



**IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA, EN LA CONSTRUCCIÓN Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.**

TRABAJO DE GRADO

Yesid Alejandro Pérez Galíndez

Carlos Felipe Criollo Almario

Asesor

Jorge Alberto Quesada Hurtado

**UNIVERSIDAD ICESI
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MEDIADA POR LAS TIC
SANTIAGO DE CALI
2023**

**IMPLEMENTACIÓN DEL SOFTWARE GEOGEBRA, EN LA CONSTRUCCIÓN Y
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.**

Yesid Alejandro Pérez Galíndez

Carlos Felipe Criollo Almario

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en educación mediada por las TIC

(Proyecto de Grado)

Asesor

Jorge Alberto Quesada Hurtado



**UNIVERSIDAD ICESI
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MEDIADA POR LAS TIC
SANTIAGO DE CALI
2023**

Resumen

El presente proyecto se enfoca en la integración y aplicación efectiva del software educativo GeoGebra en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas y la geometría de triángulos. Este estudio busca abordar los problemas encontrados en la comprensión y aplicación de conceptos trigonométricos y geométricos, buscando soluciones efectivas a través de la tecnología educativa.

El software GeoGebra proporciona una plataforma dinámica y visualmente interactiva que facilita la representación gráfica de conceptos matemáticos complejos; la implementación de GeoGebra en la enseñanza de razones trigonométricas y geometría de triángulos pretende mejorar la comprensión de estos temas, permitiendo a los estudiantes explorar de manera interactiva y experimental las relaciones y propiedades trigonométricas en contextos aplicados.

El enfoque de este estudio comprende la evaluación del impacto de la implementación de GeoGebra en el rendimiento académico de los estudiantes, así como en su motivación y actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas. Se analizarán los resultados de las actividades realizadas con GeoGebra, comparándolos con los métodos tradicionales de enseñanza. Además, se recopilarán percepciones y retroalimentación de los estudiantes y docentes involucrados, buscando identificar beneficios, desafíos y posibles mejoras en la implementación del software.

El objetivo primordial es contribuir a la optimización de la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas y la geometría de triángulos, brindando a los estudiantes herramientas tecnológicas que favorecen una comprensión más profunda y significativa de estos conceptos matemáticos clave. Al final, se espera que este trabajo aporte conocimientos valiosos para la comunidad educativa, promoviendo la integración efectiva de tecnología en el proceso pedagógico y mejorando la calidad de la educación matemática.

Palabras clave: Enseñanza y Aprendizaje, GeoGebra, Tecnología Educativa, Razones Trigonométricas.

Índice de contenido

1.Introducción.....	7
1.1. Descripción del contexto.....	8
1.2. Descripción del currículo institucional.....	9
1.3. Identificación de la situación problema.....	12
1.4. Caracterización de los actores que hacen parte de la práctica y sus respectivos roles (dentro de la práctica y del proceso de sistematización).....	15
2.Planteamiento del problema.....	16
2.1. ¿Por qué sistematizar la práctica?	16
2.2. Pregunta de sistematización	17
2.3. Justificación.....	17
3.Objetivos.....	18
4.Ejes de sistematización	19
4.1. Resultados y usos esperados de la sistematización.....	19
4.2. Requerimientos personales e institucionales y posibles dificultades en el desarrollo de la sistematización.....	19
5.Antecedentes.....	20
6.Marco Analítico.....	21
6.1. Identificación de los conceptos relevantes de la sistematización y los respectivos enfoques teóricos que se adoptarán.....	21
Cómo llevar a cabo buenas prácticas colaborativas.....	21
5.4. Consideraciones éticas.....	23
7.Marco teórico y conceptual.....	24
7.1. El desarrollo de las TIC en la educación.....	24
7.2. ¿Qué es GeoGebra?.....	30
7.2.1. ¿Por qué es interesante usar GeoGebra?.....	30
7.3. Marco legal o normativo.....	32
8.Metodología.....	32
8.1.1. <i>Modelo metodológico que orientará el proceso de DRI para la sistematización. Instrumentos y procedimientos para la recolección de información.....</i>	<i>34</i>
8.1.2. Procedimientos de validación y organización de la información recogida.....	39
8.2. Actividades y recursos que hacen parte de la práctica.....	39
8.3. Secuencia didáctica	39
8.3.1. Primer Momento: Tecnología de Lápiz y Papel (Metodología Tradicional).....	40

8.3.2. Segundo Momento: Modelación e Incorporación del Software (Uso de las TIC con Espacio de Familiarización con los Estudiantes)	62
9.Descripción de la implementación de la secuencia didáctica	87
Descripción de las clases magistrales. Lápiz y papel.	87
9.1. Descripción 03 Julio – 07 Julio 2023 (solución de triángulos Rectángulos, Teorema de Pitágoras y Razones Trigonométricas).....	87
9.2. Descripción 10 Julio – 14 Julio 2023 (solución de triángulos oblicuos, teorema del seno y teorema del coseno)	88
9.3. Descripción 17 Julio – 21 Julio 2023 (Problemas de aplicación del teorema de Pitágoras, teorema del seno y teorema del coseno)	90
9.4. Descripción 24 Julio – 28 Julio 2023 (Teorema de Herón y aplicaciones).....	91
9.5. Dificultades encontradas en la semana 1	92
9.6. Dificultades encontradas en la semana 2.....	93
9.7. Dificultades encontradas en la semana 3.....	94
9.8. Dificultades encontradas en la semana 4.....	95
DESCRIPCION DE CLASES EN GEOGEBRA.	95
9.9. Semana del 31 de julio al 04 de agosto. familiarización con GeoGebra.....	95
9.10. Semana del 07 al 11 de agosto.....	97
9.11. Semana del 14 al 18 de agosto.....	99
9.12. Semana del 21 al 25 de agosto. teorema del seno y coseno. evaluación.	102
10.Análisis e interpretación de la secuencia didáctica.....	103
10.1. Análisis de la clase se la semana 1, lápiz y papel.....	103
10.2. Análisis de la clase se la semana 2, lápiz y papel.....	103
10.3. Análisis de la clase se la semana 3, lápiz y papel.....	104
10.4. Análisis de la clase se la semana 4, lápiz y papel.....	104
10.5. Análisis de la clase se la semana 5, GeoGebra.....	105
10.6. Análisis de la clase se la semana 6, GeoGebra.....	106
10.7. Análisis de la clase se la semana 7, GeoGebra.....	107
10.8. Análisis de la clase se la semana 8, GeoGebra.....	108
11.Conclusiones.....	109
Referencias.....	112

