tienen las mismas medidas como por ejemplo el lado derecho y el lado izquierdo.

6.

7. ¿Qué es una arista?
 Las aristas son las líneas que se cruzan entre sí, dos caras.

8. 3

Imagen 23

5. Conclusión = Las caras paralelas de cada uno no son exactamente iguales se pasan por 1 o 2 milímetros.

6. Similitud de caja =

7. Arista (mi definición) = es la línea que va desde el punto donde se une hasta el otro extremo como los bordes de cada cara.
 Arista (definición real) = línea resultante del cruce de dos superficies o planos. segmentos de una recta que marcan el límite de los lados de una figura plana.

8. Quedaron 7 aristas diferentes.

Imagen 24

4.6. Tarea 3: Cálculo del Volumen, (Cubicaje).

Se les pide a los estudiantes que se organicen con los grupos ya conformados.

La intención de esta tarea es que los estudiantes validen sus procesos, pero se realiza un refuerzo de saberes mediante a situación de formulación (comunicación).

✓ Momento 3: Situación de Validación

En el desarrollo de esta tarea se pide a los grupos que reconozcan en su objeto concreto los elementos que corresponden a un ortoedro, también que realicen los desarrollos de la caja para evidenciar las representaciones del objeto en forma bidimensional y tridimensional.

Se les pide a los grupos de estudiantes responder la pregunta descrita en el ítem 12 ¿Cómo calcularía el volumen de su caja? Antes de la pregunta debieron escribir lo que entienden por el concepto de volumen planteado en el ítem 11.

Se les pide hallar el volumen de la caja didáctica que eligieron en cada grupo, este desarrollo deben exponerlo en clase para la puesta en común que requiere a validación, adicionando a esto lo que concluyeron de los ítems 11 y 12.

Los estudiantes determinaron expresar los resultados en el tablero del salón de clases, la siguiente imagen nos muestra sus resultados:




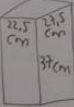
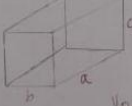

<p>Grupo 1</p> <p>11. El volumen es la capacidad que tiene un objeto para contener algo.</p> <p>12. Hallar la base para multiplicar por la altura</p> <p>15. en cm $V = 19 \times 22 \times 33 = 33574 \text{ cm}^3$ en pulgadas $V = 19 \times 9 \times 13 = 2.223 \text{ pl}^3$</p> 	<p>Grupo 2</p> <p>11. El volumen es lo que cabe dentro de la caja</p> <p>12. Se calcula multiplicando el volumen de la caja por la base de ella.</p> <p>15. $V = 30 \text{ cm} \times 24 \text{ cm} = 720 \text{ cm}^3$ $b = 30 \text{ cm} \times 38 \text{ cm} = 1140 \text{ cm}^2$ $= 720 \text{ cm} \times 1140 \text{ cm} = 820.800 \text{ cm}^3$</p> 	<p>grupo 3</p> <p>11) El volumen es la capacidad que puede tener algo</p> <p>12) Calcularía el volumen de la siguiente manera: Base por altura.</p> <p>Volumen = $59,5 \text{ cm} \cdot 28 \text{ cm} = 1666 \text{ cm}^3$</p> <p>En pulgadas = $130,5 \text{ pg} \cdot 11 \text{ pg} = 1.435,5 \text{ pg}^3$</p> 
<p>Grupo 4</p> <p>11. El volumen es la capacidad de la caja</p> <p>12. sumando sus tres lados</p> <p>15. $V = 22,5 \text{ cm} + 27,5 \text{ cm} + 37 \text{ cm} = 87 \text{ cm}^3$ $V = 98 \text{ pl} + 14,5 \text{ pl} + 11 \text{ pl} = 34,5 \text{ pl}^3$</p> 	<p>Grupo 5</p> <p>11) El volumen es la cantidad que cabe dentro de la caja</p> <p>12) Se multiplica el primer valor por el segundo y luego por el tercer valor</p> <p>$a = 22,5 \text{ cm} = 8,9 \text{ pl}$ $b = 9,4 \text{ cm} = 3,6 \text{ pl}$ $c = 16,5 \text{ cm} = 6,9 \text{ pl}$</p> <p>$V_{\text{cm}} = (22,5)(9,4)(16,5) = 3489,375 \text{ cm}^3$ $V_{\text{pl}} = (8,9)(3,6)(6,9) = 216,108 \text{ pl}^3$</p> 	<p>Grupo 6</p> <p>11- el volumen equivale a la cantidad que ocupa dentro de la caja</p> <p>12- Se suman sus medidas</p> <p>15- el volumen es $18 + 20 + 15 = 53$ centímetros</p> 

Imagen 25

Se les pide tomar nota de los grupos expositores para tener en cuenta en la siguiente tarea.

4.7. Tarea 4: Aplicación en la realidad de cubicaje. (Volumen del ortoedro)

Se les pide a los estudiantes leer el planteamiento de la tarea 4, con la información descrita en esta tarea se les pide someter a juicio la puesta en común de la área 3 y mediante la intervención de sus pares determinar cuáles grupos contestaron de manera correcta, luego de debatir deciden que las respuestas acertadas fueron los grupos N° 1 y N° 5. Se concluye que los grupos N° 4 y 6 relacionaron este procedimiento con el perímetro y esta fue su confusión, así mismo el grupo N° 3 confundió este proceso con el cálculo de áreas.

✓ Momento 4: Situación de Institucionalización

En esta fase interviene el docente mediante los conceptos teóricos, por lo cual al inicio de la tarea se les entrega la información detallada de cómo calcular el volumen de los ortoedros, en esta fase deben mediante la estrategia didáctica de trabajo colaborativo aplicar los conocimientos adquiridos y con la movilización de saberes sus pares deben ser apoyo en el aprendizaje de sus compañeros. Como lo manifiesta Resnick (1996, pág. 195) en su apartado de la Cognición distribuida descrito en el anuario de psicología en “Cognición y aprendizaje” “[...] se supone que la cognición se comparte con otros individuos así como con otras herramientas y artefactos. Esto significa que el pensamiento está situado en un contexto particular de intenciones, compañeros y herramientas”; citando teorías de (Brown *et, al.*, 1989; Pea, 1992; Resnick, 1987).

Se evidencian las actividades en las siguientes imágenes:

Tarea 4
Aplicación de cubicoaje

16) 1 tonelada = 1000 kilos $\frac{2045 \text{ Kg}}{1000 \text{ Kg}} = 1 \text{ tonelada} = \underline{2,045 \text{ toneladas}}$

17) Volumen del furgón
 $V = 4,93 \text{ m} \times 2,20 \text{ m} \times 1,82 \text{ m}$
 $V = \underline{19,73972 \text{ m}^3}$

18) $22,5 \text{ cm} \rightarrow 0,225 \text{ m}$ $9,4 \text{ cm} \rightarrow 0,094 \text{ m}$ $16,5 \text{ cm} \rightarrow 0,165 \text{ m}$
 Volumen caja (en metros) = $0,00348975 \text{ m}^3$ $\frac{VF}{Vc} = \frac{19,73972 \text{ m}^3}{0,00348975 \text{ m}^3} \approx \underline{5656 \text{ cajas.}}$

19) En cualquier posición cabrá la misma cantidad de cajas.

20) $5656 \times 140 = 791.840 = 791.840$
 $\frac{791.840 \text{ lb} \times 1 \text{ K}}{216} = \frac{791.840}{2} = 395.920 \text{ K}$
 $140 \text{ lb} = x \frac{116}{216} = \frac{140}{2} = 70 \text{ K}$
 $\frac{70}{2045} = 29$ Cajas se pueden despachar con un peso de 140 lb. cada una.

21) $\frac{791.840}{2045} = 362$ cajas caben en el furgón. arbitrariamente.

Imagen 26

La imagen anterior corresponde al grupo N° 5. La siguiente imagen corresponde al grupo N° 1.

Tarea #4.

16. Esto equivale a 2 toneladas y 45 gramos.

17. $2,20 \times 4,93 = 10,846$
 $10,846 \times 1,82 = 19,73972 \text{ m}^3$

18. $\frac{19,73972}{35,574} = 55,4 \approx 55$

19. No importa cómo se acomode, siempre van a caber los mismos

20. $0,45 = 1 \text{ libra}$ $3,465 \text{ kg} = 55 \text{ cajas}$
 $0,45 \times 140 \text{ libra}$ $3,46$
 $63 \text{ kg} = 1 \text{ caja}$ $63 \times 32 = 2.016 \text{ kg}$

Imagen 27

Se presentan estas dos imágenes que son las que mejor solución tienen en el desarrollo de todos los puntos de la tarea N° 4, pero se evidenció claramente que la intensidad del cálculo del volumen en ortoedros fue satisfactorio, solo el grupo N° 3 siguió presentando dificultades.

Los ítems N° 19 y 20 no se logró aceptación por parte de ningún grupo en sus desarrollos, se tendrán en cuenta para su explicación posterior a la finalización de este proyecto de investigación. Se logró fortalecer la conversión de unidades longitudinales.

Las imágenes 21 ayuda a evidenciar lo anterior:

Taller 48

16) R11 $2045 \text{ kg} \times \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}} = \frac{2045 \text{ kg}}{1000 \text{ kg}} = 2,045 \text{ ton}$

17) R11 $V = B \cdot A = 11,5 \text{ m} \times 2,00 \text{ m} = 23 \text{ m}$

18) R11 $27,36 \text{ m} \cdot 19,73972 = 539 \text{ cajas}$

19- $539 \div 3 = 179$, en las 3 posiciones caben 179 cajas.

