



CONSTRUCCIÓN DE PORTAFOLIOS MULTIOBJETIVO, DE ACCIONES Y  
CRIPTOMONEDAS, UTILIZANDO ALGORITMO GENÉTICO

AUTOR (ES)

SANTIAGO OROZCO ECHEVERRI

FELIPE VARGAS HERNANDEZ

DIRECTOR DEL PROYECTO

YENY ESPERANZA RODRIGUEZ RAMOS

UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

ECONOMIA Y NEGOCIOS INTERNACIONALES

SANTIAGO DE CALI

2022

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	4
ABSTRACT .....	5
INTRODUCCIÓN.....	6
OBJETIVOS.....	7
Objetivo general.....	7
Objetivos específicos .....	8
REVISIÓN DE LITERATURA .....	8
Teoría de portafolio .....	8
Optimización multiobjetivo .....	10
Algoritmo Genético .....	12
Algoritmo genético aplicado en Optimización .....	14
Mercado de renta variable.....	16
Criptomonedas .....	16
METODOLOGÍA.....	17
Fuentes y Datos.....	17
Modelo.....	18
RESULTADOS .....	20
Análisis Descriptivo.....	20
Conformación de Portafolios .....	23
CONCLUSIONES.....	39
BIBLIOGRAFÍA.....	40

## LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de las acciones de renta variable seleccionadas .....	20
Tabla 2. Estadísticas descriptivas de las criptomonedas seleccionadas .....	22
Tabla 3. Comparación de la conformación de los activos de mínimo riesgo con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.....	26
Tabla 4. Comparación de la conformación de los activos de los portafolios de riesgo del 3.7% con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.....	29
Tabla 5. Comparación de la conformación de las acciones y criptomonedas de los portafolios de mínimo riesgo con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.....	33
Tabla 6. Comparación de la conformación de los activos de los portafolios de riesgo del 2.4% con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.....	36

## LISTADO DE GRÁFICOS

Figura 1. Fronteras eficientes con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones.....	24
Figura 2. Composición de los portafolios de mínimo riesgo con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones.....	25
Figura 3. Composición de los portafolios de riesgo moderado con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones.....	28

Figura 4. Fronteras de eficientes con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas .....	30
Figura 5. Composición de los portafolios de mínimo riesgo con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas .....	32
Figura 6. Composición de los portafolios de riesgo del 2.4% con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas. ....	35

## RESUMEN

Es propio del progreso observar cómo nacen nuevos métodos para satisfacer alguna necesidad del ser humano, sin embargo, existen ciertos campos donde el proceso de innovación y desarrollo no ha sido tan vertiginoso como en otros, la optimización de portafolios es uno de estos campos. Hasta el día de hoy la teoría de portafolios propuesta por Markowitz a mediados del siglo pasado sigue siendo la metodología más ampliamente aceptada para optimizar portafolios, cabe destacar que esta es una metodología de procesos muy simple cuyo único objetivo es maximizar el retorno del portafolio. Gracias a la condición previamente mencionada nace la pregunta que dio origen a este trabajo: ¿es posible desarrollar un modelo que sea capaz de maximizar el retorno de un portafolio y a su vez minimice el riesgo del mismo? El presente trabajo propone una metodología que busca satisfacer ambas condiciones expresadas en la pregunta anterior y es que en el presente documento se expondrán los esfuerzos, el planteamiento y los resultados obtenidos al desarrollar un modelo multiobjetivo que utiliza el algoritmo genético como método de optimización para elaborar portafolios que maximicen el retorno y minimicen el riesgo. Se evidenciará que en efecto es posible desarrollar un modelo capaz de satisfacer ambos

objetivos y adicionalmente se mostraran los efectos de agregar criptomonedas a estos portafolios, con lo que se pretende entender el efecto de estos activos al adicionarlos a portafolios compuestos por los activos tradicionales de renta variable.

***Palabras clave:*** Algoritmo genético, multiobjetivo, optimización, acciones, criptomonedas

### **ABSTRACT**

It is characteristic of progress to observe how new methods are born to satisfy some needs of the human being, however, there are certain fields where the innovation and development process has not been as fast as in others, portfolio optimization is one of these fields. Currently, the portfolio theory proposed by Markowitz in the middle of the last century continues to be the most widely accepted methodology for optimizing portfolios. It should be noted that this is a very simple process methodology whose sole objective is to maximize the portfolio's return. Thanks to the previously mentioned condition, the question that gave rise to this work arises: is it possible to develop a model that is capable of maximizing the return of a portfolio while minimizing its risk? The present work proposes a methodology that seeks to satisfy both conditions expressed in the previous question. This document will present the efforts, the approach and the results obtained when developing a multi-objective model that uses the genetic algorithm as an optimization method to elaborate portfolios that maximize return and minimize risk. It will be shown that it is indeed possible to develop a model capable of satisfying both objectives and, additionally, the effects of adding cryptocurrencies to these portfolios will be shown, with which it is intended to understand the effect of these assets when adding them to portfolios composed of traditional assets.

**Key words:** Genetic algorithm, multi-objective, optimization, stocks, cryptocurrencies

## INTRODUCCIÓN

La administración de riesgos a través de la conformación de portafolios es una preocupación no solo de los practitioners sino también de los académicos. La definición de los criterios de optimización del portafolio ha evolucionado, desde maximizar la rentabilidad del portafolio o minimizar su riesgo (Markowitz, 1952), a incluir criterios multiobjetivo que a la vez maximicen la rentabilidad y minimicen su riesgo (Duan, 2007; Zuhail, 2010; Lwin, Qu & Kendall, 2014). Este tipo de portafolios requieren para su desarrollo métodos de optimización entre los que se destaca el algoritmo genético.

Los instrumentos pertenecientes a los mercados de renta variable y portafolio han sido objeto de interés para obtener una mezcla óptima que maximice la rentabilidad de los inversionistas. En 2008, las criptomonedas se presentan como un nuevo instrumento de inversión, el cual se ha tornado atractivo para los inversionistas por sus altas rentabilidades a pesar de su alta volatilidad (Kajtazi, A., & Moro, A. 2018).

El presente documento tiene como objetivo conformar un portafolio de renta variable y de criptomonedas, con el fin de probar si la inclusión de las criptomonedas afecta de manera positiva la rentabilidad del portafolio, siguiendo el trabajo de Soleimani (2009). La conformación del portafolio es multiobjetivo, maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo del portafolio. El método de optimización que se está utilizando es algoritmo genético. Con este trabajo se pretende no solo entender cómo afectan las criptomonedas a un portafolio, si no también contribuir a el conocimiento y desarrollo del entendimiento hacia este tipo de activos, utilizando técnicas innovadoras como lo es la inteligencia

artificial, pues son estas técnicas las que progresivamente irán desplazando a los tradicionales modelos utilizados hasta el momento.

El trabajo está dividido en cuatro secciones. Primero, se presenta la revisión de literatura, en donde se presentan trabajos que han planteado problemas de optimización multiobjetivo para la conformación del portafolio y se realiza una comparación del mercado de renta variable y las criptomonedas. Segundo, se expone la metodología, en la cual, se presenta el objetivo del estudio; además, se esclarecen los datos y las fuentes de los retornos de los activos y se determina la formulación del modelo, así como, el proceso realizado para la optimización por medio de algoritmos genéticos. Tercero, se enseñan los resultados del modelo de optimización, donde se exponen las estadísticas descriptivas de cada uno de los activos usados en el estudio y su respectivo análisis, por otro lado, se exhiben las fronteras de portafolios eficientes calculadas por medio de Markowitz y el algoritmo genético multiobjetivo. Finalmente se realizan las conclusiones del estudio, cerrando así, todos los hallazgos y conocimientos aprendidos en el estudio.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo general**

Determinar si la adición de criptomonedas a un portafolio de renta variable, conformado por acciones del índice bursátil S&P 500, aumenta su rentabilidad, por medio de un portafolio multiobjetivo enfocado en la maximización del retorno y la minimización del riesgo del portafolio, haciendo uso de la metodología de algoritmos genéticos.

### **Objetivos específicos**

- a. Desarrollar un modelo de optimización multiobjetivo que maximice el retorno y minimice el riesgo de los portafolios de manera simultánea utilizando algoritmo genético como método de optimización
- b. Contrastar los resultados obtenidos a través del modelo de algoritmo genético con los resultados del modelo tradicional propuesto por Markowitz.

### **REVISIÓN DE LITERATURA**

En esta sección se describe el enfoque de Media-Varianza propuesto por Markowitz (1952), como base conceptual de la teoría de portafolio. En segunda instancia se presentan trabajos que han planteado problemas de optimización multiobjetivo para la conformación del portafolio, destacando el algoritmo genético por ser una de las técnicas de optimización más utilizadas. Finalmente, se realiza una comparación entre el mercado de renta variable y el mercado de criptomonedas, teniendo en cuenta que serán el objeto de estudio de esta investigación.

### **Teoría de portafolio**

La teoría de portafolios moderna se basa en el desarrollo propuesto por Harry Markowitz (1952) y se fundamenta en la asignación de ponderaciones de los activos que se espere conformen un portafolio de inversión. La propuesta metodológica de estos autores se conoce como Media-Varianza, dado que utiliza como insumos para la conformación de los portafolios, el promedio y la matriz de varianzas-covarianzas de los retornos de los activos. La optimización del portafolio se realiza en función de la rentabilidad y el riesgo, este último medido a través de la desviación estándar de los retornos de los activos, porque se asume que los retornos de los activos siguen una distribución normal. En este enfoque, los



inversionistas están interesados en minimizar el riesgo para un cierto nivel de retorno esperado, o en maximizar el retorno esperado del portafolio para un nivel de riesgo dado, con el fin de determina el nivel óptimo de asignación de los activos (Markowitz, 1952, 1959; Merton, 1972; Kroll et al., 1984).