Índice de figuras

Figura 1. Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán.....	9
Figura 2. GeoGebra vista algebraica y gráfica.....	31
Figura 3. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	88
Figura 4. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	88
Figura 5. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	89
Figura 6. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	90
Figura 7. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	91
Figura 8. Evidencia visual de la clase lápiz y papel	92
Figura 9. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.	97
Figura 10. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.	99
Figura 11. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.	100
Figura 8. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.	101
Figura 8. Evidencia visual de la clase l con el programa GeoGebra.	102

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Instrumentos y procedimientos para la recolección de información.</i>	34
Tabla 2. <i>Plan de clase 1 lápiz y papel</i>	41
Tabla 3. <i>Plan de clase 2 lápiz y papel</i>	46
Tabla 4. <i>Plan de clase 3 lápiz y papel</i>	52
Tabla 5. <i>Plan de clase 4 lápiz y papel</i>	58
Tabla 6. <i>Plan de clase 5 GeoGebra</i>	64
Tabla 7. <i>Plan de clase 6 GeoGebra</i>	68
Tabla 8. <i>Plan de clase 7 GeoGebra</i>	72
Tabla 9. <i>Plan de clase 8 GeoGebra</i>	77

1. Introducción.

Teniendo en cuenta que nuestro campo educativo son las matemáticas, y que hoy en día la sociedad ha avanzado mucho en cuanto a la tecnología se pueden utilizar herramientas tecnológicas (TIC) para la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos en particular para abarcar la temática de las figuras geométricas y sus elementos, motivando a los estudiantes a ver el tema un poco salido del esquema tradicional, en el que ellos mismos van a explorar y construir su conocimiento, examinando herramientas con lo que más les llame la atención de ellas. Y es que con la implementación de estas herramientas se pueden generar espacios de enseñanza y aprendizaje cooperativo, ya que por las opciones de algunas de las aplicaciones se logra compartir con gran facilidad la información encontrada, desarrollada y resuelta, sea entre los mismos estudiantes o entre el docente y los estudiantes.

De este modo, el objeto de sistematización que elegimos fue la enseñanza de las razones trigonométricas y lo que conlleva como la resolución de triángulos, con la implementación del software GeoGebra, teniendo como objetivo por parte del estudiante el reconocimiento de las funciones trigonométricas, para luego resolver problemas de aplicación en donde se vean involucrados conocimientos de ellas. La presente se realizará con alumnos de decimo grado de la Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama de Popayán Cauca durante el primer semestre del año 2023, se trabajará con la herramienta tecnológica de GeoGebra, el cual es un software dinámico y útil para las representaciones gráficas, buscando mejorar la experiencia educativa, fortaleciendo la construcción de conocimiento en los alumnos, promoviendo la motivación y la autonomía frente a problemas de la vida cotidiana en la que se vean involucrados conceptos de geometría. (Galindez, Preguntas 2022) Para la sistematización se tendrá como referencia la siguientes pregunta problema y a la cual se espera al final de toda la practica educativa encontrarle una respuesta.

¿Cómo la implementación del programa GeoGebra puede ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, en un grupo de estudiantes de decimo grado de la de la Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán?

1.1. Descripción del contexto.

La presente propuesta se realizará en el área de matemáticas y tiene como nombre: implementación del aplicativo GeoGebra, en la construcción y resolución de problemas matemáticos. Esta propuesta se va a poner en práctica en la Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama ubicada en la ciudad de Popayán Cauca y es de régimen público. Esta institución comprende desde grado transición hasta grado decimo, con un aproximado de 200 estudiantes. Para la presente propuesta educativa se prevé desarrollarse en 12 semanas de clase, con una carga académica de 3 sesiones semanales cada una de 90 minutos, y se llevará a cabo con estudiantes de grado decimo, en el que se cuenta con un total de 21 estudiantes.

Es importante mencionar que a causa de la falta de aplicación de políticas económicas y de inversión social en los territorios, se presenta una afectación directa a las comunidades indígenas porque no se garantiza su permanencia, debido a que los derechos fundamentales al trabajo, educación, salud, tenencia de tierras, entre otros no son cumplidos, así mismo se vive el conflicto social y armado que aumenta el desplazamiento de comuneros de los territorios ancestrales a la capital del departamento del Cauca. En este nuevo contexto la forma de solventar el derecho a educarse se deja en manos de Instituciones educativas de carácter mayoritario que imparten procesos de enseñanza diferente a la educación propia; por esta razón el Cabildo Yanacona de Popayán desde su fundación en la década de los 80's, pensó y empezó a crear la propuesta de educación para fortalecer las sabidurías indígenas e interculturales.

En el año 1996 se reconoce por parte del Consejo Regional Indígena del Cauca - CRIC-, Cabildo Mayor Pueblo Yanacona -CMY-, Alcaldía del municipio de Popayán, al Cabildo Indígena Yanacona de Popayán en contexto de ciudad, se conforman diferentes comités, entre ellos el comité de educación, cuyas tareas es acompañar a docentes, apoyar, orientar en la construcción de memoria cabildo, dinamizar los procesos educativos de la comunidad, entre otras. En este caminar comunitario en el año 2004 se crea la escuela Wawa K'hari Pacha Mama "Hijos de la Madre Tierra" con resolución interna No. 001 febrero 02, que es avalada por el Consejo Regional Indígena del Cauca CRIC, por código DANE 219001000902-08 y el Decreto de creación No. 000114 del 25 marzo del 2009 emanado por la Alcaldía del Municipio de Popayán.