20- $190 \text{ L} = 140 \text{ L} \times 539 = \frac{75,460}{1} \text{ L}$

$2045 \text{ kg} = \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}} = \frac{2045}{1000} = 2,045 \text{ ton.}$

$190 = \frac{1 \text{ K}}{216} = 70$

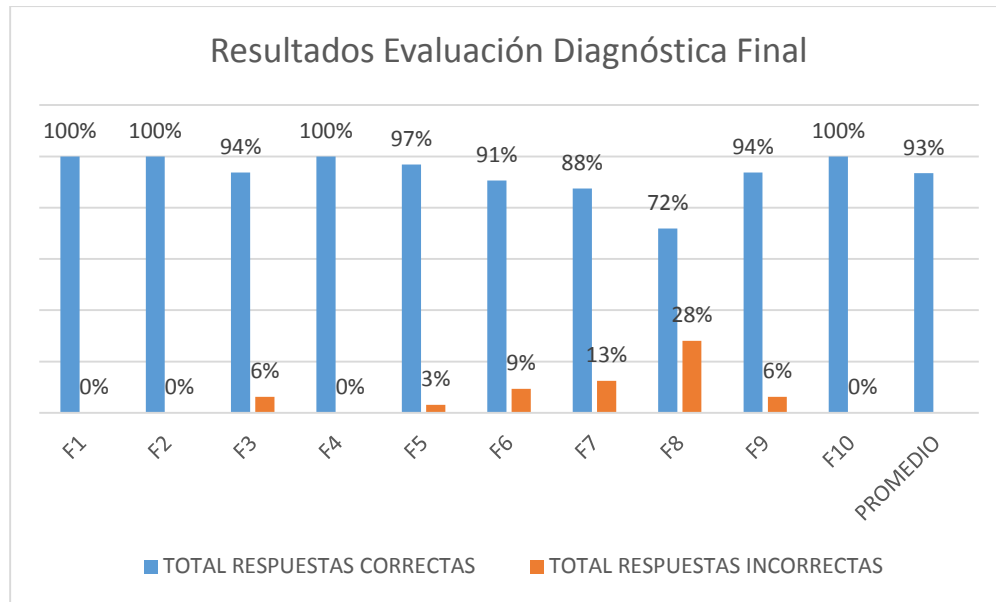
$75,4600 \text{ L} = \frac{1 \text{ K}}{216} = \frac{37,730 \text{ K}}{1}$ $2045 \div 70 = 29$

$\frac{37,730 \text{ K}}{2,045} = 18 \text{ cajas}$

Imagen 28

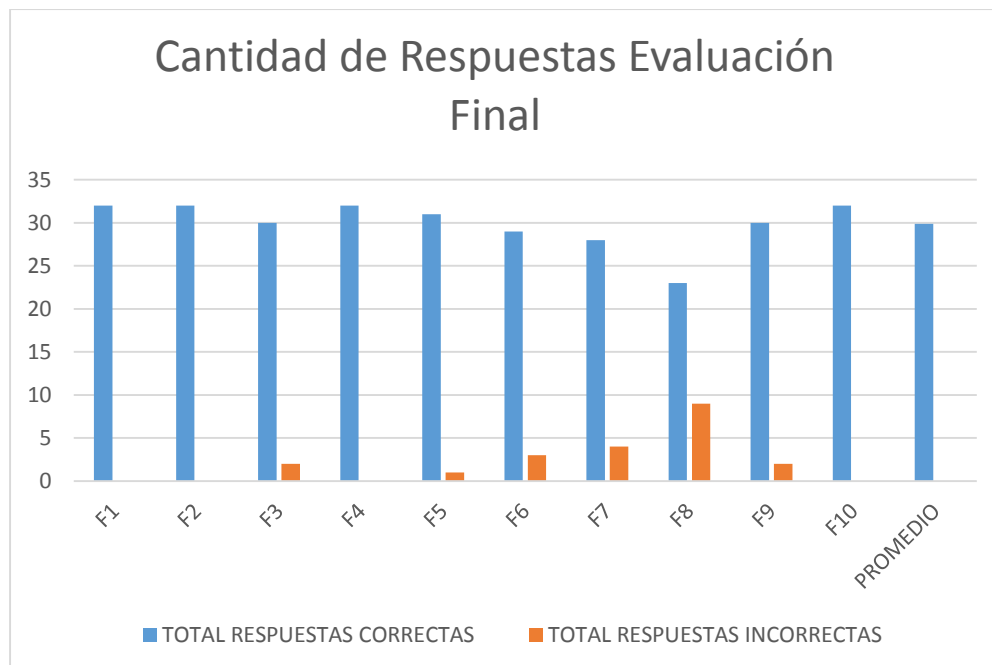
4.8. Evaluación Diagnostica final

Corresponde a la fase de salida, donde se busca evidenciar los aprendizajes en los estudiantes de forma positiva o negativa mediante el proceso e intervención de la situación didáctica y verificar si su aplicación impacta de forma asertiva. La gráfica 9 evidencia los porcentajes de la evaluación diagnóstica final:



Gráfica 9

Los resultados evidenciados en la evaluación final indican un porcentaje del 93% de respuestas correctas, donde se refleja un aumento del 25% comparado con el porcentaje de respuestas correctas de la evaluación inicial que indicó un porcentaje del 68% en las respuestas correctas.

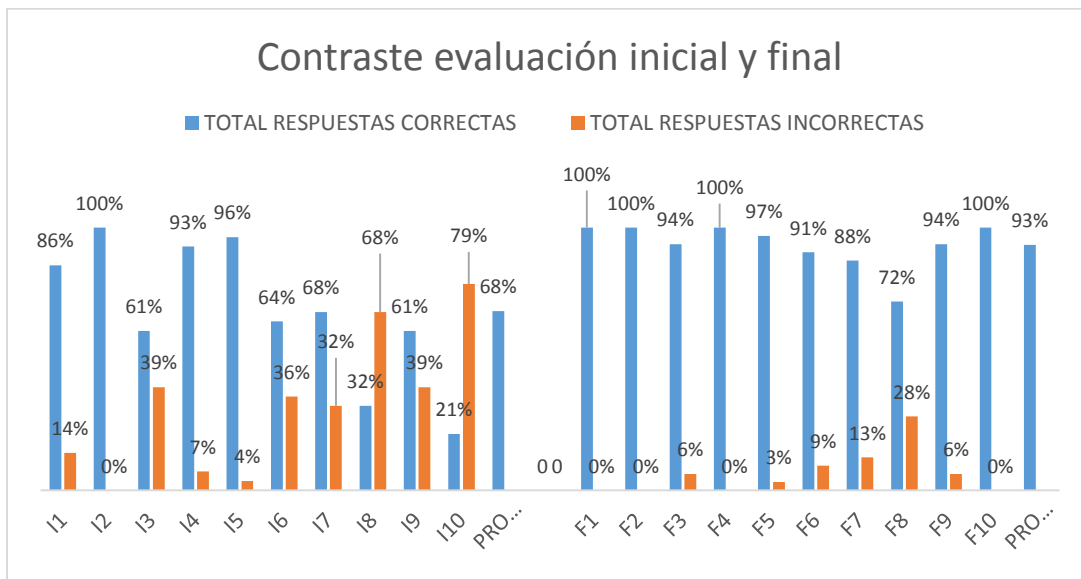


Gráfica 10

4.9. Análisis evaluación diagnóstica inicia y final

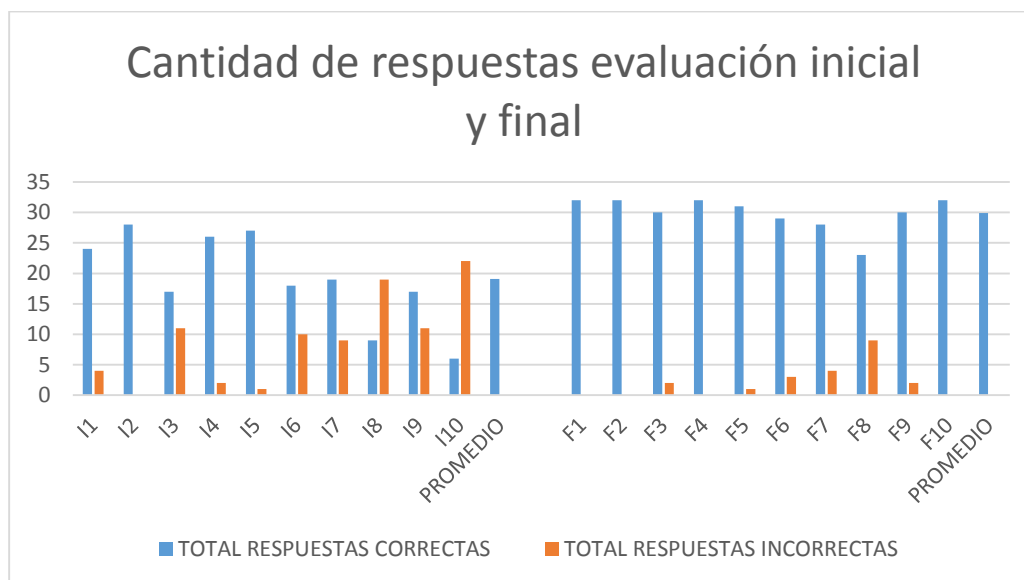
Este análisis permite ver la comparación de la evaluación de la fase de entrada y la evaluación de la fase de salida de los estudiantes que fueron partícipes de esta investigación.