El modelo de media varianza de Markowitz (1952) presenta implícitos varios supuestos, a saber: 1) No hay costos de transacción en la compra y venta de valores, 2) un inversionista puede tomar cualquier posición de cualquier tamaño en cualquier valor que desee, 3) el inversor no tiene en cuenta los impuestos a la hora de tomar decisiones de inversión, y le es indiferente recibir dividendos o ganancias de capital, 4) los inversores son racionales y adversos al riesgo, 5) los inversores, como grupo, consideran la relación riesgo-rentabilidad en el mismo horizonte temporal, 6) los inversores, como grupo, tienen puntos de vista similares sobre cómo miden el riesgo, 7) los inversores tratan de controlar el riesgo únicamente mediante la diversificación de sus participaciones, 8) todos los activos, incluido el capital humano, pueden comprarse y venderse en el mercado, 9) los inversores pueden prestar o pedir prestado al tipo libre de riesgo, y también pueden vender en corto sin restricciones, 10) la política y la psicología del inversor no afectan a los mercados (Markowitz, 1959).

La formulación matemática del modelo es la siguiente:

$$\begin{aligned} \max_x E(\mu p) &= X^t \mu \\ V_{(rp)} &= X^t \sum X = K \end{aligned} \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1, X_i \geq 0$$

Donde  $E(\mu_p)$  denota el retorno esperado del portafolio  $p$ ,  $X^t$  se refiere al vector transpuesto de los pesos de cada activo  $i$ . Los pesos son positivos y suma 1,  $\mu$  es el vector de pesos cuyas componentes son el retorno promedio de cada activo  $i$ .  $V_{(rp)}$  es la varianza del portafolio  $p$ ,  $\Sigma$  se refiere a la matriz de varianza-covarianza de los retornos de los activos, y  $K$  hace referencia a un valor de varianza dado.

El desarrollo realizado por Markowitz (1952) presenta algunas debilidades: 1) supone una distribución normal y simétrica de los rendimientos de los activos (Chunhachinda, Dandapani, Hamid, & Prakash, 1997; Prakash, Chang, & Pactwa, 2003); 2) no incluye los momentos superiores de la distribución de los rendimientos (sesgo o kurtosis), en la conformación de los portafolios óptimos (Davies and de Servigny, 2012); 3) en los puntos extremos de la frontera eficiente el portafolio presenta una alta concentración en un número reducido de activos (Bera & Park, 2008; Chunhachinda et al., 1997; Prakash et al., 2003); 4) no incluye las preferencias de los inversionistas (Gupta, Mehlawat, & Saxena, 2008; Keskin, Kocadagli, & Cinemre, 2015; Lin & Hsieh, 2004; Perez & Gomez, 2016; Vercher, Bermúdez, & Segura, 2007; Watada, 2001; Zhang & Zhang, 2014); y 5) desarrolla un modelo enfocado en un solo objetivo, cual es la maximización del retorno del portafolio sujeto a un riesgo dado (Yaoyao Clare Duan, 2017). Respecto a esta última debilidad algunos autores han propuesto modelos multiobjetivo de asignación de portafolios (Duan, 2007; Zuhail, 2010; Lwin, Qu & Kendall, 2014), los cuales se detallan a continuación.

### **Optimización multiobjetivo**

En el contexto de portafolio, la optimización multiobjetivo busca un equilibrio de todas las funciones objetivos. En este caso no existe una función prioritaria o más importante que la otra (Cura, 2009). La optimización debe satisfacer todas las restricciones que se agregan en

el modelo, por lo tanto, este tipo de optimización tiene una metodología más estricta y rigurosa cuando se conforman portafolios de activos que satisfacen dichos parámetros (Cura, 2009).

Los portafolios eficientes, es decir aquellos que optimizan las funciones objetivo del modelo y cumplen todas las restricciones son soluciones óptimas en el sentido de Pareto (Cura, 2009). Esto quiere decir que no existe otra solución posible que mejore una función objetivo sin desmejorar la otra; por lo cual, se puede establecer que la curva que contiene todos los portafolios óptimos del modelo es la frontera óptima en el sentido de Pareto (Cura, 2009).

En la literatura los trabajos se han enfocado en proponer modelos de optimización multiobjetivo, que maximicen el retorno del portafolio y a su vez minimicen su riesgo (Duan, 2007; Zuhail, 2010; Lwin, Qu & Kendall, 2014), los cuales utilizaron algoritmo genético (Zuhail, 2010; Lwin et al, 2014) y escalarización (Duan, 2007) como métodos de optimización. En particular, Lwin et al (2014) utilizan un algoritmo genético evolutivo que considera restricciones de cardinalidad, cantidad y preasignación, y obtienen portafolios óptimos en el sentido de Pareto.

La fórmula matemática del modelo basado en algoritmo genético desde un enfoque multiobjetivo es (Lwin et al., 2014):

$$\begin{aligned}
 \text{Min } V_{(rp)} &= X^t \sum X \\
 \text{max}_x E(\mu p) &= X^t \mu \\
 \text{sujeto a } \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\
 \sum_{i=1}^N s_i &= K \\
 X_i &= y_i v_1, i = 1, \dots, N. \\
 \epsilon_i s_i &\leq w_i \leq \delta_i s_i, i = 1, \dots, N. \\
 s_i &\geq z_i, i = 1, \dots, N
 \end{aligned} \quad (2)$$

$$s_i z_i \in \{0,1\}, i = 1, \dots, N$$

donde  $N$  es el número de activos disponibles,  $\mu$  es el rendimiento esperado del activo  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ),  $V(rp)$  es la covarianza entre los activos  $r$  y  $p$  ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N$ ), y  $X_i$  ( $0 \leq X_i \leq 1$ ) es la variable de decisión que representa la proporción mantenida del activo  $i$ .  $K$  es el número de los activos invertidos en la cartera y  $s_i$  denota si el activo  $i$  es invertido o no.  $\delta_i$  es igual a uno, se elige el activo  $i$  para ser invertido y la proporción de capital  $X_i$  está en  $[\epsilon_i, \delta_i]$ , donde  $0 \leq \epsilon_i \leq \delta_i \leq 1$ . De lo contrario, el activo  $i$  no se invierte y  $X_i$  es igual a cero.  $y_i$  es una variable entera positiva y  $v_1$  es el lote mínimo que puede ser comprado por cada activo, finalmente el vector binario  $z_i$  denota si el activo  $i$  está en el conjunto preasignado que debe incluirse en la cartera o no.

A continuación, se describe la metodología de Algoritmo genético teniendo en cuenta que es la más utilizada en la conformación de portafolios de media-varianza (Holland, 1992; Arnone, Loraschi & Tettamanzi, 1993; Lin & Liu, 2008; Chang, Yang & Chang, 2009; Soleimani, Golmakani & Salimi, 2009), y en particular multiobjetivo (Zuhal, 2010; Lwin et al, 2014).

### **Algoritmo Genético**

El algoritmo genético es una técnica utilizada para resolver problemas de búsqueda de niveles óptimos, cuyos principios fueron establecidos y definidos por Holland (1975). Slimane. Sefiane & Benbouziane (2012) definen al algoritmo genético como un método iterativo que busca una solución óptima, manipulando una población de tamaño constante. Estos autores definen que la población está formada por puntos candidatos que se llaman cromosomas; cada uno es la codificación de una solución potencial al problema, y los conjuntos de múltiples cromosomas, son definidos como genes.

De acuerdo con Slimane. Sefiane & Benbouziane (2012) la solución óptima del algoritmo genético produce una nueva generación de la población anterior, y esta nueva generación de la población está conformada por los cromosomas mejor adaptados a la función objetivo; por lo tanto, por medio de múltiples iteraciones, los cromosomas tenderán hacia la solución óptima de su función objetivo.

El algoritmo genético presenta operadores genéticos, que transforman la muestra aleatoria para encontrar mejor respuesta al problema, los cuales están resumidos en tres pasos: selección, crossover, y mutación.

El primer operador, selección, consiste, como su nombre lo indica, en seleccionar de la población aleatoria una determinada cantidad de modelos codificados en su respectiva cadena binaria. Para la segunda iteración e iteraciones mayores se erigirán los modelos que mejor se desempeñen de acuerdo con la función de ajuste o adaptabilidad (Soriano, 2006).

El proceso crossover se refiere a la recombinación genética las cadenas seleccionadas en el proceso de selección. Estas cadenas son mezcladas entre sí para crear una nueva generación de modelos "hijo". Finalmente, el proceso de mutación hace referencia al cambio de un solo dato de una de las cadenas hijo con el fin de evitar que se cree una población uniforme incapaz de una evolución mayor.

Una vez se tiene esta nueva población de cadenas hijo el proceso consiste en que esta nueva población vuelva a pasar por los tres operadores genéticos y se repita el proceso hasta que se alcance una población con un individuo que tenga el nivel de ajuste más alto posible respecto a la función de ajuste o adaptabilidad del algoritmo genético, este individuo será la respuesta al problema que se busca optimizar. (Soriano, 2006)

Por otra parte, Soriano (2006) argumenta que la codificación de los parámetros del modelo se determina en dos etapas: determinación de los parámetros fundamentales del algoritmo genético e implementación de los mecanismos para generar una población nueva de cromosomas. Los cromosomas hacen referencia a los pesos de los activos.

La determinación de los parámetros fundamentales se enfoca en analizar el tamaño de la población y la probabilidad de mutación. En cuanto al tamaño de la población, éste debe ser lo suficientemente grande para garantizar la diversidad y representatividad de las soluciones. Una condición de terminación del algoritmo, donde se busca llegar a un número limitado de soluciones, es la convergencia a un número determinado o un número determinado de generaciones. La probabilidad de mutación hace referencia a la frecuencia con la cual los cromosomas cambian de una generación a otra.

La implementación de mecanismos para la generación de una nueva población de cromosomas consiste en evaluar de la función objetivo para otorgarle una calificación a cada una de las cadenas. Se permite que las cadenas se reproduzcan dependiendo de la calificación anteriormente otorgada. Para finalizar, se crea una nueva población, intercambiando los cromosomas de las cadenas de mayor calificación.