La Institución educativa en donde se va a llevar la practica educativa está ubicada en la Carrera 3ª N° 21 – 118, Barrio Calicanto de la ciudad de Popayán. La sede educativa funciona en el cabildo, de la comuna 6 de la ciudad, a sus alrededores se encuentran barrios

como: Plateado, Nuevo Japón, Comuneros, Sindical, El Dean, Loma de la Virgen, El Recuerdo Sur, Brisas del Sur, Vereda El Túnel, Siloé, entre otros que concentran a varias familias del cabildo, así como variedad de núcleos que se han desplazado de los territorios tanto indígena como campesino y que tienen arraigo a sus prácticas y saberes ancestrales, que pueden ser fortalecidos desde de la Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán.

Figura 1. Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán



Nota. Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama.2023. *De autoría propia.*

1.2. Descripción del currículo institucional.

Es esencial tener en cuenta los lineamientos curriculares de la institución donde se llevará a cabo la práctica educativa. En este contexto, se destacan cinco tipos de pensamiento matemático, que están alineados con los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional y son adoptados por la institución:

Pensamiento numérico y sistema numérico: Este tipo de pensamiento se refiere a la comprensión general que una persona tiene sobre los números y las operaciones matemáticas, junto con la habilidad y disposición para utilizar esta comprensión de manera flexible en la toma de decisiones matemáticas y en la elaboración de estrategias útiles para el manejo de números y operaciones. Esto es fundamental para el proceso de aprendizaje de las matemáticas, ya que implica conocer las representaciones numéricas y las relaciones entre diferentes sistemas numéricos, así como desarrollar una apreciación por las operaciones matemáticas y diversas formas de resolución.

Pensamiento espacial y sistema geométrico: Se refiere a los procesos cognitivos involucrados en la construcción y manipulación de representaciones mentales de objetos en el espacio, sus relaciones, transformaciones y traducciones a representaciones concretas. El objetivo es que los estudiantes identifiquen espacios en dos y tres dimensiones y desarrollen la capacidad de asociar elementos en esos espacios.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas: Este tipo de pensamiento se relaciona con la medición y las unidades de medida. Los conceptos de medida se presentan en situaciones que buscan enseñar y aprender sobre números. Se supone que los estudiantes tienen una comprensión intuitiva de la medida, que sirve como un marco para explicar operaciones aritméticas. La medida es importante en la vida cotidiana y permite la aplicación de operaciones matemáticas para resolver problemas.

Pensamiento aleatorio y sistema de datos: En este enfoque, se fomenta la exploración e investigación en la probabilidad y la estadística, tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. Se enfatiza la construcción de modelos de fenómenos y estrategias como la simulación de experimentos y el análisis de datos. Se promueve la comparación y evaluación de diferentes enfoques para abordar problemas, lo que fomenta la resolución de problemas y la aplicación de las matemáticas en la resolución de preguntas.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos: Se parte del principio de que las estructuras conceptuales se desarrollan con el tiempo y que el aprendizaje es un proceso progresivo que se sofisticará a medida que se enfrenta a nuevas situaciones problemáticas. Este tipo de pensamiento ayuda a relacionar cantidades y representar eventos matemáticos mediante símbolos, lo que permite a los estudiantes comprender, analizar y representar funciones matemáticas complejas a través de la simbología.

El plan anual de matemáticas (PAM) propone una metodología activa y participativa que fomenta la participación activa de los estudiantes y se basa en el modelo constructivista, se busca que los estudiantes no solo adopten una actitud receptiva y pasiva, sino que también desarrollen su propio pensamiento matemático y contribuyan al proceso de aprendizaje; el PAM considera tres aspectos fundamentales para el desarrollo del plan de estudios en el décimo grado. En primer lugar, se abordan los procesos generales, que engloban todos los procesos de aprendizaje. Luego, se explorarán los conocimientos básicos que se refieren a los procesos específicos que promueven el desarrollo del pensamiento matemático. Por último, se tiene en cuenta el contexto, que se refiere al entorno escolar en el que los estudiantes están inmersos.

El PAM para el décimo grado se divide en tres unidades didácticas, identificadas como A, B y C, que se desarrollan en cada período escolar. En este caso, se ha decidido enfocar el trabajo en temas relacionados con la trigonometría, abordando los siguientes aspectos:

- Aplicaciones de las funciones trigonométricas.
- Resolución de triángulos rectángulos, incluyendo diferentes casos y conceptos como el ángulo de elevación y ángulo de depresión, así como problemas de aplicación.
- Resolución de triángulos oblicuángulos.
- Estudio de los triángulos oblicuángulos.
- Aplicación de la Ley de Senos.
- Aplicación de la Ley de Cosenos.
- Cálculo del área de un triángulo.
- Resolución de problemas aplicados a estos conceptos trigonométricos.

En esta unidad, los estudiantes podrían estar expuestos a conceptos fundamentales de la trigonometría. Se enfatizan tres tipos de pensamiento en la enseñanza de la trigonometría:

Pensamiento geométrico: Comprender cómo los ángulos y las razones trigonométricas se relacionan en un triángulo rectángulo, visualizando la interacción entre los lados del triángulo y los ángulos.

Pensamiento numérico: Realizar cálculos y manipulaciones numéricas para determinar las razones trigonométricas (seno, coseno y tangente) en diferentes ángulos de un triángulo rectángulo.

Pensamiento algebraico: Expresar las razones trigonométricas en función de variables y resolver ecuaciones trigonométricas simples.

En lo que respecta a los criterios de evaluación de la institución, se basan en estándares básicos de educación, indicadores de logros establecidos en la resolución 2343 de 1996 y directrices de evaluación del decreto 1290 de 2009. La evaluación educativa se centra en la evaluación integral, que abarca aspectos académicos y actitudinales, con un equilibrio del 50% para cada uno. La evaluación se centra en el desempeño del estudiante y abarca aspectos como actitudes, logros académicos, habilidades cognitivas y procedimentales. La institución utiliza procesos de evaluación que incluyen la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

La autoevaluación es un enfoque que permite a los estudiantes tomar control de su desarrollo integral, revisar su propio rendimiento, asignarse una calificación de manera sincera y definir acciones para mejorar y supervisar su progreso. La coevaluación implica que los compañeros participen en el proceso de evaluación y colaboren en la identificación de áreas de mejora de cada estudiante. La heteroevaluación se lleva a cabo por el docente, quien valora el progreso de cada estudiante, emite juicios de valor y ofrece oportunidades para mejorar el desempeño de acuerdo con los estándares institucionales y los acuerdos establecidos en el aula.