Las siguientes gráficas muestran el contraste de las repuestas correctas e incorrectas en las dos evaluaciones. La evaluación corresponde a 10 preguntas, donde en la evaluación inicial se referencia I1....I10 para las barras de las repuestas, así mismo se referencia F1...F10 en la evaluación final:



Gráfica 11

La gráfica 12 es el comparativo de la cantidad de repuestas en las dos evaluaciones inicial y final respectivamente.



Gráfica 12

4.10. Entrevista Grupal (Reflexión Final)

Cuando se culminan las actividades se debe reflexionar sobre esa práctica mediante una entrevista, en este caso al terminar con la aplicación de instrumentos se debe realizar esta reflexión donde los sujetos en estudio participan dando a conocer sus emociones y sentimientos sobre la actividad mediante la cual fueron involucrados a través de preguntas y respuestas, como lo manifiesta Janesick: *“En la entrevista, a través de las preguntas y respuestas, se logra una comunicación y la construcción conjunta de significados respecto a una tema”* (Janesick, 1998) citado por (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006, pág. 597).

La entrevista grupal que se utiliza en esta investigación es una dinámica grupal como lo plantea (Sampieri, Fernández, & Baptista, 2006, pág. 597):

[...] se define como una reunión para intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados). En el último caso podría ser tal vez una pareja o un grupo pequeño como una familia (claro está, que se puede entrevistar a cada miembro del grupo individualmente o en conjunto; esto sin intentar llevar a cabo una dinámica grupal, lo que sería un grupo de enfoque).

Las preguntas corresponden al interés de conocer como la secuencia didáctica basada en tareas y el uso del trabajo colaborativo en ambientes de aprendizaje potenció los aprendizajes

en el cálculo del volumen en ortoedros. Los estudiantes se describen con las iniciales de los nombres y sus apellidos, se describen los comentarios de los estudiantes de los registros anotados durante la entrevista por lo tanto no hay una precisión de las palabras expresadas por los estudiantes.

Reunido con el grupo, se inicia con la siguiente pregunta dirigida al grupo por parte del docente: ¿Quién nos quiere compartir cómo se sintieron en las actividades desarrolladas con la situación didáctica?

Una estudiante levanta la mano y se le da la palabra, corresponde a la estudiante KBED y comparte su experiencia diciendo: este proceso es nuevo para todos y fue algo muy agradable, me gustó mucho el tema, es un tema nuevo para mí, no lo había trabajado y al inicio es complicado entender, pero una vez realizando las actividades didácticas se hace mucho más claro de entender y se nos facilitó con mi grupo aún más para los talleres. El docente interviene preguntando a la estudiante, ¿Te refieres a las tareas? La estudiante responde: sí señor, además este tema de cubicaje es de gran importancia para nosotros cuando pasemos a decimo. El estudiante MAFM interviene diciendo, profesor fue algo muy chévere ya que aprendimos cosas nuevas y porque encontramos diferentes métodos de aprendizaje. Argumenta el estudiante DPG el trabajo con las situaciones didácticas facilita entender mejor y más para algunas personas que tienen dificultad en algunos temas.

El docente realiza la siguiente pregunta ¿Quién quiere decir que le pareció la proyección de los videos al inicio de las tareas? Responde la estudiante VGR, me parece que los videos son muy necesarios e importantes porque nos da orientación y es de mucha ayuda para entender y resolver ejercicios de acuerdo a la temática, la verdad es que todos los profesores deberían hacerlo al empezar temas nuevos. Seguidamente el docente hace un nuevo interrogante ¿Cómo se sintieron en el proceso con el trabajo colaborativo? El estudiante MSMS responde: me sentí muy cómodo ya que en grupo podemos compartir nuestras ideas y unirlos en una sola para sacar muy buenas respuestas. La estudiante GJR complementa: nosotros nos sentimos a gusto trabajando en grupo porque al unir nuestros conocimientos nos facilitó realizar todas las actividades, también creemos que trabajar en grupo nos ayudara para el futuro. BVER dice: yo me sentí bien ya que me ayudo a convivir mejor con mis compañeros de grupo y una mejor actitud por entender.

El docente realiza otra pregunta ¿Cómo les pareció las tareas en una complejidad creciente, es decir, iniciar con temas sencillos y terminar con temas complejos o difíciles? A esto responde la estudiante DCH: me pareció algo muy importante porque nos ayuda a recordar otros temas y a medida que se avanza hacia lo difícil hay mejor comprensión para resolver lo talleres. El docente nuevamente pregunta ¿Y trabajar directamente con las cajas cómo fue la experiencia? Responde el estudiante DSAU: realizar los ejercicios directamente con la caja física nos ayudó a entender más fácil para responder por ejemplo, qué entendíamos por volumen, identificar las aristas, porque del tablero no se nota bien las caras y todo eso. Complementa la estudiante YKDCA: si, trabajar con objetos concretos si es mejor que trabajar con dibujos de la caja porque la representación del objeto es más amplia, lo que permite un mayor aprendizaje y más que todo en el cubicaje.

Para finalizar el docente interroga ¿El cálculo del volumen les ayudo a recordar otros temas? Interviene el estudiante CAGB diciendo, si me ayudo a recordar cómo se calculan áreas en el rectángulo, a reconocer las aristas en los sólidos geométricos, también la equivalencia de una pulgada con centímetros y... bueno muchas cosas. La estudiante MAAH dice: a mí me ayudó mucho porque los conocimientos de geometría que yo tenía eran muy elementales y ahora me quedaron claros muchos temas. JDOA interviene diciendo, yo tenía dudas en las conversiones y me aclaro este tema al tratar las otras actividades, yo pienso que lo más importante es prestar atención desde el inicio y así poder aplicar todo fácilmente.

La estudiante ETMR pide la palabra y dice: a mi parecer todos los profesores deberían implementar este tipo de actividades porque es más motivante para el aprendizaje.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Al culminar este trabajo de grado, se evidenciaron cambios en el desarrollo de los procesos que están presentes en la enseñanza-aprendizaje, más enfocados en el aprendizaje, estos cambios se generan en: la clase, los estudiantes y el enseñante quien se presenta como agente investigador.

Los tres elementos que intervinieron en el desarrollo de esta investigación dieron fruto y, fue grato ver mediante el análisis alcanzar los objetivos específicos que se plantearon. En adelante se describen los cambios uno a uno en los tres elementos mencionados:

✓ **En la clase:**

Desde el mismo instante que se aborda lo planeado para el desarrollo de este proyecto de investigación orientado bajo la competencia pensar y razonar, se notó en la clase una atención más intensa con intención de aprender y conocer procesos nuevos de aprendizaje, además resultado más agradable la interacción con los compañeros de grupo de forma más dinámica, lo cual generó las ganas de aprender y se activó la participación mediante la motivación de los demás, esto co-ayudó a la comprensión del cálculo del volumen en ortoedros y a refrescar los saberes olvidados.

Mediante la elaboración y aplicación de la situación didáctica basada en tareas matemáticas se lograron llevar a feliz término y dar cumplimiento a los objetivos específicos que se describen a continuación:

- Modelar una secuencia didáctica para el razonamiento y apropiación del pensamiento métrico en las acciones de cubicar ortoedros en diferentes espacios físicos.
- Comparar la interiorización de la competencia matemática en la estimación de medidas con situaciones que permiten calcular volúmenes.

✓ **En los estudiantes:**

El cambio más relevante e impactó de forma altamente positiva se notó en los estudiantes, a pesar que el grado en el cual se aplicó este trabajo de investigación es un grupo con deseos de aprender hay unos estudiantes que son apáticos en los procesos de aprendizaje, es decir son agentes pasivos en las clases y dieron un gran salto y se convirtieron en participantes activos habidos de aprendizaje.

El trabajo colaborativo fue de gran éxito como estrategia didáctica, ayudo en casi un 100% movilizar el aprendizaje entre los pares que integraron los grupos de trabajo, en el momento que se solicitó llevar los instrumentos para el abordaje y desarrollo de las actividades todo el grupo llevo los recursos necesarios para el proceso inicial que correspondía al trabajo individual, la presentación de los videos de cubicaje al inicio de la actividad concentro la atención e interés por descubrir el conocimiento, en el momento de manipular su caja didáctica y medir sus tres dimensiones en centímetros y pulgadas genero angustia para unos pero fue gratificante ver a sus pares que tenían ese conocimiento, dar apoyo a quienes veían la necesidad.

Al dejar a un lado la apatía por las actividades de matemáticas, en este caso precisando la geometría, se dentro a la aplicación y desarrollo de la teoría de la situación didáctica basada en tareas, es decir las tareas matemáticas planeadas ayudando a fortalecer los aprendizajes en la competencia pensar y razonar que son importantes para la solución de procesos en el pensamiento espacial y sistemas geométricos mediante el cálculo del volumen de los ortoedros requeridos en la media técnica y en las pruebas SABER. Cabe aclarar que para cubicar se debe medir, estimar medidas, realizar conversión de unidades (p. ej. Metro cuadrado y metro cubico, calcular áreas, diseñar, entre otros. Permitiendo así cumplir con el último objetivo específico:

- Valorar los procesos lógico-matemáticos más relevantes utilizados por los estudiantes de grado noveno en el momento de cubicar ortoedros.