### **Algoritmo genético aplicado en Optimización**

La idea de utilizar un algoritmo genético para solucionar el problema de optimización de portafolios viene siendo explorada desde hace un par de décadas (Arnone, Loraschi, y Tettamanzi, 1993; Lin y Liu, 2008; un-Jen Chang, Sang-Chin Yang, Kuang-Jung Chang; 2009). En 1993, Arnone, Loraschi, y Tettamanzi presentaron un algoritmo genético para la optimización de portafolios sin restricciones tomando como medida de riesgo el Downside Risk. En 2008, Lin y Liu (propusieron un algoritmo genético para la optimización de

portafolios con la restricción técnica de que este debía optimizar los rendimientos con la menor cantidad de lotes de transacción posibles. En 2009, se llevaron a cabo los trabajos de optimización de portafolios con diferentes medidas de riesgo por parte de un-Jen Chang, Sang-Chin Yang, Kuang-Jung Chang (2009) y los trabajos de optimización de portafolios con restricciones cardinales de Soleimanei (2009).

La formulación matemática de optimización de portafolio, siguiendo Soleimanei (2009) es:

$$\begin{aligned}
 z &= \min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \\
 \sum_{i=1}^N x_i c_i r_i &\geq bR \\
 \sum_{i=1}^N x_i c_i &\leq b \\
 w_i &= \frac{c_i x_i}{\sum_{i=1}^N 1} x_i c_i, i = (1, 2, \dots, N) \\
 \sum_{i=1}^N Z_i &= k
 \end{aligned} \tag{3}$$

Donde,  $N$  es el número total de activos disponibles para la conformación del portafolio.  $r_i$  es el retorno esperado del activo  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ).  $\sigma_{ij}$ , se refiere a la covarianza entre los activos  $i$  y  $j$ , ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N$ ).  $R$ , es el retorno esperado mínimo que puede aceptar el inversionista.  $b$ , es el presupuesto total que tienen disponible el inversionista.  $w_i$ , es el peso de cada activo  $i$  del portafolio.  $c_i$ , es el precio del activo  $i$ , multiplicado por los lotes mínimos de transacciones.  $x_i$ , se refiere al número mínimo de lotes de transacción del lote  $i$ , que el modelo sugiere comprar.

### **Mercado de renta variable**

La bolsa de valores de Nueva York (NYSE) fue fundada en el año de 1792 por un grupo de corredores de bolsa que pretendían encontrar una forma de controlar el flujo de acciones que hasta ese momento se cotizaban de manera libre en Wall Street (New York Stock Exchange [NYSE], 2022). En 1817 se comenzó a alquilar un espacio físico para la transacción de acciones que cambió hasta 1865 cuando finalmente la bolsa de valores se establecería en el sitio donde opera hasta el día de hoy (New York Stock Exchange [NYSE], 2022). Actualmente NYSE es el mayor mercado de valores del mundo con un flujo anual de transacciones de 36 billones de dólares, de 3200 empresas distintas, dentro de las cuales hay una gran variedad de empresas que componen los principales índices bursátiles como el S&P500, el Dow Jones y el Nasdaq 100 (New York Stock Exchange [NYSE], 2022). Algunas de las empresas más importantes cotizando en esta bolsa son: Amazon, Facebook, Microsoft, Apple, American Airlines, Coca Cola, Netflix, etc. (Yahoo! Finance, 2022).

### **Criptomonedas**

La Real Academia Española define a las criptomonedas, como una moneda virtual que es administrada por una red de computadoras descentralizadas, donde se procesan todas las transacciones entre usuarios bajo un sistema de encriptación (RAE,2021). Los sistemas de encriptación y seguridad se basan en la tecnología Blockchain, donde cada uno de los computadores que hacen parte de la red, garantiza el equilibrio de las transacciones (Miranda, 2021).

El inicio de las criptomonedas se da con el nacimiento del Bitcoin en 2009, cuando su creador Satoshi Nakamoto, creó un manifiesto donde se establece el funcionamiento de



todo el sistema, evitando uso de terceros en las transacciones (Miranda, 2021). Desde su inicio en 2009, la creación de criptomonedas no ha cesado, llegando a la cantidad de 17.869 monedas transables (CoinMarketCap, 2022). Estas monedas virtuales pueden transarse en cualquier plataforma de intercambio de criptomonedas, como puede ser Binance, Coinbase, Kucoin, etc.

## **METODOLOGÍA**

El objetivo de este trabajo se enfoca en estructurar un portafolio de inversión de activos de renta variable que transan en el NYSE, en combinación con criptomonedas, con el fin de comprender el efecto de esta inclusión en el riesgo y el retorno de esta inclusión. Con el fin de cumplir con este objetivo hemos tomado como referencia el trabajo realizado por Kajtazi y Moro (2019), quien demostró, a partir de la inclusión de criptomonedas en distintos portafolios de activos estadounidenses, europeos y chinos, que las criptomonedas son capaces de mejorar la rentabilidad a costa de aumentar el riesgo del portafolio. Teniendo en cuenta el resultado encontrado por Kajtazi y Moro (2019), nosotros planteamos la construcción de un portafolio multiobjetivo que maximice el retorno y simultáneamente minimice el riesgo, para lo cual utilizamos algoritmo genético como método de optimización. La presente sección contiene la descripción de las fuentes y los datos, y la descripción del modelo a optimizar.

### **Fuentes y Datos**

Los datos utilizados en la realización de este trabajo fueron tomados de los retornos diarios de las acciones que componen el índice S&P500, para el periodo comprendido entre el 1 de enero de 2018 y el 1 de enero de 2022. Por otro lado, los datos referentes a las criptomonedas que se tomaron para la realización de este documento son los retornos

diarios de todas las criptomonedas disponibles en la plataforma YahooFinance que se transaron dentro del periodo previamente establecido.

Para la conformación del portafolio se seleccionaron 30 acciones, de las 500 acciones del índice S&P500, y 5 criptomonedas, de las 3642 que fueron evaluadas. Los criterios para la selección de los activos de renta variable estuvieron enfocados en aquellas acciones cuyos retornos promedio presentaran baja correlación (inferior al 50%), y que tuvieran la mayor razón de Sharpe. Los criterios anteriores aplicados a las acciones se aplicaron también en la selección de las criptomonedas, una vez se habían seleccionado las 20 criptomonedas con la mayor capitalización de mercado durante el periodo de estudio. sin embargo, a diferencia de las acciones en esta ocasión se seleccionaron solo las 5 criptomonedas con mejor razón de Sharpe cuya correlación fuese menor a 50%.

### **Modelo**

El modelo que se propone es multiobjetivo y es expresado matemáticamente a continuación:

$$\text{Min } V_{(rp)} = X^t \Sigma X$$

$$\text{Max}_x E_{(\mu p)} = X^t \mu$$

$$\text{sujeto a } \sum_{i=1}^N X_i = 1$$

$$0 < X^t < 1$$

Donde N es el número de activos disponibles,  $\mu$  es el rendimiento esperado del activo i ( $i=1, \dots, N$ ),  $V(rp)$  es la covarianza entre los activos r y p ( $i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N$ ), y  $X_i$  ( $0 \leq X_i \leq 1$ ) es la variable de decisión que representa la proporción mantenida del activo i.

El método de algoritmo genético multiobjetivo se modeló en el software Matlab. Una vez leídos los retornos diarios de los activos, se calculan tanto la media de los retornos como la matriz de varianza-covarianza que hay entre ellos. Teniendo en cuenta que son los insumos que se requieren para el modelo de Media-Varianza, y en el modelo multi objetivo que se pretende realizar.

En primer lugar, las funciones objetivo del modelo se expresaron de la siguiente forma:

$$f_{(1)} = -(w * \mu') \quad (5)$$

$$f_{(2)} = (sqrt(w * \Sigma * w')) \quad (6)$$

Donde,  $w$  y  $w'$  son el vector de pesos de los activos y el vector de pesos transpuesto, respectivamente;  $\mu'$ , es el vector transpuesto de los retornos esperados de los activos;  $\Sigma$ , es la matriz de varianza-covarianza de los activos.

El algoritmo genético, para encontrar soluciones con las condiciones dadas, crea una muestra inicial que se ajuste de acuerdo con las restricciones. A partir de esta muestra inicial, conocida como “padres”, el algoritmo genético evalúa la función objetivo y las restricciones. Los resultados obtenidos de esta evaluación son usados para crear un puntaje para esta muestra.

El algoritmo genético crea una nueva población, a la que se le llama “hijos”, a través de la mutación y cruce de los “padres”. Los “hijos” son evaluados tanto en la función objetivo como en las restricciones por el algoritmo genético, esto se hace con el fin de obtener una calificación mayor que la de los “padres”.

Finalmente, el algoritmo genético combina las poblaciones de “padres” e “hijos”, y a esto se le denomina “población extendida”. Una vez esta población es creada, el algoritmo genético se encarga de calcular tanto el rango como la distancia de hacinamiento para todos los individuos de la “población extendida”. Finalmente, el algoritmo genético recorta esta “población extendida” para tener el tamaño deseado. La población será la nueva generación de “padres”.

El algoritmo genético repetirá el proceso de creación de la nueva población de “hijos”, con la población encontrada en el paso anterior, y nuevamente realizará la unión de padres e hijos de manera iterativa hasta que no sea capaz de encontrar una población extendida cuya evaluación tanto en la función objetivo como en las restricciones arroje un resultado mejor que la población encontrada en la iteración anterior.

## RESULTADOS

Esta sección presenta el análisis descriptivo de los activos utilizados, y la conformación de los portafolios multiobjetivo obtenidos a través de algoritmo genético.

### Análisis Descriptivo

Para empezar nuestro análisis descriptivo se presentará a continuación la tabla 1, tabla que contiene los valores de retorno medio, desviación estándar, sesgo y exceso de curtosis de las treinta acciones seleccionadas para la conformación de los distintos portafolios.