En estos procesos de evaluación, es fundamental considerar las particularidades de cada estudiante, que pueden incluir diferencias en la edad cronológica y mental, ritmo de aprendizaje, estilo de aprendizaje, posibles limitaciones psicofísicas, así como su contexto social, económico y cultural. Para llevar a cabo esta evaluación de manera efectiva, se requiere la colaboración constante de los padres de familia o acudientes, así como la orientación de la dirección institucional. A continuación, se explicará cómo se implementó el proceso de inmersión y las actividades correspondientes a la práctica, teniendo en cuenta estos parámetros.

1.3. Identificación de la situación problema.

Teniendo en cuenta que, como docentes de Matemáticas, tenemos la aspiración de realizar una propuesta innovadora con el objetivo de generar mayor interés por parte de los estudiantes, dejando a un lado la pedagogía tradicional que se ha usado en años anteriores con el mismo nivel educativo y no se ha obtenido buenos resultados. De este modo se aplicará un método de enseñanza implementando herramientas tecnológicas que permitan a los docentes y a los estudiantes realizar sus propias construcciones del tema a tratar.

Para esta propuesta se tuvo en cuenta el contexto de la Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán, siendo esta una institución especial para las comunidades indígenas erradicadas en la ciudad de Popayán se encontró la necesidad de implementar las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que los estudiantes tenían poco o ningún acercamiento con las herramientas informáticas en el colegio y algunos de ellos incluso en su vida cotidiana no contaban con el conocimiento ni el manejo de estas herramientas, en primer lugar en la institución cuenta con herramientas muy limitadas, como muy pocas unidades de computadores y que además estos equipos están desactualizados o no funcionan, y en segundo lugar el contexto socioeconómico donde muchas de las familias de los alumnos no tienen la posibilidad de permitir que ellos conozcan y manipulen correctamente las herramientas digitales.

En base a esta problemática surge la necesidad de implementar herramientas tecnológicas a los estudiantes con la intención de motivarlos a aprender matemáticas y además de ayudarles a la apropiación de las herramientas digitales que actualmente son de gran importancia, siendo ésta una propuesta transversal e innovadora para los estudiantes de la institución.

La sustentación para adoptar un enfoque más innovador y utilizar herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza de las Matemáticas puede basarse en los siguientes argumentos:

- Alineación con el mundo actual: Los estudiantes están rodeados de tecnología en su vida cotidiana. Al incorporar herramientas tecnológicas en el aula, se establece una conexión más cercana entre su entorno y el proceso de enseñanza y aprendizaje; esto puede aumentar su motivación y participación al ver cómo los conceptos matemáticos se aplican en situaciones que les son familiares.
- Aprendizaje activo y participativo: Permitir a los estudiantes utilizar herramientas tecnológicas para crear y explorar sus propias construcciones matemáticas fomenta el aprendizaje activo, se debe tener en cuenta que los estudiantes no son solo pasivos receptores de información, sino que se convierten en participantes activos en la construcción de su conocimiento; esto puede resultar en una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos.
- Visualización y comprensión conceptual: Las herramientas tecnológicas, como software de geometría dinámica o simulaciones interactivas, permiten la visualización en tiempo real de conceptos matemáticos abstractos, con la intención de fortalecer la

comprensión de los fundamentos detrás de las fórmulas y teoremas, ya que pueden ver cómo los cambios en los parámetros afectan directamente a las representaciones gráficas.

- Personalización del aprendizaje: Cada estudiante tiene un ritmo y estilo de aprendizaje único, por ello las herramientas tecnológicas pueden adaptarse para satisfacer estas necesidades individuales; así los estudiantes pueden explorar a su propio ritmo, repasar conceptos cuando lo necesiten y profundizar en áreas que les interesen particularmente.
- Colaboración y comunicación: Muchas herramientas tecnológicas permiten la colaboración en línea y la interacción en tiempo real, de este modo los estudiantes pueden trabajar juntos en proyectos, compartir sus construcciones y discutir conceptos matemáticos, incluso si no están físicamente en el mismo lugar; esto promueve la comunicación y el trabajo en equipo, habilidades valiosas en la educación y en la vida laboral.
- Preparación para el futuro: La competencia tecnológica es una habilidad crucial en el mundo actual, al introducir a los estudiantes en la integración de herramientas tecnológicas en su aprendizaje, se les brinda una oportunidad para desarrollar habilidades que serán de gran utilidad en su futuro académico y profesional.
- Motivación y enganche: La novedad de un enfoque tecnológico ayuda a mejorar la atención de los estudiantes en el aula de clase, a la vez que despierta su curiosidad, al proporcionarles la capacidad de crear y explorar visualmente conceptos matemáticos, es más probable que se sientan intrigados y comprometidos con el aprendizaje.
- Evaluación auténtica: Mediante la creación de construcciones y proyectos con herramientas tecnológicas, los estudiantes pueden demostrar su comprensión de manera más auténtica que simplemente respondiendo preguntas en un examen, sus trabajos pueden mostrar cómo aplican los conceptos en contextos concretos y reales.

En resumen, la adopción de herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza de las matemáticas puede traer consigo una serie de beneficios que abordan los desafíos de la pedagogía tradicional. Al permitir que los estudiantes sean activos participantes en la construcción de su conocimiento y alinearse con su entorno tecnológico, es más probable que se logre un mayor interés, comprensión y éxito en el aprendizaje matemático.

Una propuesta para el presente proyecto educativo sería la de utilizar herramientas TIC de manera interactiva como dinámica y podrían estar entre las posibilidades para implementar en el aula, algunas páginas web, aplicaciones graficadoras, entre otras. Pero aquí queremos centrar nuestra atención en una aplicación que existe y que nos gustaría llevar a nuestras clases debido a que se acopla por la temática en particular (razones trigonométricas y triángulos) de las matemáticas y es la aplicación de GeoGebra Un software dinámico e interactivo para mostrarle a los estudiantes otra forma de ver las matemáticas, particularmente otra forma de ver las funciones trigonométricas, la aplicación de ellas y la resolución de triángulos.