✓ **En el docente:**

A título personal como docente licenciado en matemáticas, el haber realizado la Maestría en Educación en la Universidad Icesi, me lleno de conocimiento mediante la actualización pedagógica que esto con lleva, fortaleciendo las practicas pedagogías en el aula y fuera de ella, salir de esa pedagogía tradicional mediada por el conductismo que aburre y no deja frutos y pasar a una pedagogía mediada por el constructivismo que impone conocimiento y revoluciona el aprendizaje. Donde el estudiante de ser un simple receptor pasa a descubrir su conocimiento con las valiosas teorías de situaciones didácticas, fortaleciendo el diseño de tareas en busca de un mejor aprendizaje en los estudiantes apoyados en estrategias didácticas, en mi caso el trabajo colaborativo.

Este transcurso y bagaje en el campo disciplinar por los senderos académicos de tan excelentes maestros en la Maestría en Educación hace reflexionar sobre la praxis pedagógica y la evaluación para los procesos y actividades planteadas en la enseñanza y en el aprendizaje.

5.2. Recomendaciones

En este punto, se concentran las recomendaciones que surgen de este proyecto de investigación para docentes, a la institución educativa donde laboro y a la secretaria de educación municipal de Yumbo Valle.

✓ A los Docentes:

- A los grupos de trabajo que conforman el departamento de matemáticas después de esta bella experiencia se les recomienda, utilizar las diferentes estrategias didácticas que se ofrecen para el fortalecimiento de los aprendizajes en los aprendientes, que el uso de estrategias didácticas garantiza la apropiación del conocimientos en los sujetos que aprenden, que las clases deben pasar de simplemente ser memorísticas al funcionamiento activo en el estudiante.
- Recomiendo también, la aplicación de situaciones didácticas que potencien las competencias y los pensamientos tratados en los Estándares Básicos de Competencias en aras de mejorar las pruebas de estado que nos acongojan. Además que busquen actualizarse pedagógicamente no solo a la espera de un cartón sino por la simple idea de enriquecer el conocimiento. Hago extensiva estas recomendaciones a los docentes que dictan clases de matemáticas en transición y básica primaria.

- A los docentes de primaria de matemáticas que utilicen objetos concretos para dinamizar el aprendizaje y sea más agradable.

- ✓ A la INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITÁN de Yumbo Valle:
 - Rediseñar el Currículo de la institución para establecer mejoras en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) para, así fortalecer los planes de estudio y en este caso los docentes mejoren sus planes de área, mediante el trabajo interdisciplinar con perspectivas de aprendizaje a corto y largo plazo.
 - Buscar estrategias para las reuniones de área que lleven a un alcance con los docentes de primaria que dictan la cátedra de matemáticas en básica primaria para realizar capacitación y un seguimiento constructivo sobre las tareas matemáticas que requieren procesos en complejidad creciente, desde las teorías de las situaciones didácticas.
 - Crear un espacio pedagógico para interactuar con todos los docentes de la institución para compartir experiencias significativas y tomarlas de ejemplo para los procesos que repercutan en el aprendizaje.
 - Incentivar los docentes a la lectura de textos académicos que ayuden a actualizar sus procesos mentales.

- ✓ A la Secretaria de Educación Municipal de Yumbo:
 - Crear un blogger interinstitucional de diferentes áreas donde los docentes que tienen documentos, textos y experiencias en uso de recursos que propendan por un mejor aprendizaje hacia los estudiantes los puedan compartir y sea al alcance de todos.

- Incitar a la investigación aprovechando el recurso humano que por fortuna y agradecimiento a Dios nos hemos capacitado, para crear un semillero de investigación municipal en prácticas de aula.
- Generar a nivel municipal una red para la creación de un banco de tareas matemáticas trazadas desde situaciones didácticas poyadas en estrategias didácticas acordes al contexto.

6. BIBLIOGRAFÍA

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* – 1ª ed.

–Buenos Aires: libros del Zorzal. 128 p.

Brown, J.S., Collins, A. and Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of

learning. *Educational Researcher*, 18,32-41.

D'Amore, B. (2005). *Bases Filosóficas, Pedagógicas, Epistemológicas y Conceptuales de la*

didáctica de las Matemáticas. México D.F.: Reverté S.A.

Díaz-Barriga, F., Hernández-Rojas, G., *et al*, (2002). *Estrategias docentes para un*

aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista, segunda edición, México

D.F.: McGraw-Hill/Interamericana editores, S.A. de C.V. 465 p.

Díaz-Barriga, F., Hernández-Rojas, G., (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje*

significativo: Una interpretación constructivista, tercera edición, México D.F.:

McGraw-Hill/Interamericana editores, S.A. de C.V. 465 p.

Esteve, O. (SF). *La observación en el aula como base para la mejora de la práctica*

docente. Universitat Pompeu Fabra.

Freudenthal, H. (1991) *Revising mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, S., & Cortés, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia: Universidad de la Amazonía. 23-343

García-Quiroga, B., Coronado, A., & Giraldo-Ospina, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de Competencias Matemáticas*/ Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia. ISBN. Págs. 8-253.

Godino, J. (2004). *Didáctica De Las Matemáticas Para Maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Recuperado el 5 de Enero de 2018, de http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

(Giménez, I., Nieves, L., Barquisimeto, marzo 2012). Recuperado de

<https://es.slideshare.net/NIEVESLJ/constructivismo-social-de-lev-vigotsky-12131822/5>.

Inhelder, B. y Piaget, J. (1985). *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Paidós. Barcelona. (Original francés publicado en 1955). En MEN. (2006) Estándares Básicos de Competencias. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Janesick, v. (1998). *Stretching: Exercises for qualitative researchers*. Thousand Oaks, CA, EE. UU.: Sage. En Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2006). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: McGraw-Hill.

Jiménez, J; Bueno, A; Jiménez, E; & Cedillo, G. (2015). *Efecto del cubicaje en el costo logístico del transporte y competitividad empresarial*. Laboratorio Nacional de Sistemas de Transporte y Logística. Instituto Mexicano del Transporte. Publicación Técnica No. 440. Recuperado de: <http://www.imt.mx/publicacion.html>

Korthagen, F. A. (2001) *Linking Practice and Theory. The Pedagogy of Realistic Teacher Education*. Londres: LEA

Lenis – Mejía, J.D., (2017). *Didácticas Colaborativas*. Una Práctica transformadora de la Enseñanza en la Escuela. RIM (84) 1 de febrero.

Ley general de educación. (1994). Ley 115 de febrero 8. Edición 2013.

MEN. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá, D.C. Ministerio de Educación Nacional, 7 de junio.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V.2 Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Meirieu, P. (1997). *Aprender, Sí. Pero ¿Cómo?* Barcelona, Buenos Aires, México: Recursos > 1 < OCTAEDRO, 3ª edición, pp. 51-71.

Pea, R. W. (1992). Practices of distribute intelligence and designs for education. In G. Salomon (Ed.), *Distributed cognition*. New York; Cambridge University Press.

Piaget, J. (1970). *L'épistémologie génétique* [The principles of genetic epistemology]. Paris: Presses Universitaires de France.

Piaget, J. (1978). *Introducción a la epistemología genética. I. El pensamiento matemático* (2a. ed.). Paidós. Buenos Aires. (Original francés publicado en 1950). En MEN. (2006) *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Pruebas saber: 2014 - 29 de septiembre de 2015. 2015 – 4 de marzo de 2016.

Resnick, L.B. y Collins, A. (1996) *Cognición y Aprendizaje*. Anuario de Psicología nº 69.

Facultad de Psicología: Universidad d Barcelona, pp. 189-197.

Richards, J.C. y Lockhart, Ch. (1998). *Estrategias de reflexión sobre la enseñanza de idiomas*. Cambridge University Press (Sucursal en España).

Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. AIEM.

Avances de Investigación en Educación Matemática (1), 39-63.

Rodríguez, M.E. (SF). *La educación matemática en la con-formación del ciudadano*.

Mathematics Education in Co-Forming the Citizen

Rosas – Díaz, R. & Balmaceda, C.S. (2008). Piaget, Vygotski y Maturana: *Constructivismo*

a tres voces. -1a ed. 2a reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A. 120 p. tomado

de <http://psikolibro.blogspot.com>

Sampieri, R., Fernandez, C., & Baptista, M. (2006). *Metodología de la Investigación*.

México D.F.: McGraw-Hill.

Vasco Uribe, C. E., Martínez Boom, A. y Vasco Montoya, E. (SF). *Educación, pedagogía y*

didáctica: una perspectiva epistemológica, pp. 1-39.

Vygotski, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*.

Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Webgrafía.

<https://www.ecured.cu/Ortoedro>

7. ANEXOS

7.1. Anexo 1: Encuesta inicial

NOMBRES:	
APELLIDOS:	
GRADO:	EDAD:
MATERIA FAVORITA:	

La siguiente encuesta se debe responder con absoluta sinceridad y seriedad de manera individual. No se utiliza ese recurso como instrumento evaluativo, es decir, no habrá respuestas acertadas ni erradas, pero se tendrá en cuenta para mejorar y diseñar clases más amenas e interesantes, de este modo tu aprendizaje sea más comprensible y al mismo tiempo agradable.

A continuación se describen unas afirmaciones y bajo de ellas una cuadrícula donde debes responder lo que consideras al respecto. Esta opción es de única respuesta.