**Tabla 1. Estadísticas descriptivas de las acciones de renta variable seleccionadas**

Acción	Media	Desviación estándar	Sesgo	Exceso curtosis
GameStop	0,608%	8,05%	6,321	91,401
Sea Limited	0,349%	3,05%	1,494	13,056

AMD	0,318%	2,91%	0,499	3,546
NVDA.Close	0,225%	2,54%	-0,504	5,298
Chipotle	0,206%	2,00%	1,928	23,144
KLA	0,176%	2,28%	0,463	7,252
Teradyne	0,168%	2,28%	0,445	7,741
AAPL.Close	0,163%	1,72%	-0,141	6,621
Microsoft	0,154%	1,56%	-0,06	11,918
Edwards Lifesciences	0,146%	1,69%	0,521	10,188
Target	0,142%	1,63%	1,639	26,663
Adobe Inc	0,141%	1,85%	0,02	10,306
Danaher	0,139%	1,32%	0,028	6,226
TMO.Close	0,138%	1,43%	-0,162	4,015
Eli Lilly and Company	0,136%	1,60%	1,615	16,974
Motorola Solutions	0,126%	1,52%	0,115	13,963
The Estée Lauder	0,124%	1,61%	-0,12	10,286
Amazon.com	0,123%	1,63%	-0,003	2,14
AutoZone	0,121%	1,53%	-1,442	20,536
O'Reilly Automotive	0,120%	1,53%	-0,213	19,312
Costco	0,119%	1,16%	0,401	10,149
Alphabet Inc	0,117%	1,53%	-0,088	5,911
PerkinElmer	0,116%	1,55%	-0,591	3,806
Nasdaq	0,114%	1,42%	0,236	16,05
Accenture	0,113%	1,43%	0,465	10,446
Prologis	0,112%	1,50%	-0,811	19,237
The Sherwin-Williams	0,109%	1,47%	-0,538	26,751
Life Storage	0,109%	1,41%	-1,739	32,287
Ball Corporation	0,105%	1,45%	0,308	9,988
NextEra Energy	0,100%	1,36%	0,055	19,6

---

*Fuente.* Elaboración propia

Se puede observar que la acción con mayor retorno promedio diario es Gamestop cuyo retorno diario promedio es de 0,608%, la cual coincide con ser la de mayor riesgo. Además,

se destaca que esta acción también presenta tanto el mayor sesgo positivo como la curtosis más elevada, resultando en ser la acción más volátil.

Por otro lado, la acción de menor retorno promedio es NextEra Energy con 0,1%, que no es necesariamente la de menor riesgo, ya que la acción con menor desviación estándar de los retornos es Costco con una desviación estándar de 1,15%. El retorno promedio de las 28 acciones restantes oscila entre 0,1% y 0,35%. Cabe destacar respecto al sesgo y a la curtosis, que la acción de mayor sesgo negativo es Life Storage y la acción que presenta el menor exceso de curtosis es AMD.

La tabla 2 presenta las estadísticas descriptivas de las diez criptomonedas utilizadas para la conformación de los distintos portafolios realizados en este estudio.

**Tabla 2. Estadísticas descriptivas de las criptomonedas seleccionadas**

Criptomoneda	Media	Desviación estándar	Sesgo	Exceso curtosis
<i>Binance Coin</i>	0.12%	2.64%	0.299	12.688
<i>HNC</i>	0.11%	6.03%	1.918	32.446
<i>Ethereum</i>	0.05%	2.26%	-1.105	7.941
<i>WhiteCoin</i>	0.04%	9.18%	-1.138	40.165
<i>Bitcoin</i>	0.04%	1.75%	-1.150	11.097
<i>Aragon</i>	0.03%	3.31%	-0.522	7.051
<i>MediBloc</i>	0.01%	3.95%	1.073	10.272
<i>iExec RLC</i>	0.01%	3.62%	0.244	9.164
<i>Syscoin</i>	0.01%	3.53%	0.611	7.502
<i>Dinastycoin</i>	0.00%	8.21%	-0.057	5.741

*Fuente.* Elaboración propia

Se puede observar que la criptomoneda con mayor retorno promedio diario, en el periodo analizado, es la Binance Coin con un retorno promedio diario igual a 0,12%, mientras que

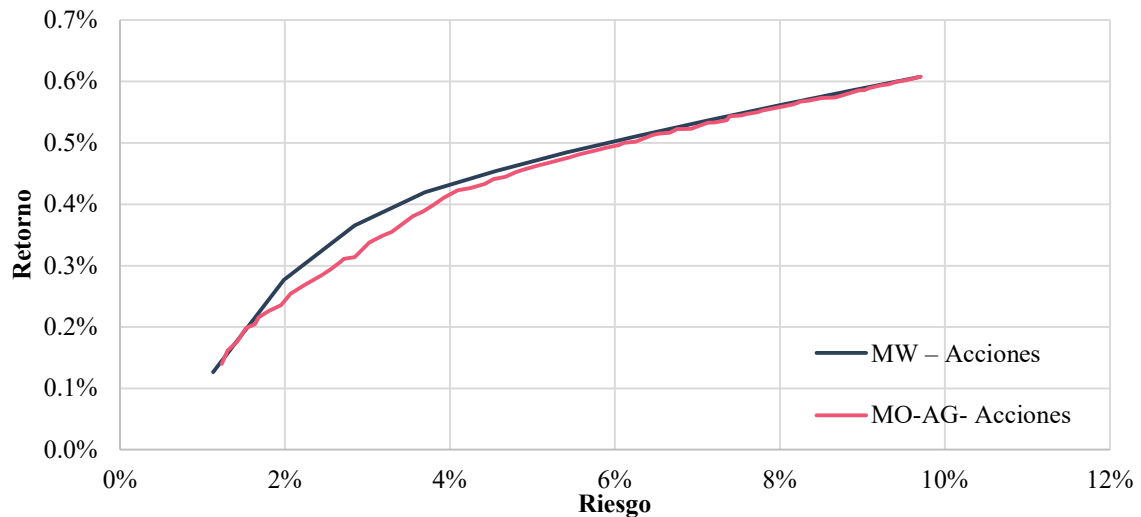
la de menor retorno promedio diario es Dynasticoin (0%). Respecto a la desviación estándar la criptomoneda con la menor desviación estándar es Bitcoin cuya desviación estándar es igual a 1,75% y la moneda con mayor desviación estándar es Whitecoin con una desviación estándar de 9,18%. Los datos de retorno promedio diario y desviación estándar explicados anteriormente nos permiten ver un comportamiento menos lineal de las criptomonedas en la relación directa entre riesgo y retorno lo que se debe a la alta volatilidad propia de este tipo de activos.

Finalmente, respecto al sesgo y curtosis de las criptomonedas utilizadas podemos decir que la criptomoneda con el mayor sesgo positivo es MediBloc mientras que Bitcoin es la del mayor sesgo negativo. Adicionalmente WhiteCoin es la criptomoneda cuya distribución se aleja más de la distribución normal lo que la hace la más volátil.

### **Conformación de Portafolios**

Se conformaron cuatro fronteras eficientes. La primera se realizó siguiendo el modelo planteado en (1), de acuerdo con la formulación de Markowitz (1959), utilizando solamente acciones de renta variable. La segunda, se realizó siguiendo el modelo planteado en (2) pero con acciones de renta variable y criptomonedas. La tercera frontera se construyó con un modelo multiobjetivo siguiendo de acuerdo con la formulación planteada en (3), y utilizando algoritmo genético utilizando solamente instrumentos de renta variable. Finalmente, la última frontera se realizó con el modelo multiobjetivo planteado en (4), utilizando como método de optimización el algoritmo genético, y no solo con acciones sino con criptomonedas. En la figura 1 se presentarán las fronteras realizadas con algoritmo genético y con la teoría de Markowitz que incluyen únicamente acciones comunes.

**Figura 1. Fronteras eficientes con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones**



*Fuente.* Elaboración propia

Se observa que la frontera que utiliza el enfoque multiobjetivo con algoritmo genético se encuentra por debajo de la frontera eficiente construida con el enfoque de Markowitz, para los niveles de riesgo diferentes a los extremos. Este comportamiento evidencia que los portafolios construidos a partir de la minimización del riesgo y la maximización del retorno, presentan menor retorno que sus contrapartes que se construyeron enfocados solamente en la maximización del retorno. Sin embargo, el portafolio de mínimo riesgo obtenido utilizando el modelo multiobjetivo con la metodología de algoritmo genético presenta mayor riesgo y retorno, respecto al portafolio de mínimo riesgo obtenido por el modelo de Markowitz, presentando diferencias en retorno de 0.014% y riesgo de 0.103%.

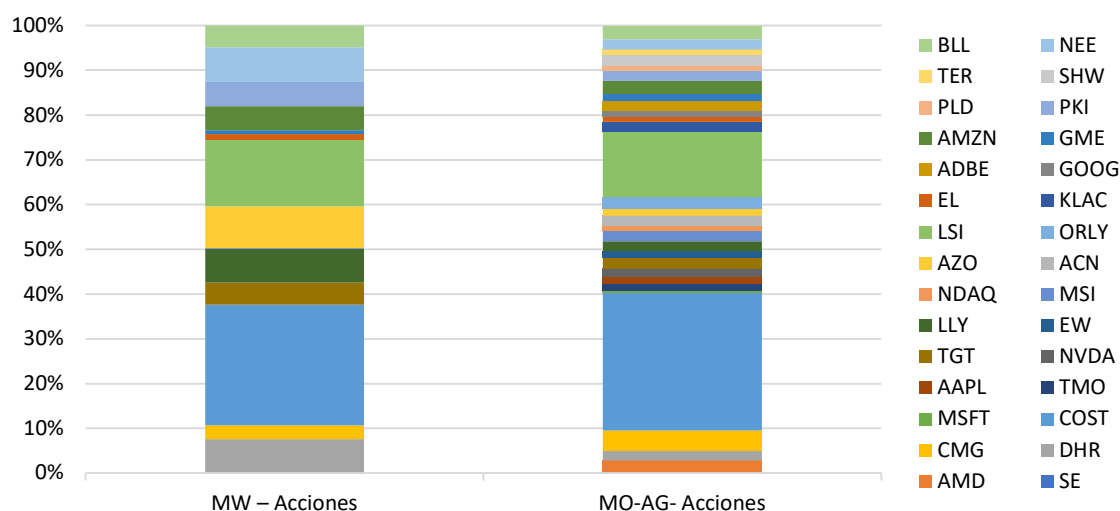
Si tomamos un riesgo moderado de 3.67%, se observa que la diferencia en retorno son aproximadamente 0.031%, donde la metodología de Markowitz es la que presenta un mayor rendimiento para el nivel de riesgo; por lo cual, se ve que el enfoque de algoritmo



genético es menos eficiente en términos del rendimiento otorgado, pero, tiene una gran ventaja y es que, agrega una mayor cantidad de activos al portafolio, en su búsqueda de minimizar el riesgo. Finalmente, se observa que las dos metodologías a medida que aumenta el riesgo convergen al mismo valor de retorno.