1.4. Caracterización de los actores que hacen parte de la práctica y sus respectivos roles (dentro de la práctica y del proceso de sistematización).

La Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama maneja una educación propia en contexto de ciudad partiendo de unos intereses en particular como lo son el trabajo comunitario, los tules escolares y las mingas de pensamiento. A raíz de esto la población que está inmersa en esta Institución se destaca por el trabajo de campo, sin ser tan factible en la parte tecnológica y de comunicación. Es importante tener en cuenta que la practica educativa se lleva a cabo con estudiantes de grado decimo, con edades que oscilan entre los 15 y 17 años, teniendo en cuenta que en colegio solo hay un curso para este grado, el cual está compuesto por 4 niñas y 17 niños.

Los actores que llevarán a cabo el proceso son los dos docentes quienes se apropiarán de la propuesta para brindar esta metodología mediada en la TIC a los estudiantes, ellos mismos son los que proponen y llevan a cabo la propuesta, esperando resultados positivos de su aplicación, a continuación, se describen a los docentes involucrados en la presente estrategia.

El docente Carlos Felipe Criollo Almario, Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Cauca, actualmente docente de la Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama del municipio de Popayán y aspirante al título de Magister en Educación mediadas por las TIC. El docente Yesid Alejandro Pérez Galíndez, de 28 años de edad, Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Cauca, actualmente docente del Colegio Campestre Angulo Hispano de la ciudad de Cali y aspirante al título de Magister en Educación mediadas por las TIC. Docentes que a raíz de la problemática contextual decidieron poner en marcha una propuesta con la intención de mejorar el ambiente educativo

y promover practicas novedosas que preparen a los estudiantes de la institución para los retos del mundo actual.

Es importante mencionar que en la actualidad las matemáticas constituyen un problema para un gran porcentaje de los estudiantes y si se toma en cuenta las razones trigonométricas es evidente que gracias a experiencias anteriores con las mismas temáticas que los estudiantes se confunden al encontrar los elementos de éstas, como la forma de aplicarlas y la manera de resolver los triángulos, por esas razones lo que se pretende es ir buscando una mejora de las experiencias, fortaleciendo la construcción de conocimiento en los estudiantes, la motivación y la autonomía para resolver problemas de la vida cotidiana en la que se vean involucrados conceptos de trigonometría. Y es ahí en donde GeoGebra entra a jugar un papel importante aportando con sus opciones de manejo cada una de las dificultades que se han encontrado anteriormente.

Finalmente se busca diferentes fuentes de información de trabajos de pregrado y posgrado en donde se han utilizado diferentes formas de enseñar las razones trigonométricas, con programas como GeoGebra y trabajos en donde utilizan el programa de GeoGebra para enseñar las matemáticas con resultados favorables tanto para el docente como para el estudiante, por ejemplo en el trabajo de Arias (2018) se utiliza el software GeoGebra para la construcción de todo tipo de gráficas y tiene un enfoque constructivista didáctico, con el objetivo de que los estudiantes construyan su propio aprendizaje.

Además, está basada en el aprendizaje cooperativo, en donde se plantean una serie de secuencias didácticas basadas en la resolución de problemas basados en el contexto real de los estudiantes, con el propósito de dejar entrever la importancia de las matemáticas en nuestra cotidianidad, lo mismo ocurre con diferentes investigaciones como es las de García (2018), Orozco (2018) todas nos llaman la atención porque le dan un grado de importancia relevante al utilizar la herramienta de GeoGebra en las aulas de clase, motivos por los cuales nos encamina más a seguir trabajando con esta herramienta con el fin de obtener buenos resultados en la implementación para las razones trigonométricas y la resolución de triángulos.

2. Planteamiento del problema

2.1. ¿Por qué sistematizar la práctica?

La sistematización de la práctica educativa es un pilar fundamental en el contexto del presente proyecto donde se busca aplicar el programa GeoGebra para ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, de este enfoque busca aplicar una evaluación exhaustiva y estructurada del proceso de implementación y sus resultados, permitiendo así un análisis detenido de las fortalezas y debilidades intrínsecas del método educativo propuesto; esta evaluación se traduce en la identificación de áreas de mejora, que pueden ser abordadas de manera estratégica y efectiva para optimizar la eficacia del proyecto.

Al documentar y organizar la experiencia educativa de esta manera, se logra una transparencia que se convierte en un recurso valioso, facilitar la comprensión integral de cómo se ha llevado a cabo la implementación del programa GeoGebra para ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, permitiendo a otros educadores y miembros de la comunidad educativa acceder a información detallada y concreta sobre el proceso (Luna & Agudelo, 2013). Esta transparencia no solo es esencial para la replicabilidad, sino que también brinda un contexto claro sobre las decisiones tomadas y las estrategias empleadas durante la ejecución de la propuesta educativa.

Además, la sistematización no solo brinda información sobre el proceso en sí, sino que también genera datos y evidencia que respaldan la efectividad del enfoque del programa GeoGebra para ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, estos datos proporcionan una base sólida para futuras investigaciones y publicaciones académicas en el campo de la educación matemática, enriqueciendo el corpus de conocimiento en esta área y promoviendo prácticas educativas más informadas y eficaces (Ferrada et al., 2019).

2.2. Pregunta de sistematización

¿Cómo la implementación del programa GeoGebra puede ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas, en un grupo de estudiantes de decimo grado de la de la Institución Educativa Indígena Intercultural Pacha Mama del Cabildo Yanacona de Popayán?

2.3. Justificación

Durante el siglo XXI, las herramientas tecnológicas han adquirido una creciente importancia en la enseñanza de las matemáticas, estas herramientas facilitan la enseñanza de

conceptos matemáticos, y la variedad de programas disponibles permite a las escuelas y profesores explicar temas de matemáticas de manera más efectiva. En particular, en el campo de la trigonometría, las herramientas tecnológicas desempeñan un papel crucial al abordar problemas relacionados con triángulos y ángulos, mejorando la comprensión y el trabajo con estos conceptos.