1. Las matemáticas son útiles para mi vida.

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

2. Reconozco que la geometría es parte fundamental de las matemáticas.

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

3. Si me indican: “Vamos a hacer actividad matemática”, sé que me quieren decir.

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

--	--	--	--	--

4. Tu profesor enseña matemáticas con entusiasmo, especialmente geometría.

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo

5. Cuál de los recursos que se describen a continuación has utilizado en tu cotidianidad para medir, marca con una X cada uno de ellos, donde 1 significa que no lo has utilizado y 5 que lo utilizas frecuentemente:

Recurso	Calificación				
	1	2	3	4	5
Flexometro graduado en centímetros y pulgadas					
Decámetro					
Regla graduada en cm.					
Piola					
Pasos					

6. De las actividades que propone en clase el docente de matemáticas, marca con una X cada una de ellas, donde 1 significa que no te gusta y 5 que te gusta mucho:

Actividad	Calificación				
	1	2	3	4	5
Lecturas					
Exposiciones					
Resolución de ejercicios					
Talleres grupales					
Otro:					

7.2. Anexo 2: Evaluación diagnóstica inicial y final

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TITAN

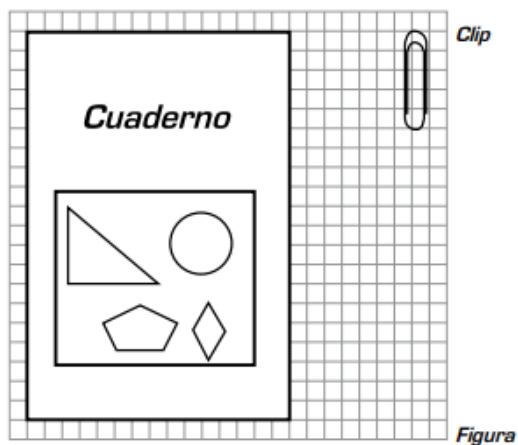
Sede: Cacique Jacinto Sánchez

Yumbo Valle

Nombre y Apellido del estudiante _____

Fecha: _____

1. Cristian tiene un cuaderno de matemáticas y un clip como se observa en la figura.



Si Cristian mide el lado más largo de su cuaderno con el clip, ¿cuántos clips mide este lado?

- A. 3 clips.
 B. 4 clips.
 C. 6 clips.
 D. 5 clips.
2. Al perro Rufo le tomaron algunas medidas, pero olvidaron escribir la información completa en su ficha. Observa.

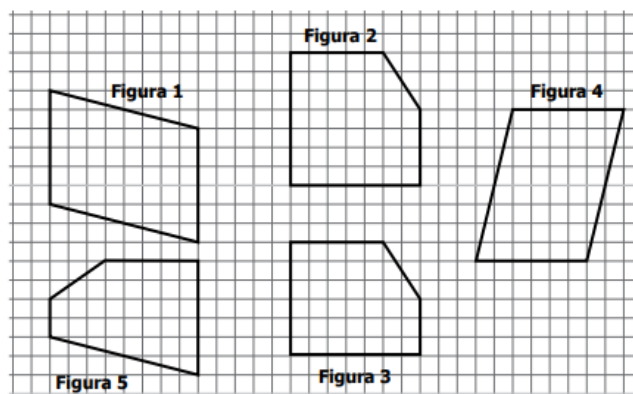
<i>Ficha de la mascota</i>	
Animal:	Perro
Nombre:	Rufo
Edad:	2 años
Peso:	3 _____
Tamaño:	32 centímetros



La palabra que debe ir en la línea es

- A. meses.
- B. centímetros.
- C. kilogramos.
- D. decímetros.

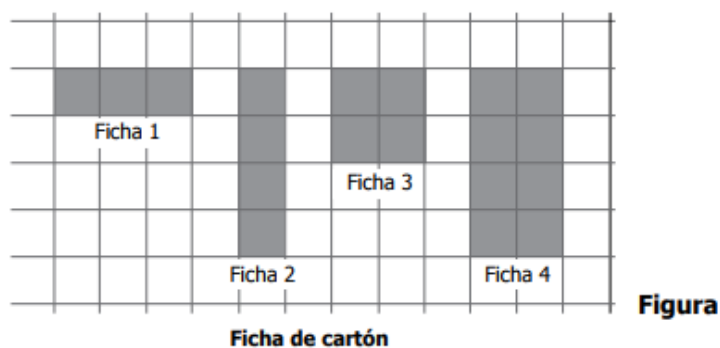
3. Lina dibujó estas cinco figuras en una hoja cuadriculada para luego recortarlas.




Luego de recortarlas y superponerlas, ¿qué par de figuras coinciden?

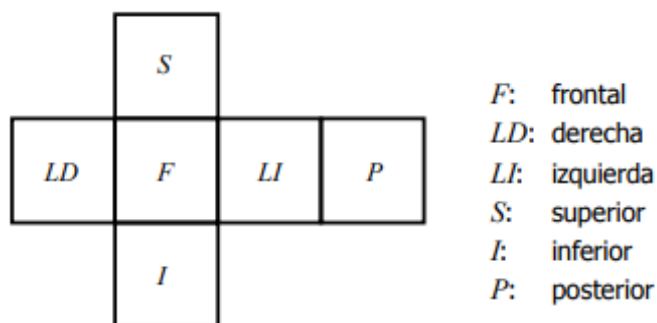
- A. La 1 y la 4.
- B. La 1 y la 5.
- C. La 2 y la 3.
- D. La 2 y la 5.

4. Para su tarea de matemáticas, Leonor debe llevar fichas de cartón cuya área sea 4 cm^2 .
 . Observa las fichas de la figura.



Teniendo en cuenta que un cuadrado como este  tiene de área 1 cm^2 , ¿cuáles fichas debe llevar Leonor para que su tarea sea correcta?

- A. La ficha 2 y la ficha 3.
 B. La ficha 3 y la ficha 4.
 C. La ficha 1 y la ficha 2.
 D. La ficha 2 y la ficha 4.
5. La figura 1 muestra el molde que permite armar un sólido y la figura 2 muestra una de las vistas del sólido armado.



F: frontal
LD: derecha
LI: izquierda
S: superior
I: inferior
P: posterior



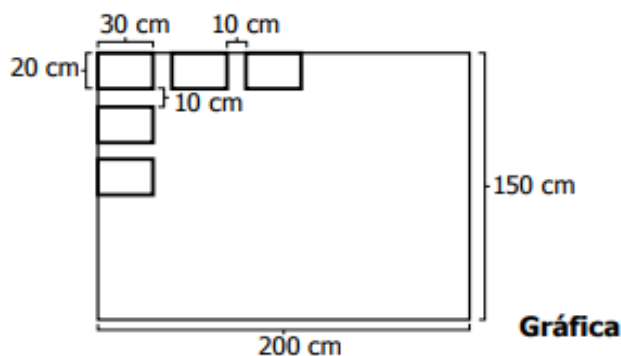
Figura 2. Vista del sólido.

Figura 1. Desarrollo de un sólido.

¿A qué vista del sólido corresponde la figura 2?

- A. A cualquiera de las 6 vistas, pues con el molde se arma un cubo.
 B. A 4 de las 6 vistas, pues con el molde se arma un prisma rectangular.
 C. A 2 de las 6 vistas, pues solamente la cara frontal y posterior del sólido, son cuadradas.
 D. A 1 de las 6 vistas del sólido, pues cada vista del sólido es distinta de las demás.

6. Se requiere cubrir una ventana de 150 cm de ancho por 200 cm de largo con vidrios de 20 cm de ancho por 30 cm de largo. Es necesario dejar separaciones de 10 cm entre vidrio y vidrio, como se observa en la gráfica.



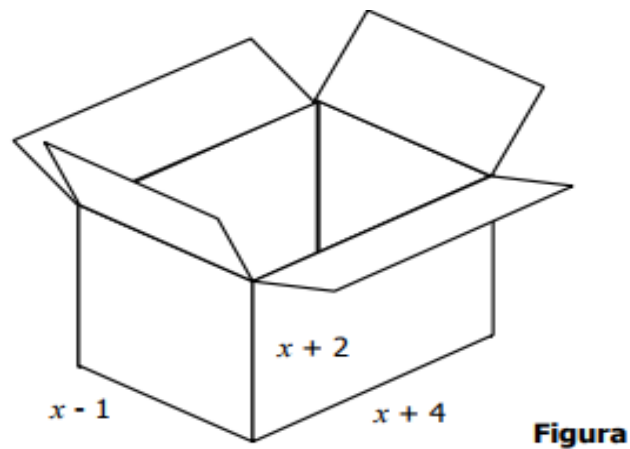
Gráfica

La máxima cantidad de vidrios que se pueden ubicar en la ventana es:

- A. 50 vidrios.