En la figura 2 se presenta la conformación del portafolio de mínimo riesgo para las metodologías de Markowitz y Multi-periodo con algoritmo genético.

**Figura 2. Composición de los portafolios de mínimo riesgo con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones**



*Fuente.* Elaboración propia

Se observa que la formulación basada en algoritmo genético multiobjetivo genera portafolios de mínimo riesgo con mayor número de activos involucrados, en total 29 acciones, mientras que en el de Markowitz tan solo están 14. En particular, las acciones que conforman el portafolio de Markowitz también hacen parte del portafolio de mínimo riesgo conformado con el enfoque de algoritmo genético multiobjetivo. Sin embargo, en este

último, estas acciones solo conforman el 74.25%, por lo cual, vemos que el algoritmo diversifica el otro 25.75% del riesgo asociado al portafolio.

En la tabla 3 se presentan las 14 acciones en común con los dos enfoques, con sus principales estadísticas descriptivas de sus retornos, y las acciones exclusivas definidas con el enfoque multiobjetivo con algoritmo genético.

**Tabla 3. Comparación de la conformación de los activos de mínimo riesgo con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo**

Acciones en común entre la formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo						Acciones exclusivas de la formulación de algoritmo genético multiobjetivo					
Activo	MW	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo	Activo	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo	
<i>COST</i>	26.91%	31.00%	0.12%	1.16%	0.401	<i>AMD</i>	2.81%	0.32%	2.91%	0.499	
<i>LSI</i>	14.79%	14.71%	0.11%	1.40%	-1.739	<i>TMO</i>	2.67%	0.14%	1.43%	-0.162	
<i>AZO</i>	9.38%	4.58%	0.12%	1.53%	-1.442	<i>PLD</i>	2.35%	0.11%	1.50%	-0.811	
<i>NEE</i>	7.72%	3.04%	0.10%	1.36%	0.055	<i>ADBE</i>	2.21%	0.14%	1.85%	0.020	
<i>LLY</i>	7.61%	3.02%	0.14%	1.60%	1.615	<i>NDAQ</i>	2.10%	0.11%	1.42%	0.236	
<i>DHR</i>	7.57%	2.51%	0.14%	1.32%	0.028	<i>ORLY</i>	2.07%	0.12%	1.53%	-0.213	
<i>PKI</i>	5.44%	2.32%	0.12%	1.55%	-0.591	<i>AAPL</i>	1.67%	0.16%	1.72%	-0.141	
<i>AMZN</i>	5.37%	2.28%	0.12%	1.63%	-0.003	<i>KLAC</i>	1.55%	0.18%	2.28%	0.463	
<i>TGT</i>	4.95%	2.26%	0.14%	1.63%	1.639	<i>TER</i>	1.53%	0.17%	2.28%	0.445	
<i>BLL</i>	4.90%	2.17%	0.11%	1.45%	0.308	<i>ACN</i>	1.38%	0.11%	1.42%	0.465	
<i>CMG</i>	3.09%	2.10%	0.21%	2.00%	1.928	<i>GOOG</i>	1.38%	0.12%	1.53%	-0.088	
<i>EL</i>	1.33%	1.53%	0.12%	1.61%	-0.120	<i>MSFT</i>	1.36%	0.15%	1.56%	-0.060	
<i>GME</i>	0.84%	1.50%	0.61%	8.05%	6.321	<i>EW</i>	1.19%	0.15%	1.69%	0.521	
<i>MSI</i>	0.11%	1.22%	0.13%	1.52%	0.115	<i>SHW</i>	1.14%	0.11%	1.47%	-0.538	
						<i>NVDA</i>	0.47%	0.22%	2.54%	-0.504	

*Fuente.* Elaboración propia

Se observa que las 14 acciones que coinciden con los dos enfoques presentan retornos que varían entre 0,11% y 0,61%, con desviaciones estándar entre 1,16% y 8,05%. Las 15 acciones escogidas adicionalmente con el enfoque de algoritmo genético multiobjetivo tienen retornos que varían entre 0.11% y 0,32% de las 14 acciones, pero cuyas desviaciones

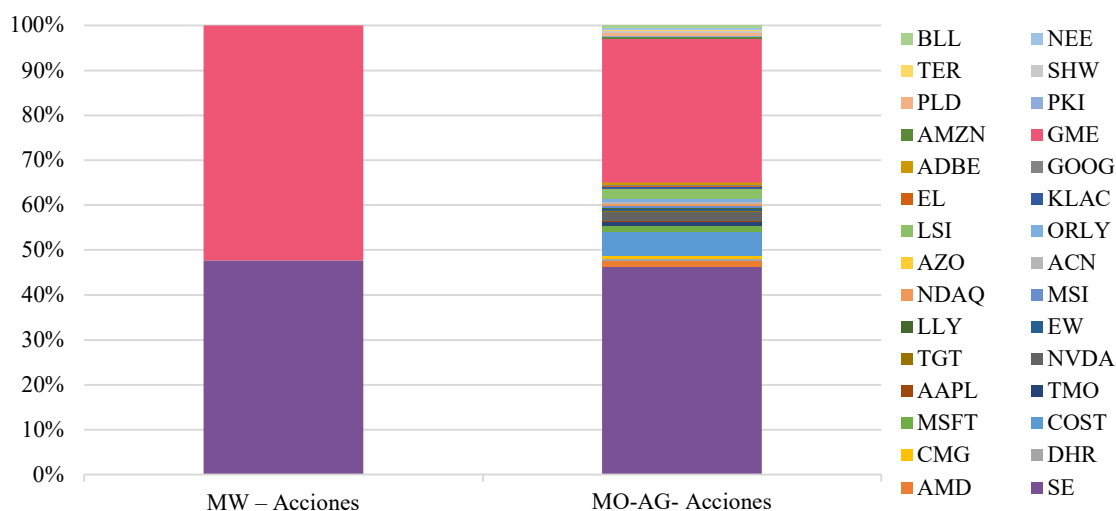
estándar son superiores a 1,42%. La acción Costco es la que presenta mayor ponderación con los dos enfoques. Mientras con el enfoque de máximo retorno de Markowitz la ponderación es del 26.91%, con el algoritmo genético, esta ponderación aumenta, dado que, el enfoque multiobjetivo busca un trade-off entre la relación retorno-riesgo, y esta es una de las más equilibradas, puesto que, presenta un retorno de 0.12% y un nivel de riesgo, medido por la desviación estándar, de 1.16%. Vale la pena resaltar que acciones como AutoZone, PerkinElmer, Amazon, y The Estée Lauder presentan el mismo retorno promedio que Costco, pero con un mayor riesgo, por lo que el enfoque de Markowitz les otorga una menor ponderación. Sin embargo, esta ponderación es mucho menor con el enfoque multiobjetivo dado que castiga por la relación riesgo-retorno. Respecto a las nueve acciones restantes se observa que, aunque Markowitz le da una ponderación más baja entre más retorno y riesgo, el enfoque multi-periodo con algoritmo genético es mucho más estricto en esta asignación de pesos. Finalmente, resulta interesante resaltar el caso de GameStop, que es la acción con mayor retorno, pero también mayor riesgo, por lo que Markowitz presenta una ponderación menor respecto a la dada por el enfoque multi-periodo con algoritmo genético.

En general, se observa que la metodología de algoritmo genético disminuye la cuota de las acciones con una peor relación entre retorno y riesgo, para así, realizar la introducción de más acciones al portafolio, como lo es el activo AMD, quien presenta una participación de 2.81% en la metodología multiobjetivo, dado que, esta acción, tiene un retorno de 0.32% y un riesgo de 2.91%, por lo cual, se observa que su nivel de rendimiento y riesgo es alto, por lo cual, se intuye que el algoritmo genético integra dicho activo para aumentar el rendimiento a costa de un mayor nivel de riesgo, pero en menor proporción, como lo es

integrando la acción de GameStop, quien presenta un retorno de 0.61%, pero un nivel de riesgo de 8.05%.

En la figura 3, se presenta la composición del portafolio con los dos enfoques para un riesgo moderado e igual a 3.7%.

**Figura 3. Composición de los portafolios de riesgo moderado con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones**



*Fuente.* Elaboración propia

Se observa, bajo la metodología de Markowitz que el portafolio de riesgo moderado se concentra en solo 2 acciones, pero a diferencia, en el multiobjetivo con algoritmo genético, este portafolio se compone de 23 acciones. Pero, en el enfoque de algoritmo genético, estas dos acciones solo representan el 78.27%, y diversifica el 21.73% restante del portafolio, integrando 21 acciones adicionales. Además, la diferencia entre el retorno de ambas metodologías es 0.031%, en donde, el mayor rendimiento se presenta en el enfoque de Markowitz, otorgando así, un portafolio con mayor retorno.

En la tabla 4 se presenta la comparación de la conformación de los pesos, para un portafolio moderado, con los dos enfoques.