El software escogido para trabajar en el aula fue GeoGebra debido a que ya lo conocemos de antemano, así que entendemos sus características, sus ventajas y sus requerimientos técnicos que son realmente mínimos, posibilitando un mejor y sencillo manejo que permite acoplarse para llevarlo sin ningún percance a las aulas de clase. Además, es importante destacar que este software es libre, gratuito, de fácil acceso y sencillo de manipular con el que se pueden trabajar todos los contenidos del currículum en el área de matemáticas, especialmente las principales funciones trigonométricas y sus elementos. (GeoGebra, 2022).

Por otra parte, se considera que las herramientas tecnológicas son de gran ayuda para los procesos de enseñanza de las matemáticas ya que gracias a estas se pueden reflejar elementos matemáticos mucho más tangibles que ayudan al estudiante en el manejo y desarrollo de actividades que fortalecen los conocimientos matemáticos. Es por ello que se decide incorporar una metodología didáctica constructivista donde por medio del software GeoGebra los estudiantes logren comprender, reforzar los términos matemáticos de una forma didáctica donde ellos sean capaces de crear y resolver problemas creando así un conocimiento con bases más sólidas y así ver esta conexión entre estudiante, software y objeto matemático.

3. Objetivos

Objetivo general: Analizar el aporte del software GeoGebra, para desarrollar ejercicios y problemas de aplicación que involucren razones trigonométricas y triángulos en el grado decimo.

Objetivos específicos:

- Describir las ventajas del software GeoGebra en las intervenciones de clase con los estudiantes de decimo.
- Analizar el software GeoGebra para modelar problemas de aplicación en las intervenciones de clase.

- Visualizar la diferencia entre trabajar problemas de aplicación a lápiz y papel y con el software GeoGebra.
- Caracterizar el aporte del software GeoGebra en la resolución de ejercicios y problemas de aplicación con razones trigonométricas y triángulos.

4. Ejes de sistematización

- Comprensión y uso de las ventajas de GeoGebra a docentes de matemáticas para la enseñanza de las razones trigonométricas y resolución de triángulos.
- Implementación en el aula del software GeoGebra como herramienta metodológica para consolidar la destreza de los estudiantes en la resolución de problema de aplicación de razones trigonométricas y triángulos.

4.1.Resultados y usos esperados de la sistematización.

- Se espera que los resultados obtenidos en la experiencia de aprendizaje, sean útiles para que otros docentes puedan transformar sus prácticas educativas a través de la implementación de herramientas TIC en el aula.
- Si al finalizar la sistematización, los resultados obtenidos no cumplen al 100% con los objetivos trazados inicialmente, se espera que permita reflexionar acerca de nuestras propias prácticas y las de aquellos docentes que trabajan en la misma área.
- Se espera que esta práctica esté a disposición en diferentes sitios de información de tal manera que pueda ser consultada por otros docentes interesados en realizar prácticas similares para innovar sus procesos de enseñanza – aprendizaje.

4.2.Requerimientos personales e institucionales y posibles dificultades en el desarrollo de la sistematización.

Teniendo en cuenta a (Jara, 2014) para sistematizar la práctica educativa con la implementación del software GeoGebra con los estudiantes de grado decimo, hay algunas situaciones que las vemos como posibilidades positivas, partiendo de que se presentan unas condiciones personales como; interés en aprender de la experiencia, sensibilidad para dejarla hablar por sí misma y la habilidad para hacer análisis y síntesis. (Jara, 2014) Y es que para obtener ese cambio en la práctica educativa y realizar una sistematización se cuenta con la teoría necesaria y con las fuentes de información suficientes para encontrar herramientas

innovadoras y trabajar con GeoGebra para finalmente compartir los resultados encontrados, en la implementación de la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas y triángulos.

Por otro lado, es importante tener en cuenta que para la sistematización se requiere que los estudiantes estén dispuestos a enfrentarse a nuevos métodos y estrategias de enseñanza. En esta parte un obstáculo evidente es el tiempo ya que para adaptarse a diferentes herramientas se requiere de un buen manejo de ellas, de una inmersión antes de la práctica y es aquí en donde se podría llegar a obstruir la planeación o el cumplimiento que a veces exigen las Instituciones Educativas en cuanto a la temática a impartir. Particularmente la Institución Educativa en donde se realiza la práctica educativa, cuenta con un plan curricular por periodos y aclaramos que, sí se tiene la posibilidad de llevar al aula el software GeoGebra para la construcción de conocimiento por parte del estudiante, cumpliendo así parcialmente con las condiciones institucionales para que se dé una sistematización. Ya que como mencionamos la inmersión del software requiere de un tiempo que puede perjudicar de alguna manera la planeación del periodo en el que se llevará a cabo.

5. Antecedentes

Conociendo que el interés fundamental del proyecto es el de innovar y transformar las prácticas educativas incorporando el uso de las herramientas TIC en los procesos de enseñanza aprendizaje, para abordar el contenido temático correspondiente a las razones trigonométricas y resolución de triángulos consultamos información de diferentes autores quienes realizaron prácticas similares haciendo uso del software Geogebra, de tal modo que estas pudieran orientar nuestro trabajo de sistematización.

Es importante mencionar algunas investigaciones como; Roselli, N. (2016). El aprendizaje colaborativo: Bases teóricas y estrategias aplicables en la enseñanza universitaria. Propósitos y Representaciones, Es un artículo de revista especializada. El modelo que se presenta forma parte de un proyecto de investigación, que se está implementando actualmente en diversas cátedras universitarias de argentina. Tiene un alcance podríamos llamarlo global ya que se encuentra de manera libre y gratuita en internet. De esta investigación se puede tomar como referencia y apoyo para tomar ideas para crear estrategias y actividades que pueden ayudar a fortalecer este proceso de enseñanza de las matemáticas.