- B. 35 vidrios.
- C. 25 vidrios.
- D. 7 vidrios

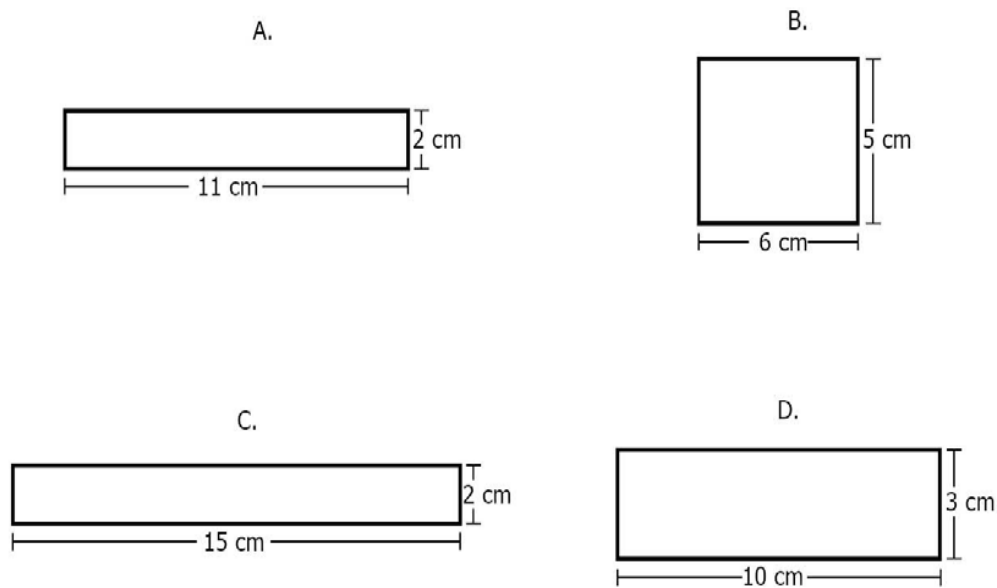
7. La función $f(x) = (x - 1)(x + 4)(x + 2)$ permite determinar el volumen en centímetros cúbicos de la caja que se muestra en la figura. ¿Cuál debe ser el valor que debe tomar x en centímetros para que el volumen sea 70 centímetros cúbicos?



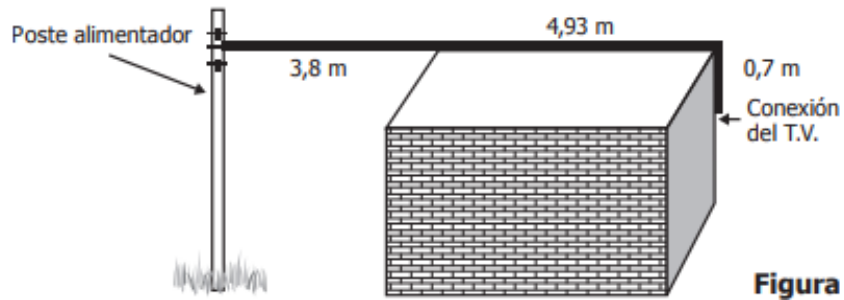
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

8. Camila realiza una tarea para su clase de Artes. Ella recorta una figura rectangular que tiene 22 cm de perímetro y 30 cm^2 de área.

¿Cuál de las siguientes figuras recortó Camila?



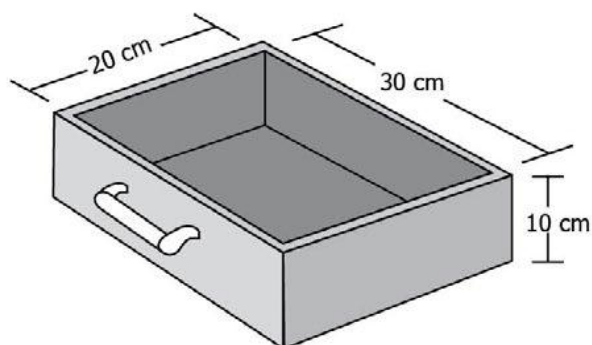
9. Para instalar la televisión por cable en una casa se requiere tender un cable, tensionándolo, desde el poste alimentador hasta la conexión del televisor, como se muestra en la figura.



Aproximadamente ¿cuántos metros de cable se requieren para realizar la conexión?

- A. 6 m.
- B. 7 m.
- C. 8 m.
- D. 10 m.

10. Un carpintero construye un mueble que tiene cajones como el que aparece en la siguiente figura:



¿Cuál es la capacidad en cm^3 de uno de los cajones del mueble?

- A. 60 cm^3
- B. 500 cm^3
- C. 4000 cm^3
- D. 6000 cm^3

7.3. Anexo 3: Tabla de respuestas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										

7.4. Anexo 4: Análisis de la estructura de la prueba

Pregunta 1.

Competencia: Resolución

Componente: Espacial - Métrico

Afirmación: Estimar medidas con patrones arbitrarios.

Nivel de desempeño: Avanzado

Respuesta Correcta: B

Pregunta 2.

Competencia: Comunicación

Componente: Espacial - Métrico

Afirmación: Establecer correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.

Nivel de desempeño: Satisfactorio

Respuesta Correcta: C

Pregunta 3.

Competencia: Razonamiento

Componente: Espacial - Métrico

Afirmación: Justificar relaciones de semejanza y congruencia entre figuras.

Nivel de desempeño: Mínimo

Respuesta Correcta: A

Pregunta 4.

Competencia Razonamiento

Componente Espacial – Métrico

Afirmación Describir y argumentar acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija.

Nivel de desempeño Satisfactorio

Respuesta Correcta A

Pregunta 5.

Competencia: Razonamiento

Componente: Espacial - métrico

Afirmación: Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

Nivel de desempeño: Mínimo

Respuesta Correcta: A

Pregunta 6.

Competencia Resolución

Componente Espacial - Métrico

Afirmación Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.

Nivel de desempeño Satisfactorio

Respuesta Correcta C

Pregunta 7.

Competencia Resolución

Componente Numérico - variacional

Afirmación Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Nivel de desempeño Avanzado

Respuesta Correcta C

Pregunta 8.

Competencia Comunicación, representación y modelación

Componente Geométrico – métrico

Afirmación: Diferenciar magnitudes de un objeto y relacionar las dimensiones de éste con la determinación de las magnitudes.

Nivel de desempeño: Avanzado

Respuesta Correcta: B

Pregunta 9.

Competencia Resolución

Componente Numérico - variacional

Afirmación Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación o aproximación.

Nivel de desempeño Avanzado.

Respuesta Correcta D

Pregunta 10.

Competencia Comunicación, representación y modelación

Componente Geométrico - métrico

Afirmación Diferenciar magnitudes de un objeto y relacionar las dimensiones de éste con la determinación de las magnitudes.

Nivel de desempeño Avanzado

Respuesta Correcta: D

7.5. Anexo 5: Situación didáctica basada en tareas

Las tareas matemáticas son el soporte central del aprendizaje y donde se evidencia el aprendizaje significativo, por lo tanto las tareas que se presentan a continuación están trazadas bajo estas consideraciones.

TAREA 1: DIAGNOSTICO DE CONOCIMIENTOS PREVIOS.

1. Para la clase siguiente, traer una caja de cartón cuyas caras laterales y bases, sean rectángulos, también una cinta métrica (en centímetros y pulgadas). de manera individual.
2. ¿Cuántos rectángulos paralelos y congruentes hay?
3. ¿Cuántos lados forman la caja?
4. ¿De cuántas formas diferentes se puede apoyar la caja sobre el piso sin repetir en su cara paralela?

TAREA 2: MEDICIÓN Y RECONOCIMIENTO DE ARISTAS.

5. Medir los lados de la caja en centímetros y pulgadas. Marcar estas medidas sobre cada lado. Escriba en una hoja de block que te da tu profesor ¿Qué se concluye?
6. Dibujar una similitud de la caja en el cuaderno y registrar las medidas.
7. Escriba que entiende por arista y compare su concepto con el concepto real.

Recuperado de: <https://definicion.de/arista/>

8. ¿Cuántas aristas con diferente valor resultaron?

Ortoedro.³ Es un [Paralelepípedo](#) cuyas caras contiguas son perpendiculares. Queda caracterizado por sus dimensiones, que son las longitudes de tres aristas que concurren en un vértice.

³ Definición recuperada de <https://www.ecured.cu/Ortoedro>

El ortoedro es un prisma, es decir, un cuerpo limitado por dos polígonos planos, paralelos e iguales, que además son rectángulos, y por cuatro paralelogramos, que conforman las caras laterales, que también son rectángulos. Las bases y caras laterales forman ángulos de 90 grados, por lo que se denomina prisma recto. Tiene las siguientes propiedades:

- Número de caras: 6
- Número de vértices: 8
- Número de aristas: 12
- Caras que lo forman: Rectángulos.

Imagen del ortoedro o cuboide.

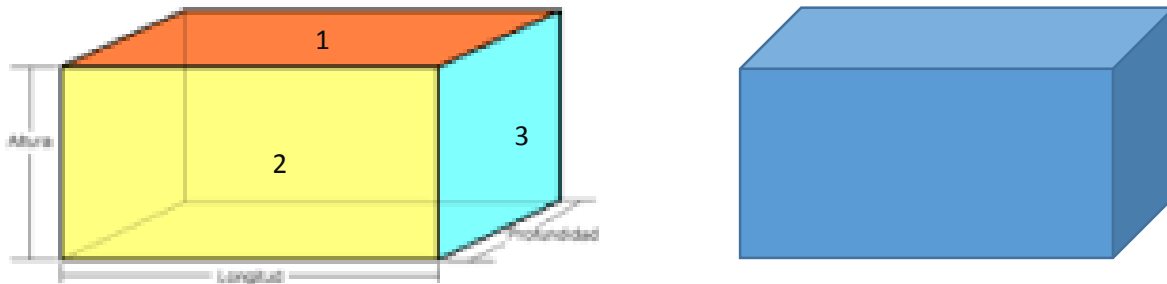


Figura 3

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/83/Ortoedro.png/200px-Ortoedro.png>

Con la información anterior resuelva la siguiente tarea.