**Tabla 4. Comparación de la conformación de los activos de los portafolios de riesgo del 3.7% con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.**

Acciones en común entre la formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo						Acciones exclusivas de la formulación de algoritmo genético multiobjetivo				
Activo	MW	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo	Activo	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo
<i>GME</i>	52.33%	31.99%	0.61%	8.05%	6.321	<i>COST</i>	5.3%	0.12%	1.16%	0.401
<i>SE</i>	47.66%	46.28%	0.35%	3.05%	1.494	<i>LSI</i>	2.3%	0.11%	1.40%	-1.739
						<i>NVDA</i>	1.8%	0.22%	2.54%	-0.504
						<i>AMD</i>	1.5%	0.32%	2.91%	0.499
						<i>MSFT</i>	1.3%	0.15%	1.56%	-0.060
						<i>TMO</i>	0.9%	0.14%	1.43%	-0.162
						<i>CMG</i>	0.8%	0.21%	2.00%	1.928
						<i>AMZN</i>	0.5%	0.12%	1.63%	-0.003
						<i>BLL</i>	0.5%	0.11%	1.45%	0.308
						<i>PLD</i>	0.5%	0.11%	1.50%	-0.811
						<i>ORLY</i>	0.5%	0.12%	1.53%	-0.213
						<i>TGT</i>	0.4%	0.14%	1.63%	1.639
						<i>SHW</i>	0.4%	0.11%	1.47%	-0.538
						<i>NEE</i>	0.4%	0.10%	1.36%	0.055
						<i>ACN</i>	0.4%	0.11%	1.42%	0.465
						<i>MSI</i>	0.4%	0.13%	1.52%	0.115
						<i>LLY</i>	0.4%	0.14%	1.60%	1.615
						<i>KLAC</i>	0.4%	0.18%	2.28%	0.463
						<i>PKI</i>	0.4%	0.12%	1.55%	-0.591
						<i>DHR</i>	0.4%	0.14%	1.32%	0.028
						<i>ADBE</i>	0.3%	0.14%	1.85%	0.020
						<i>NDAQ</i>	0.3%	0.11%	1.42%	0.236
						<i>AAPL</i>	0.3%	0.16%	1.72%	-0.141
						<i>AZO</i>	0.3%	0.12%	1.53%	-1.442
						<i>GOOG</i>	0.3%	0.12%	1.53%	-0.088
						<i>EW</i>	0.3%	0.15%	1.69%	0.521
						<i>EL</i>	0.2%	0.12%	1.61%	-0.120
						<i>TER</i>	0.2%	0.17%	2.28%	0.445

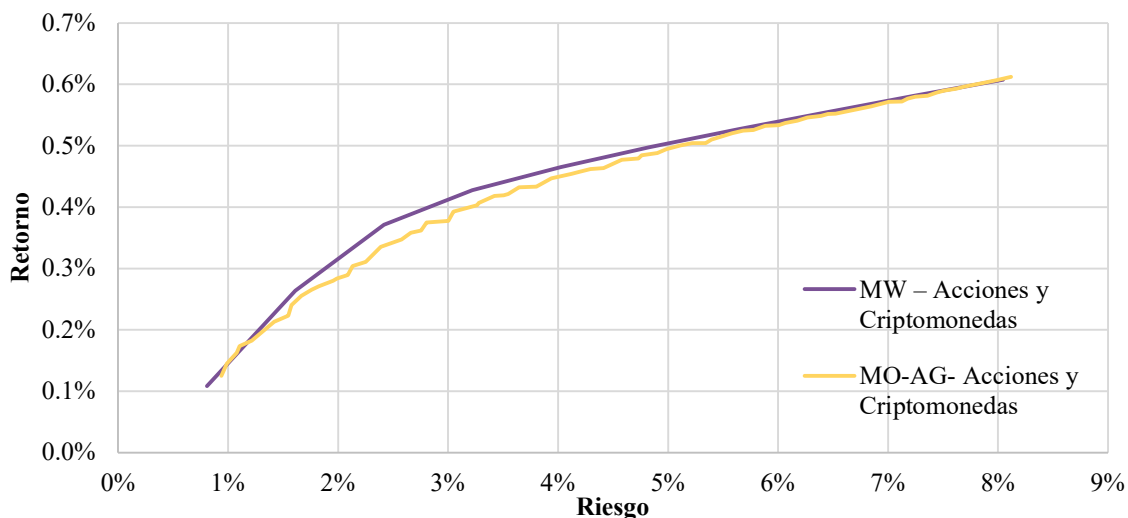
Fuente. Elaboración propia

Se observa que ponderación del activo Sea Limited no sufrió cambios relevantes, manteniendo constante su nivel de participación y se entiende porque es el segundo activo con mayor nivel de retorno 0.35%, pero su riesgo no es tan alto 3.05%, a comparación de GameStop 8.05%. El enfoque multiobjetivo disminuye de manera considerable la participación de GameStop, pasando de 52.33% a 31.99%, lo cual es explicado dado el alto nivel de riesgo asociado, por lo cual, el algoritmo busca minimizar el riesgo del portafolio, disminuyendo la participación de dicho activo e integrando otras 21 acciones que puedan disminuir dicha medida.

Cabe destacar que, las acciones que integran el algoritmo genético tienen una participación muy baja, la cual es menor del 1%, a diferencia de los activos Costco, Life Storage, Nvidia, AMD y Microsoft, donde su participación sobrepasa la barrera del 1%. Esto se puede argumentar por el hecho de que estos activos tienen una relación entre el retorno y riesgo equilibrada, puesto que, los activos presentan un menor riesgo a comparación de otros activos con el mismo nivel de retorno, ayudando así, a minimizar el riesgo asociado al portafolio.

En la figura 4 se presenta la comparación de las fronteras eficientes bajo la formulación de Markowitz y algoritmo genético, conformadas por acciones y criptomonedas.

**Figura 4. Fronteras de eficientes con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas**



*Fuente.* Elaboración propia

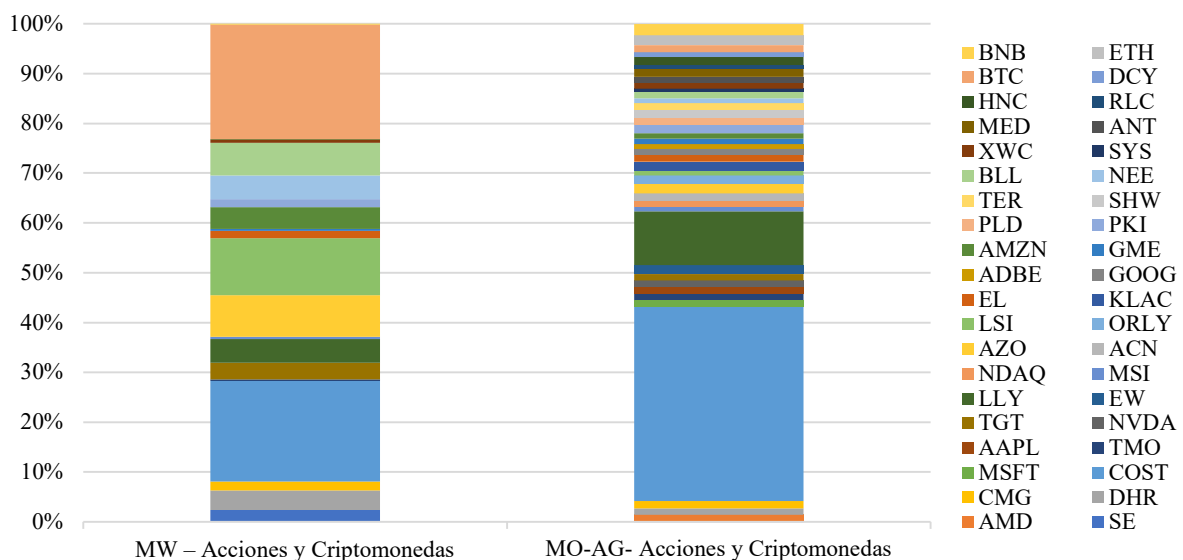
De la misma forma que en el análisis anterior, al incluir criptomonedas al portafolio de acciones, la tendencia que se evidencia es que la frontera que se basa en la metodología de algoritmo genético multiobjetivo se mantiene por debajo de la frontera eficiente construida con el enfoque de Markowitz, para los niveles de riesgo diferentes a los extremos. Esta tendencia evidencia que los portafolios construidos a partir de la minimización del riesgo y la maximización del retorno, presentan menor retorno que sus contrapartes que se construyeron enfocados solo en la maximización del retorno para un riesgo dado. No obstante, debemos destacar que el portafolio de mínimo riesgo usando el enfoque de algoritmo genético multiobjetivo, presenta mayores niveles de retorno y riesgo a comparación de su contraparte, el enfoque Markowitz, presentando diferencias en retorno de 0.131% y del riesgo de 0.017%.

Por otro lado, es importante destacar que se observa un crecimiento del retorno más pronunciado en la frontera realizada con Markowitz que en la frontera de algoritmo genético. De igual forma, se observa que las dos fronteras tienen una tendencia a converger

en sus valores extremos, donde a medida que el retorno y el riesgo aumentan las fronteras se localizan en el mismo portafolio para el punto de máximo riesgo.

En la figura 5 se muestra la conformación de los portafolios de mínimo riesgo obtenidos a través de las metodologías de Markowitz y Algoritmo genético con el uso de criptomonedas y acciones.

**Figura 5. Composición de los portafolios de mínimo riesgo con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas**



*Fuente.* Elaboración propia

Se observa que la formulación basada en algoritmo genético multiobjetivo genera portafolios de mínimo riesgo, con una mayor cantidad de activos incluidos, en total 39, mientras que en el de Markowitz tan solo se involucran 20 activos. Los activos involucrados en el enfoque Markowitz también se incluyen en el enfoque de algoritmo genético multiobjetivo, pero, dichas activos solo representan el 74.88%, por lo cual, el



enfoque multiobjetivo diversifica el 25.12% del riesgo restante, por medio de la introducción de diversos activos.