También es importante mencionar el trabajo de, Iranzo, N. y. (2001). En una comparativa con la influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias en el aula de clase, Esta es una publicación que puede ayudar a mostrar resultados una vez hecha la investigación didáctica haciendo uso de GeoGebra, cuya base principal es dar respuesta a ¿Qué relación hay entre lápiz y papel y el trabajo con GeoGebra? ¿Cómo afecta su uso a las estrategias de resolución y la comprensión de conceptos? Además, nos contribuye para: caracterizar las estrategias de resolución de los alumnos en ambos medios analizar los procesos de instrumentación e instrumentalización para esbozar diferentes tipologías de alumnos explorar la influencia conjunta del uso de GeoGebra y del lápiz y papel en la adquisición de conocimiento, visualización y pensamiento estratégico en el alumno.

6. Marco Analítico.

6.1. Identificación de los conceptos relevantes de la sistematización y los respectivos enfoques teóricos que se adoptarán.

Trabajo cooperativo, El enfoque de aprendizaje y trabajo cooperativo se centra en la organización de actividades en el aula de manera que se convertirán en una experiencia de aprendizaje tanto social como académico. Su objetivo principal es fomentar la colaboración entre los estudiantes, permitiéndoles abordar las tareas de manera conjunta y fortaleciendo así el trabajo en grupo.

El aprendizaje, este enfoque, se basa en la interacción y el intercambio de información entre los estudiantes, quienes se sienten motivados tanto por su propio aprendizaje como por contribuir al éxito de sus compañeros.

El trabajo colaborativo, este enfoque se basa en el paradigma constructivista, lo que refleja un cambio fundamental en la concepción educativa. En contraposición a la perspectiva tradicional centrada en el profesor, se adopta una dimensión más participativa que involucra a todos los participantes, donde el rol del docente se transforma en el de facilitador, guía y orientador. El propósito de esta metodología de construcción del conocimiento es que los estudiantes se desarrollen de manera holística y adquieran habilidades para resolver problemas.

Cómo llevar a cabo buenas prácticas colaborativas, es frecuente que los grupos se enfrenten a obstáculos para trabajar de manera eficiente, ya que los individuos a menudo son

propensos a ser individualistas o competitivos. Una estrategia para promover una colaboración efectiva implica formar grupos diversos en aspectos como género, habilidades, motivaciones y áreas de interés.

Para implementar con éxito el aprendizaje colaborativo, es necesario contar con un plan operativo que incluya:

- La creación de actividades colaborativas bien diseñadas.
- La formación de grupos heterogéneos.
- El fomento de habilidades sociales entre los estudiantes.
- La promoción de un ambiente en el aula propicio para la colaboración.

El concepto de interdependencia es fundamental y se aplica en todas las actividades colaborativas, afectando las tareas asignadas, los roles desempeñados y la evaluación del trabajo en equipo. Es esencial construir una cohesión dentro del grupo y una comprensión compartida, ya que su ausencia puede perjudicar tanto al equipo como al conjunto del grupo. La responsabilidad de abordar los desafíos de la colaboración recae en el docente, quien debe diseñar las actividades, asignar roles, tomar decisiones, elegir las herramientas de comunicación y gestionar los conflictos. Las prácticas colaborativas en sí mismas fomentan la socialización y contribuyen a crear un entorno de aprendizaje más interactivo.

Ventajas e inconvenientes en el trabajo cooperativo: El aprendizaje cooperativo en grupos reducidos ofrece a los estudiantes la oportunidad de adquirir valores y practicar habilidades relacionadas con la colaboración en el entorno de un aula convencional, ya sea en materias como matemáticas, tecnología o segundas lenguas. Entre las ventajas de esta metodología, podemos destacar:

- Mayor productividad y desempeño académico.
- Desarrollo de habilidades para la resolución de problemas y fomento del pensamiento divergente y creativo.
- Mejora del lenguaje, promoviendo intercambios y debates grupales más precisos y elaborados.
- Aumento de la autovaloración y autoestima personal, contribuyendo a una imagen más positiva de sí mismos.
- Fomento de actitudes positivas hacia los demás, como el respeto, la valoración, la confianza, la colaboración, la solidaridad y la empatía.

- Mayor inclusión de los estudiantes con dificultades.

En cuanto a las desventajas, se pueden mencionar:

- Diferentes ritmos de trabajo y niveles académicos en el grupo.
- Tendencia a actitudes y enfoques individualistas por parte de los estudiantes.
- La necesidad de una preparación adecuada por parte de los profesores que adoptan esta metodología.
- La falta de respaldo por parte de otros profesores en la misma aula.
- La orientación de las familias hacia un enfoque restrictivo de ciertos tipos de aprendizaje.

Objetivos del Aprendizaje Cooperativo.

- Garantizar una distribución equitativa del éxito para estimular la motivación necesaria que impulse el proceso de aprendizaje.
- Promover valores como la amistad, la aceptación y la colaboración, que son fundamentales para superar prejuicios y fomentar la tolerancia.
- Estimular una actitud más activa hacia el aprendizaje.
- Reforzar el sentido de la responsabilidad.
- Desarrollar habilidades de cooperación y comunicación.
- Facilitar el crecimiento tanto del estudiante como del profesor.

Plataforma digital (GeoGebra): Se trata de un software matemático dinámico que abarca geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, estadísticas y cálculo en un solo programa, adecuado para todos los niveles educativos. GeoGebra promueve la construcción autónoma del conocimiento por parte de los estudiantes y se adapta a sus ritmos de aprendizaje. Facilita el acceso al conocimiento y participación en actividades interactivas, incluyendo elementos que capturen la atención del alumno. GeoGebra es una aplicación de código abierto que es especialmente útil para crear applets interactivos para enseñar conceptos científicos y resolver problemas matemáticos y físicos, lo que la convierte en una herramienta destacada en este campo.

5.4. Consideraciones éticas.

Se van a respetar los derechos de Autor de las creaciones de los estudiantes (Ilustraciones en GeoGebra de forma geométrica y analítica, fotografías, videos) ya que estos se convertirán en elementos de análisis de la sistematización.