TAREA 3: CÁLCULO DEL VOLUMEN, (CUBICAJE).

9. Identifique las propiedades mencionadas anteriormente en su ortoedro.
10. Desarme la caja sin rasgarla y reconozca el objeto en dos representaciones: Bidimensional y tridimensional. ¿Qué concluyes entre las aristas y los lados en las dos representaciones?

11. Arme nuevamente su objeto concreto y describa con sus palabras el concepto de volumen.
12. ¿Cómo calcularía el volumen de su caja?
13. ¿Cómo se pueden simbolizar las aristas no comunes?
14. ¿Qué objetos se asemejan a un ortoedro?
15. Hallar el volumen en centímetros y pulgadas del objeto concreto que trajiste.

TAREA 4: APLICACIÓN EN LA REALIDAD DE CUBICAJE. (VOLUMEN DEL ORTOEDRO)

El volumen del ortoedro se puede calcular:

- a) Multiplicando sus tres aristas no comunes.

$V = l \times a \times h$. Donde l , es el largo; a , el ancho y h , la altura.

- b) Mediante el producto de la altura del prisma por el área de la base.

$V = B \times a$.

Donde;

- V : corresponde al volumen del ortoedro.
- B : es el área de la base. (El área de la base siendo un rectángulo, se halla multiplicando la base por la altura. $B = b \times h$).
- A : determina la altura del ortoedro.



http://carroya.blob.core.windows.net/vehiculos/1731437/1731437_15_m.jpg



https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcRX8xGY5p9_o5FNphjOF83yxiI_ugVGZOSMTKQGF_yvQuqAYwo3eA

Según las especificaciones del furgón de una camioneta que se presentan a continuación:

Especificaciones técnicas del furgón o carga seca:

DIMENSIONES:

Largo Exterior: 5.00 metros

Largo Interior: 4.93 metros

Ancho exterior: 2.30 metros

Ancho interior: 2.20 metros

Alto exterior: 2.00 metros

Alto interior: 1.82

Carga útil en kilogramos: 2045 kg

Forro exterior: techo en laminación completa de aluminio, sin empalmes ni remaches

(Evitan la entrada de agua y polvo)

Forro interior: liso libre de remaches.

Resuelva:

16. ¿Cuál es el peso de la carga que soporta la camioneta en toneladas?
17. Calcular el volumen del furgón.
18. Según su objeto concreto, ¿cuántas cajas caben arbitrariamente en el furgón?
19. Según su objeto concreto, ¿cuántas cajas caben en la posición 1, en la posición 2 y en la posición 3 en el furgón?
20. Si cada caja pesa 140 libras, ¿cuántas cajas se pueden despachar en el furgón de la camioneta en forma arbitraria?

7.6. Anexo 6: Análisis y resultados de evaluación diagnóstica inicial

		PREGUNTAS																																																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																							
		RESPUESTAS ACERTADAS DE LA PRUEBA (EN VERDE)																																																
Iniciales Nombres y Apellidos	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D																										
	1	MAAH	1			1	1			1			1			1			1			1			1																									
2	DSAU	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1																												
3	ATBB	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1																												
4	DCH		1			1			1			1			1			1			1			1																										
5	YKCA	1			1			1			1			1			1			1	1			1																										
6	LCCC																																																	
7	KVED	1			1	1			1			1			1			1	1		1			1																										
8	SEJ	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
9	BVER	1			1			1			1			1			1	1		1	1			1																										
10	MAFM	1			1	1			1			1			1	1		1		1	1			1																										
11	SJGR	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
12	VGR	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1		1																										
13	MCGR	1			1			1			1			1			1	1		1	1			1																										
14	CAGB	1			1	1			1			1			1	1		1		1	1			1																										
15	JCGO	1			1	1			1			1			1	1		1		1	1			1																										
16	AFJS	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
17	GJR	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
18	ETMR	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
19	MNMQ	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1		1																										
20	MSMS	1			1	1			1			1			1	1		1		1	1			1																										
21	JBME	1			1	1			1	1			1			1		1	1		1	1		1																										
22	AFMB	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1		1																										
23	JDOA	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
24	KDOR	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
25	EOE																																																	
26	DPG	1			1	1			1			1			1			1		1	1			1																										
27	JSRS																																																	
28	HTRV																																																	
29	BRC	1			1			1	1			1			1			1	1		1	1		1																										
30	DVSM	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
31	SASM	1			1	1			1			1			1			1	1		1	1		1																										
32	KDZA	1			1			1	1			1			1	1		1		1	1			1																										
Nº pregunta		1				2				3				4				5				6				7				8				9				10												
Respuestas		3	2	4	0	1	0	0	2	8	0	1	7	0	1	1	0	2	6	2	0	0	2	7	1	0	0	2	6	1	8	2	4	2	1	9	3	9	9	5	5	0	1	10	1	7	13	7	2	6
Total estudiantes por pregunta		28				28				28				28				28				28				28				28				28				28												

Tabla 4

7.7. Anexo 7: Análisis y resultados evaluación diagnóstica final

		PREGUNTAS																																							
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																														
		RESPUESTAS ACERTADAS DE LA PRUEBA (EN VERDE)																																							
Iniciales Nombre y Apellido		A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D								
	1	MAAH	1			1	1				1				1																										
2	DSAU	1			1	1				1				1																											
3	ATBB	1			1	1				1				1																											
4	DCH	1			1	1				1				1																											
5	YKDCA	1			1	1				1				1																											
6	LCCC	1			1	1				1				1																											
7	KVED	1			1	1				1				1																											
8	SEJ	1			1	1				1				1																											
9	BVER	1			1	1				1				1																											
10	MAFM	1			1	1				1				1																											
11	SJGR	1			1	1				1				1																											
12	VGR	1			1	1				1				1																											
13	MCGR	1			1	1				1				1																											
14	CAGB	1			1	1				1				1																											
15	JCGO	1			1	1				1				1																											
16	AFJS	1			1	1				1				1																											
17	GJR	1			1	1				1				1																											
18	ETMR	1			1	1				1				1																											
19	MNMQ	1			1	1				1				1																											
20	MSMS	1			1	1				1				1																											
21	JBME	1			1	1				1				1																											
22	AFMB	1			1	1				1				1																											
23	JDOA	1			1	1				1				1																											
24	KDOR	1			1	1				1				1																											
25	EOE	1			1					1				1																											
26	DPG	1			1	1				1				1																											
27	JSRS	1			1	1				1				1																											
28	HTRV	1			1					1				1																											
29	BRC	1			1	1				1				1																											
30	DVSM	1			1	1				1				1																											
31	SASM	1			1	1				1				1																											
32	KDZA	1			1	1				1				1																											
Nº pregunta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																														
		A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D								
Respuestas		0	32	0	0	0	0	32	0	30	0	2	0	32	0	0	0	31	1	0	0	1	2	29	0	1	1	28	2	4	23	4	1	0	0	2	30	0	0	0	32
Total estudiantes		32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32		

Tabla 5

7.8. Anexo 8: Situación didáctica

ACCIÓN	<p>Realización de taller diagnóstico de manera individual (reconocimiento de saberes previos) para identificar falencias para el abordaje del objeto matemático.</p> <p>Los estudiantes llevan una caja didáctica de cartón cada uno con las siguientes especificaciones: Para la clase siguiente, traer una caja de cartón cuyas caras laterales y bases, sean rectángulos, también una cinta métrica o flexometro (en centímetros y pulgadas).</p> <p>Con el objeto concreto, responder las siguientes preguntas de modo individual:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuántos rectángulos paralelos y congruentes hay? 2. ¿Cuántos lados forman la caja? 3. ¿De cuántas formas diferentes se puede apoyar la caja sobre el piso sin repetir en su cara paralela?
FORMULACIÓN: COMUNICACIÓN	<p>Reunidos en grupos de 5 personas, comenten entre pares que concluyen en las respuestas.</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. ¿Coinciden sus respuestas?
VALIDACIÓN	<p>Cada grupo elige un líder para exponer las respuestas que concluyeron de una de las cajas didácticas elegidas por el grupo.</p>

INSTITUCIONALIZACIÓN	El docente interviene para aclarar dudas y sugerencias por parte de los estudiantes, así mismo para definir los conceptos de las anteriores preguntas.
-----------------------------	--