**Tabla 5. Comparación de la conformación de las acciones y criptomonedas de los portafolios de mínimo riesgo con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.**

Acciones en común entre la formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo						Acciones exclusivas de la formulación de algoritmo genético multiobjetivo				
Activo	MW	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo	Activo	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo
<i>BTC</i>	23.01%	1.40%	0.04%	1.75%	-1.150	<i>ETH</i>	1.98%	0.05%	2.26%	-1.105
<i>COST</i>	20.21%	39.05%	0.12%	1.16%	0.401	<i>SHW</i>	1.76%	0.11%	1.47%	-0.538
<i>LSI</i>	11.50%	1.07%	0.11%	1.40%	-1.739	<i>EW</i>	1.72%	0.15%	1.69%	0.521
<i>AZO</i>	8.38%	1.95%	0.12%	1.53%	-1.442	<i>KLAC</i>	1.68%	0.18%	2.28%	0.463
<i>BLL</i>	6.55%	1.28%	0.11%	1.45%	0.308	<i>ORLY</i>	1.60%	0.12%	1.53%	-0.213
<i>LLY</i>	4.79%	10.85%	0.14%	1.60%	1.615	<i>AAPL</i>	1.42%	0.16%	1.72%	-0.141
<i>NEE</i>	4.75%	0.97%	0.10%	1.36%	0.055	<i>ACN</i>	1.41%	0.11%	1.42%	0.465
<i>AMZN</i>	4.29%	1.12%	0.12%	1.63%	-0.003	<i>AMD</i>	1.40%	0.32%	2.91%	0.499
<i>DHR</i>	3.92%	1.31%	0.14%	1.32%	0.028	<i>PLD</i>	1.33%	0.11%	1.50%	-0.811
<i>TGT</i>	3.27%	1.29%	0.14%	1.63%	1.639	<i>MSFT</i>	1.31%	0.15%	1.56%	-0.060
<i>SE</i>	2.37%	0.00%	0.35%	3.05%	1.494	<i>NDAQ</i>	1.29%	0.11%	1.42%	0.236
<i>CMG</i>	1.81%	1.46%	0.21%	2.00%	1.928	<i>NVDA</i>	1.27%	0.22%	2.54%	-0.504
<i>PKI</i>	1.66%	1.76%	0.12%	1.55%	-0.591	<i>GOOG</i>	1.25%	0.12%	1.53%	-0.088
<i>EL</i>	1.39%	1.39%	0.12%	1.61%	-0.120	<i>TER</i>	1.18%	0.17%	2.28%	0.445
<i>XWC</i>	0.57%	1.34%	0.04%	9.18%	-1.138	<i>ANT</i>	1.09%	0.03%	3.31%	-0.522
<i>GME</i>	0.47%	1.06%	0.61%	8.05%	6.321	<i>DCY</i>	1.00%	0.00%	8.21%	-0.057
<i>MSI</i>	0.41%	0.93%	0.13%	1.52%	0.115	<i>ADBE</i>	0.95%	0.14%	1.85%	0.020
<i>TMO</i>	0.33%	1.30%	0.14%	1.43%	-0.162	<i>RLC</i>	0.76%	0.01%	3.62%	0.244
<i>BNB</i>	0.17%	2.24%	0.12%	2.64%	0.299	<i>SYS</i>	0.62%	0.01%	3.53%	0.611
<i>MED</i>	0.12%	1.58%	0.01%	3.95%	1.073					
<i>HNC</i>	0.03%	1.62%	0.11%	6.03%	1.918					

*Fuente.* Elaboración propia

Como se observa en la tabla 5, los enfoques de Markowitz y algoritmo genético comparten 21 activos, donde se encuentran las acciones con menores retorno y riesgo. Se destacan Bitcoin con 23.01% de participación, Costco con 20.21% y Life Storage con 11.5%. La

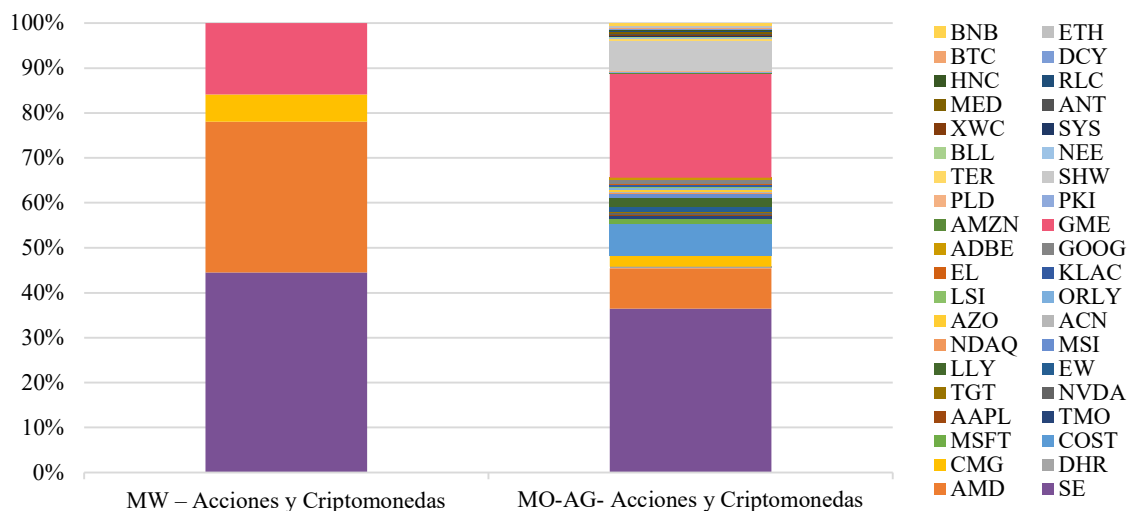
gran participación de Bitcoin es explicada por ser la criptomoneda con niveles de retorno y riesgo bajos, en comparación con las otras criptomonedas y acciones. De los restantes 18 activos, 11 concentran el 43.18%, con participaciones que oscilan entre 1% y 10% y el retorno entre 0.35% y 0.11%, por último, el riesgo varía entre 3.05% y 1.32%. Las 6 acciones restantes tan solo abarcan el 2.1%, pero es interesante resaltar que los retornos oscilan entre 0.61% y 0.04%, y su riesgo varía entre 9.18% y 1.43%.

En la metodología multiobjetivo, las ponderaciones de las acciones mayoritarias del enfoque Markowitz cambian de manera considerable. Por ejemplo, en los casos de Bitcoin y Life Storage, las participaciones disminuyen y pasan a ser 1.4%, y 1.07%, respectivamente. Esto puede ser explicado porque el enfoque multiobjetivo con algoritmo genético prioriza la relación entre riesgo y retorno, y para estas acciones no se tiene este balance. Pero, con la acción de Costco ocurre todo lo contrario, dado que, con el enfoque multiobjetivo, su ponderación aumenta hasta un 39.05%, debido a que tiene un retorno del 0.12%, pero su riesgo es el más bajo de todos los activos involucrados, por lo tanto, esta acción tiene una gran relación retorno-riesgo, siendo premiada por el algoritmo genético. Un caso muy similar al de Costco, sucede con la acción de Eli Lilly and company, la cual aumenta su participación hasta 10.85%, dado que si bien su retorno es 0.14%, tiene un riesgo de 1.6%, por lo cual, el algoritmo genético aumenta su participación por su relación entre el retorno y el riesgo, pero dado que tiene un riesgo más alto que Costco, su participación en el portafolio de mínimo riesgo, va a ser menor. Los 17 activos restantes, se concentran el 25.07%, con participaciones que oscilan entre 0.93% y 2.24% y el retorno entre 0.61% y 0.04%, por último, el riesgo varía entre 9.18% y 1.32%.

Finalmente, dado que el algoritmo genético disminuyó la participación de muchos activos, este introdujo a la vez, una mayor cantidad de acciones y criptomonedas al portafolio, entre ellos se destaca Ethereum con 1.98%, The Sherwin-Williams con 1.76% y Edwards Lifesciences con 1.72%. Podemos observar que, la integración de estos activos tiene como fin disminuir el nivel de riesgo del portafolio, dado que muchos de estos activos tienen niveles de riesgo más bajos que los activos en común entre las metodologías, por lo tanto, el algoritmo genético busca disminuir la participación de activos con una relación rendimiento y riesgo mala e introducir acciones o criptomonedas con relaciones más eficientes.

En la figura 6, se presentarán los portafolios con un riesgo del 2.4% encontrados con la metodología de Markowitz y Algoritmo genético utilizando tanto acciones como criptomonedas.

**Figura 6. Composición de los portafolios de riesgo del 2.4% con formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo conformadas por acciones y criptomonedas.**



*Fuente.* Elaboración propia

De acuerdo con la figura 6 podemos observar que, bajo la metodología de Markowitz, el portafolio de riesgo moderado se concentra en solo 4 acciones, a diferencia del portafolio de riesgo moderado obtenido con algoritmo genético multiobjetivo que está compuesto por 35 acciones. Pero en la metodología multiobjetivo estas acciones solo representan el 71.1% del portafolio, por lo cual, este enfoque diversifica en 28.9% restante por medio de la introducción de los 31 activos restantes. Cabe destacar que, para el mismo riesgo, la metodología de Markowitz presenta un retorno mayor de 0.04% a comparación del enfoque algoritmo genético multiobjetivo, por lo cual, otorga portafolios de riesgo moderado más eficientes en términos del rendimiento.