Tabla 6

7.9. Anexo 9: Estructura conceptual del volumen

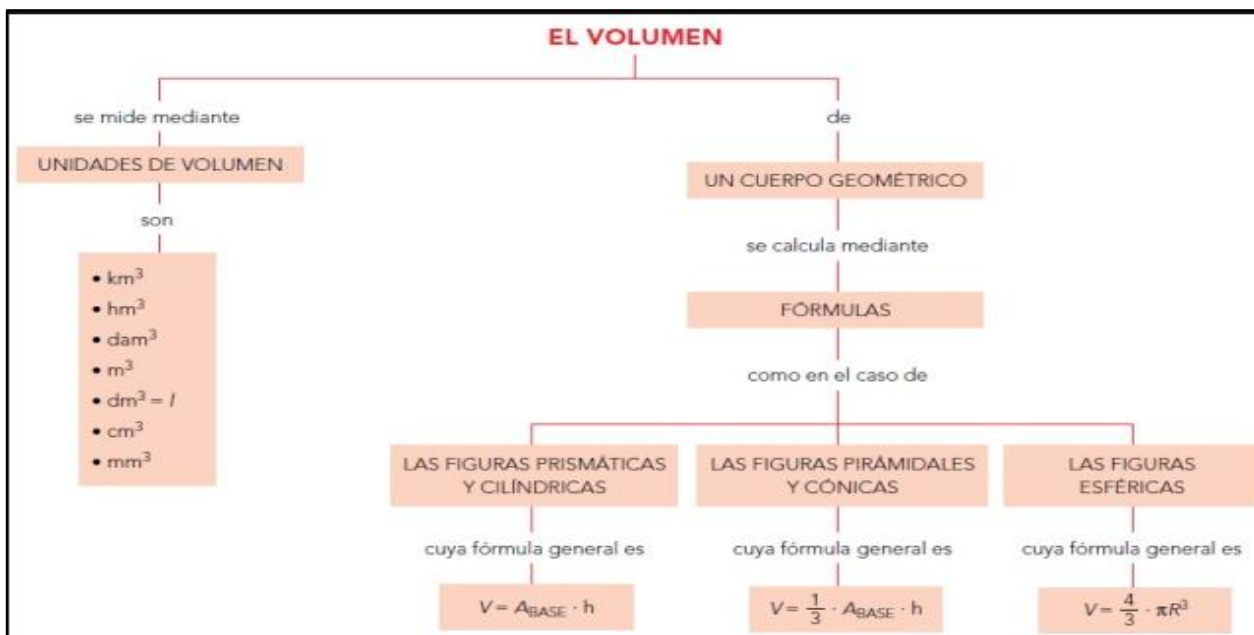


Imagen 29

<https://matematicasafa.files.wordpress.com/2015/10/esquema-u12.jpg> recuperado el 11 de noviembre de 2018

7.10. Anexo 10: Malla de aprendizaje del MEN**ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS GRADOS 8 Y 9****PENSAMIENTO METRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS**

- Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.
- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
- Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias

Institucionalización <https://www.youtube.com/watch?v=yY3pFyV6EUg>

<https://www.youtube.com/watch?v=n9Ld6htk8Nw>

7.11. Anexo 11: Instrumentos de medición

Para obtener información el investigador utilizara la encuesta, entrevista grupal, diario de campo y observación (participación activa) a estudiantes, evaluación diagnostica individual,

Las variables están dadas en la pregunta problema y manifestadas en el marco teórico, que son: cubicaje, estrategias de aprendizaje, trabajo colaborativo (monitorias, trabajo entre pares).

Variable: Objeto matemático

Definición: Acciones mediante los cuales un aprendiente adquiere o se le trasmite conocimiento de forma regulada mediante una didáctica delimitada en determinado contexto.

Dimensión: Accesibilidad al aprendizaje

Definición: Facilidad para retroalimentación entre enseñantes y aprendientes un determinado tema mediante una estrategia didáctica.

Indicador:

1. Nombre: Calculo del volumen
2. Atributo: "Trabajo colaborativo."
3. Unidad: personas.
4. Unidad operativa: diferencia de aprendizaje pre-post con movilización de saberes.

7.12. Anexo 12: Plan de análisis

Se realizara el plan de análisis de la investigación con enfoque cualitativo, por los tanto se realizara la recolección de los datos y el análisis en paralelo.

Los datos provendrán de: trabajo de campo, encuesta, observación (participación activa), evaluación diagnóstica inicial y final descritos anteriormente, también, del análisis que se observe en el desarrollo de la secuencia didáctica basada en tareas y la reflexión final.

Se tendrá en cuenta las siguientes técnicas de análisis:

- Descubrimiento de temas y patrones.
- Análisis de contenido cuantitativo.
- Análisis de dominio.
- Contextualización de términos.
- Análisis de interlocutores.
- Análisis componencial o de contraste.
- Análisis semiótico.
- Análisis basado en teoría fundamentada.

Se tendrá en cuenta la visualización de los resultados entre casos.

7.13. Anexo 13: Lectura importancia de las matemáticas

Importancia de la Matemática

Es bien sabido que las matemáticas son una habilidad sumamente necesaria para todos, pues son la principal herramienta con la que los seres humanos han podido comprender el mundo a su alrededor. Cuando somos estudiantes es común que nos preguntemos ¿por qué debo estudiar matemáticas? Podríamos comenzar diciendo que son muchas las actividades de la vida cotidiana que tienen relación con esta ciencia, por ejemplo, administrar dinero, preparar una receta de cocina, calcular la distancia que tenemos que recorrer para llegar a algún lugar, entre otras cosas, pero la respuesta va más allá.

Resulta difícil encontrar una definición completamente abarcadora del concepto de matemática. En la actualidad, se la clasifica como una de las ciencias formales (junto con la lógica), dado que, utilizando como herramienta el razonamiento lógico, se aboca el análisis de las relaciones y de las propiedades entre números y figuras geométricas.

Una habilidad básica para la vida

Aprender matemáticas nos enseña a pensar de una manera lógica y a desarrollar habilidades para la resolución de problemas y toma de decisiones. Gracias a ellas también somos capaces de tener mayor claridad de ideas y del uso del lenguaje. Con las matemáticas adquirimos habilidades para la vida y es difícil pensar en algún área que no tenga que ver con ellas. Todo a nuestro alrededor tiene un poco de esta ciencia.

Las habilidades numéricas en general son valoradas en la mayoría de los sectores habiendo algunos en los que se consideran esenciales. El uso de la estadística y la probabilidad efectiva es fundamental para una gran variedad de tareas tales como el cálculo de costos, la evaluación de riesgos y control de calidad y la modelización y resolución de problemas. Hay quienes plantean que en el mundo actual tan cambiante en el que vivimos, particularmente en términos de los avances tecnológicos, la demanda de conocimientos matemáticos está en aumento.

La clave para la resolución de problemas

Las matemáticas son cruciales para el desarrollo económico y el progreso técnico de un país, permitiéndole seguir siendo competitivo en la economía mundial. La innovación y el crecimiento se basan en la investigación de vanguardia y en la inversión. Para satisfacer las ambiciones competitivas de una economía basada en el conocimiento, las matemáticas convencionales y la educación científica son cruciales.

Un país requiere de profesionistas y científicos preparados para llevar a cabo los papeles más exigentes en las áreas que son básicas para su prosperidad económica

Los conocimientos y el dominio de las matemáticas son necesarias para la resolución de problemas y la toma de decisiones, prácticamente en cualquier industria.

Por lo tanto, la importancia de la matemática reside en su insustituible utilidad para la definición de las relaciones que vinculan objetos de razón, como los números y los puntos. Sin embargo, la matemática moderna excede el simple análisis numérico y ha avanzado sobre parámetros lógicos no cuantitativos. En este contexto, su aplicación a la informática en los tiempos actuales es responsable de los avances técnicos que deslumbran al mundo entero.

La ciencia que tiene que ver con todo

¿Por qué son importantes las matemáticas? Probablemente porque son necesarias en muchos otros campos de estudio. Se utilizan, por ejemplo en las ciencias “duras” como la biología, la química y la física; en las ciencias “blandas” como la economía, la psicología y la sociología; en el campo de la ingeniería como en el caso de la mecánica, civil o industrial; en el sector tecnológico se utilizan al programar dispositivos móviles o computadoras, así como para las telecomunicaciones; incluso tienen aplicaciones en el mundo de las artes como en el caso de la escultura, la música y la pintura.

Toda la naturaleza tiene una lógica matemática en gran proporción. De acuerdo a Pitágoras, todo está regido por números y formas matemáticas. Esta ciencia, además de ser lógica y exacta, también está fuertemente relacionada con la belleza, a través de las proporciones estéticamente agradables, como en el caso de la teoría de la proporción áurea, propuesta por Leonardo Da Vinci en el Hombre de Vitrubio, o la secuencia Fibonacci, que tiene aplicaciones en muchos aspectos de la naturaleza.

A diferencia de lo observado en otras ciencias, los conocimientos cardinales en matemática no requieren de demostración mediante la experimentación científica y reproducible, sino mediante demostraciones lógicas basadas en ideas que, a su vez, no necesitan demostrarse (axiomas). De todos modos, muchos teóricos concluyen que la experimentación forma parte de la formulación de ciertos razonamientos, por lo cual no puede excluirse a estos procesos de la investigación convencional en la matemática pura.

Las ramas de la matemática incluyen la tradicional aritmética (dedicada al estudio de los números y de sus propiedades), el cálculo algebraico, la teoría de conjuntos (aplicada en forma dinámica a la informática), la geometría, la trigonometría y el análisis matemático.

Para muchos de nosotros, las matemáticas pueden ser difíciles y demandantes. Lo cierto es que siempre están presentes en nuestras vidas y dependemos de ellas para seguir entendiendo el mundo y contribuir a mejorarlo día a día. De este modo, alcanza niveles

tales que no resulta posible concebir a la civilización humana sin considerar a esta ciencia en el contexto cotidiano. La aplicación de la matemática se percibe en la totalidad de los actos humanos, incluso desde los primeros meses de la vida. En menor o en mayor grado, muchos expertos aducen que el desconocimiento de los elementos fundamentales de la matemática se define como una forma más de analfabetismo, al tiempo que se hace hincapié en la trascendencia de su enseñanza simplificada en todos los niveles educativos.

... de Importancia: <http://www.importancia.org/matematica.php>