**Tabla 6. Comparación de la conformación de los activos de los portafolios de riesgo del 2.4% con la formulación de Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo.**

Acciones en común entre la formulación Markowitz y algoritmo genético multiobjetivo						Acciones exclusivas de la formulación de algoritmo genético multiobjetivo				
Activo	MW	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo	Activo	MO-AG	Media	D. Estándar	Sesgo
SE	44.51%	36.43%	0.35%	3.05%	1.494	COST	7.11%	0.12%	1.16%	0.401

<i>AMD</i>	33.57%	9.01%	0.32%	2.91%	0.499	<i>SHW</i>	6.66%	0.11%	1.47%	-0.538
<i>GME</i>	15.94%	23.12%	0.61%	8.05%	6.321	<i>LLY</i>	1.84%	0.14%	1.60%	1.615
<i>CMG</i>	5.99%	2.54%	0.21%	2.00%	1.928	<i>EW</i>	1.10%	0.15%	1.69%	0.521
						<i>MSFT</i>	1.06%	0.15%	1.56%	-0.060
						<i>GOOG</i>	0.97%	0.12%	1.53%	-0.088
						<i>MSI</i>	0.87%	0.13%	1.52%	0.115
						<i>TMO</i>	0.72%	0.14%	1.43%	-0.162
						<i>BNB</i>	0.45%	0.12%	2.64%	0.299
						<i>TER</i>	0.45%	0.17%	2.28%	0.445
						<i>ETH</i>	0.39%	0.05%	2.26%	-1.105
						<i>TGT</i>	0.38%	0.14%	1.63%	1.639
						<i>AZO</i>	0.38%	0.12%	1.53%	-1.442
						<i>DHR</i>	0.37%	0.14%	1.32%	0.028
						<i>PKI</i>	0.35%	0.12%	1.55%	-0.591
						<i>ORLY</i>	0.34%	0.12%	1.53%	-0.213
						<i>HNC</i>	0.34%	0.11%	6.03%	1.918
						<i>KLAC</i>	0.34%	0.18%	2.28%	0.463
						<i>NVDA</i>	0.34%	0.22%	2.54%	-0.504
						<i>ACN</i>	0.33%	0.11%	1.42%	0.465
						<i>ANT</i>	0.31%	0.03%	3.31%	-0.522
						<i>MED</i>	0.31%	0.01%	3.95%	1.073
						<i>LSI</i>	0.30%	0.11%	1.40%	-1.739
						<i>NDAQ</i>	0.29%	0.11%	1.42%	0.236
						<i>EL</i>	0.29%	0.12%	1.61%	-0.120
						<i>BTC</i>	0.29%	0.04%	1.75%	-1.150
						<i>ADBE</i>	0.29%	0.14%	1.85%	0.020
						<i>AAPL</i>	0.28%	0.16%	1.72%	-0.141
						<i>XWC</i>	0.26%	0.04%	9.18%	-1.138
						<i>PLD</i>	0.26%	0.11%	1.50%	-0.811
						<i>BLL</i>	0.25%	0.11%	1.45%	0.308

*Fuente.* Elaboración propia

Como se observa en la tabla 6, la acción de Sea Limited y AMD tiene una ponderación de 44.51% y 33,57%, esto se debe dado que estas acciones tienen un nivel de retorno de 0.35% y 0,32% respectivamente, y su nivel de riesgo es de 3.05% y 2,91, por lo cual, el modelo les asigna una gran participación, puesto que, tiene un buen nivel de retorno para el nivel de riesgo que poseen, esta participación se justifica pues es un portafolio de riesgo moderado que busca aumentar la participación de otros activos con un menor riesgo que la acción que compone el portafolio de máximo retorno pero a su vez maximiza el retorno a

través de estas acciones. De igual forma, bajo la metodología de Markowitz y su búsqueda de maximizar el retorno del portafolio bajo un nivel de riesgo moderado, agrega la acción de GameStop, la cual, es la acción con mayor retorno y de esta forma aumenta el retorno del portafolio.

Bajo el enfoque de algoritmo genético multiobjetivo, las acciones de Sea Limited y AMD presentan una disminución en su ponderación de 8.08% y 24.56%, respectivamente, esto se presenta ya que estos activos presentan un nivel de riesgo proporcionalmente más alto a comparación de su rendimiento, ese fenómeno se ve claramente en la acción de AMD, la cual tiene un rendimiento de 0.32%, pero su riesgo es 2.91%, por lo cual, la relación entre riesgo y retorno que realiza el algoritmo no satisface los criterios del mismo, por lo tanto, esta metodología, disminuye su participación de 33.57% a 9.01%. Además, para aumentar el rendimiento del portafolio, aumenta la participación de la acción de GameStop de 15.94% hasta 23.12% y, por ende, el riesgo del portafolio aumenta, sin embargo, a su vez realiza una compensación de este aumento de riesgo por medio de la agregación de más activos al portafolio buscando diversificar al mismo.

Cabe destacar que, el resto las acciones y criptomonedas que integra el algoritmo genético tienen una participación muy baja, la cual es menor del 1%, a diferencia de los activos Costco, The Sherwin-Williams, Eli Lilly and Company, Edwards Lifesciences y Microsoft, donde su participación sobrepasa el 1% y concentran el 17.77% del portafolio. Esto se puede argumentar por el hecho de que estos activos tienen una relación entre el retorno y riesgo equilibrada, puesto que, los activos presentan un menor riesgo a comparación de otros activos con el mismo nivel de retorno, ayudando así, a equilibrar el riesgo asociado al portafolio dado el aumento de la participación de la acción de GameStop, mencionado

anteriormente. Por otro lado, las acciones que tienen una participación por debajo del 1% concentran el 10.15%.

### CONCLUSIONES.

Este trabajo realizó una comparación de dos enfoques, por un lado, se realizó la conformación de un grupo de portafolios con la metodología tradicional propuesta por Markowitz, mientras que el otro grupo de portafolios fue realizado a través de un modelo de algoritmo genético multiobjetivo que maximiza el retorno del portafolio mientras que minimiza el riesgo de este. Para la conformación de los portafolios anteriormente mencionados se utilizaron las acciones del S&P 500 y las criptomonedas de mayor capitalización.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se encontró que integrar criptomonedas a un portafolio puede ser una decisión atractiva, pues si bien el riesgo del portafolio crece, el aumento de éste se da en menor proporción que el aumento de la rentabilidad por lo que los indicadores que miden dicha relación como la razón de Sharpe o la razón de Sortino, tienden a mejorar.

Se ratifica lo encontrado por Pinudom, Tungpisansampun, Tansuchat y Maneejuk (2018), quienes concluyeron que un activo que tiene una baja correlación con otros activos del portafolio se considera un activo seguro, adicional, las criptomonedas tienen una baja correlación con las acciones tradicionales, por lo tanto, los autores mencionan que Bitcoin se considera un activo interesante para agregar al portafolio, de igual forma, al ser un activo tan volátil, se tiene en cuenta que a pesar de que la rentabilidad del portafolio aumenta, su riesgo también lo hace, pero, gracias a su baja correlación, se puede diversificar el riesgo asociado.

Respecto a la utilización de algoritmo genético multiobjetivo como método alternativo a la teoría de Markowitz para la optimización de portafolios podemos concluir que el algoritmo fue capaz de encontrar un conjunto de soluciones con ponderación equitativa que realiza un balance para obtener una máxima rentabilidad mitigando el riesgo. Este comportamiento se evidenció en los portafolios con riesgos moderados, que componen la curva de frontera eficiente. En general, las fronteras eficientes basadas en los algoritmos genéticos tienen una pendiente menos inclinada a las obtenidas con el enfoque de Markowitz, por lo cual, se evidencia que la frontera conformada bajo la metodología de Markowitz presenta un mayor rendimiento a comparación de su contraparte, pero, el algoritmo genético, crea portafolios mucho más equilibrados en términos de retorno y riesgo.

Finalmente, el algoritmo genético aumentó el número de activos involucrados en la conformación de los distintos portafolios a comparación de la metodología de Markowitz, la cual, solo busca maximizar el retorno del portafolio. Esto lo hace por medio de un Trade-Off entre el riesgo y el retorno de los diferentes activos involucrados, por lo cual, se encontró que el algoritmo genético busca privilegiar activos que tengan una buena relación entre su retorno y riesgo, a diferencia de Markowitz, la cual, solo se enfoca en maximizar el retorno del portafolio para un riesgo dado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arnone, S., Loraschi, A., & Tettamanzi, A. (1993). A genetic approach to portfolio selection. *Neural Network World*, 3(6), 597-604.
- Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with applications*, 36(7), 10529-10537.
- Duan, Y. C. (2007). A multi-objective approach to portfolio optimization. *Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal*, 8(1), 12.



Eliel Soriano Torres-Gil, & ELIEL SORIANO TORRES-GIL. (2019). Aplicación de algoritmos genéticos en la optimización de portafolios de inversión. *Repositorio.tec.mx*. <https://doi.org/http://hdl.handle.net/11285/628210>

*Global Optimization Toolbox Release Notes*. (n.d.). Retrieved March 4, 2022, from [https://www.mathworks.com/help/pdf\\_doc/gads/rn.pdf](https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/gads/rn.pdf)  
*S&P 500 (^GSPC) Charts, Data & News - Yahoo Finance*. (2022). @YahooFinance. <https://finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC?p=%5EGSPC>

Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press.

Kajtazi, A., & Moro, A. (2018). The Role of Bitcoin in Well Diversified Portfolios: A Comparative Global Study. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3261266>

Lin, C. C., & Liu, Y. T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 185(1), 393-404.

Lwin, K., Qu, R., & Kendall, G. (2014). A learning-guided multi-objective evolutionary algorithm for constrained portfolio optimization. *Applied Soft Computing*, 24, 757-772.

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91. [https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz\\_JF.pdf](https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf)

ASALE, R., & RAE. (2021). *Diccionario de la lengua española RAE - ASALE*. “Diccionario de La Lengua Española” - Edición Del Tricentenario. <https://dle.rae.es/criptomonedas>

*NYSE: History of the American Stock Exchange*. (2022). Nyse.com. <https://www.nyse.com/american-stock-exchange>

Pinudom, B., Tungpisansampun, W., Tansuchat, R. & Maneejuk, P. (2018, July). *Could Bitcoin enhance the portfolio performance?* ResearchGate; IOP Publishing. [https://www.researchgate.net/publication/326628533\\_Could\\_Bitcoin\\_enhance\\_the\\_portfolio\\_performance](https://www.researchgate.net/publication/326628533_Could_Bitcoin_enhance_the_portfolio_performance)

Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058-5063.

Zuhal, L. R. (2010, February). Resolving multi objective stock portfolio optimization problem using genetic algorithm. In *2010 The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering (ICCAE)* (Vol. 2, pp. 40-44). IEEE.