La información recolectada servirá como insumo para ser objeto de análisis durante el proceso de la sistematización; dicha información se va analizar tal cual es entregada por los estudiantes sin realizar ningún tipo de modificaciones. Se llevará a cabo un orden en el plan de estudios a ejecutar, enseñando las temáticas correspondientes al grado sexto.

7. Marco teórico y conceptual.

7.1. El desarrollo de las TIC en la educación.

El avance de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) ha generado considerables expectativas en el ámbito educativo en las últimas décadas. La inclusión de las TIC en los planos de estudio ha resultado en cambios significativos en la forma en que se enseña y se aprende. Por lo tanto, a continuación, presentamos un marco conceptual que nos permitirá analizar tanto los beneficios como las limitaciones de la utilización de las TIC como herramienta en la educación, en particular en el campo de la educación matemática.

Según Viñals y Cuenca (2016), la revolución tecnológica y la introducción de herramientas informáticas en la enseñanza han transformado significativamente el papel del profesor en la actualidad; a pesar de estos cambios, el docente sigue siendo una figura central en el proceso de aprendizaje, ya que en lo que respecta a las TIC en la pedagogía, desempeña el papel de guía que determina cómo se utilizan estas herramientas. Este nuevo enfoque del rol del profesor le otorga una doble responsabilidad: en primer lugar, la construcción de la intencionalidad de las actividades que involucran las TIC y, en segundo lugar, el desarrollo de un marco conceptual que orienta la enseñanza y el aprendizaje con estas herramientas. Este último aspecto implica comprender las dificultades y necesidades de los estudiantes al enfrentarse a las TIC.

En consonancia con Arrieta (2013), se destacan varios aspectos que tienen un impacto directo en el proceso de enseñanza-aprendizaje cuando se emplean las TIC, entre ellos se incluyen: la interactividad, la autonomía, la motivación, el papel de los estudiantes, la colaboración y la comprensión de los contenidos por parte de los alumnos. Dado que los tres primeros elementos son particularmente relevantes para nuestros objetivos en la práctica educativa, profundizaremos en cada uno de ellos.

En este sentido, la interactividad se convierte en un aspecto esencial al introducir las TIC en la enseñanza, ya que permiten a los estudiantes establecer una conexión directa con los contenidos que están estudiando y manipularlos de manera independiente, lo que les posibilita la creación de trabajos originales y únicos (según Sulbarán & Rojón, 2006). Además, en el caso de software especializado para disciplinas como las matemáticas, como GeoGebra, los profesores pueden mejorar sus explicaciones y enriquecer el proceso pedagógico en general. Según Bettetini (1995), los elementos que definen la interactividad incluyen:

- La capacidad de intercambio de información en múltiples direcciones.
- El rol activo del usuario al seleccionar la información que necesita.
- El ritmo de la comunicación que se ajusta a las necesidades individuales (según Minguell, 2002, p. 25).

La interactividad, en este contexto, se refiere a un diálogo que se establece entre las personas y la tecnología, como lo describe Danvers (1994). Implica la comunicación entre un usuario o actor y un sistema informático, de vídeo u otro tipo. El nivel de interactividad se mide en función de las oportunidades y el grado de libertad que el usuario tiene dentro del sistema, así como la capacidad de respuesta del sistema en términos de calidad y cantidad. Esta relación puede ser comparada con el modelo de comunicación que involucra a un emisor y un receptor (según Minguell, 2002, p. 25).

Además de las características mencionadas por Bettetini (1995) y Danvers (1994), la interactividad requiere considerar otros aspectos adicionales. Según Coomans (1995), estos elementos incluyen la ergonomía, que busca garantizar un acceso amplio, y la interfaz, que debe ser atractiva y eficiente en la realización de diversas funciones, evitando el uso de esquemas predefinidos. En consecuencia, el concepto de interactividad se compone de dos elementos: en primer lugar, la capacidad técnica que permite una comunicación óptima entre el usuario y la máquina, y en segundo lugar, la reducción del tiempo de respuesta de la máquina en relación con las acciones realizadas por el usuario (según Minguell, 2002, p. 25).

En este sentido, el alto grado de interactividad entre el usuario o actor y el sistema informático se logra a través de una amplia gama de recursos que facilitan esta relación participativa y comunicativa con los materiales. En otras palabras, para alcanzar un alto nivel de interactividad se deben considerar factores como la disponibilidad de múltiples opciones para acceder a la información, la concesión de un alto grado de control al usuario o actor, la eficiencia en la ejecución de procesos y la presencia de una interfaz sencilla. Estos

indicadores se pueden medir según las posibilidades y la libertad que el usuario tenga para responder preguntas como "¿Qué hacer/buscar?" y "¿cómo hacerlo?". En este trabajo, exploraremos la interactividad de los estudiantes con GeoGebra, centrándonos en los siguientes elementos:

- La presencia de diversas opciones para abordar tareas, situaciones o problemas.
- La variedad de acciones que el usuario puede llevar a cabo a cabo con la herramienta (su manejo y uso).
- La libertad que posee para tomar decisiones en relación a las opciones disponibles en el software.

En otras palabras, cuando un estudiante interactúa con una herramienta tecnológica, como el software GeoGebra, estamos hablando de interactividad si se cumplen los aspectos mencionados anteriormente durante su uso. En cuanto al componente de autonomía en el aprendizaje mediante el uso de las TIC, se refiere a la voluntad y la capacidad del estudiante para tomar decisiones y asumir la responsabilidad de esas decisiones. La capacidad de tomar decisiones que afectan su propio proceso de aprendizaje y la responsabilidad de llevar a cabo esas decisiones no son habilidades innatas ni se pueden enseñar simplemente siguiendo un plan de estudios o un conjunto de lecciones. La autonomía es el resultado de un proceso de reflexión sobre el propio aprendizaje, como señalan Arias-Rueda y Vega (2016, p. 155).

La autonomía se construye a través de la experiencia y el desarrollo de actividades de aprendizaje con la ayuda de la herramienta, lo que implica desarrollar habilidades para tomar decisiones, asumir la responsabilidad de esas decisiones y tener la independencia necesaria para establecer un enfoque que guía la acción. No obstante, según Arias-Rueda y Vega (2016), es esencial repensar cómo concebimos la enseñanza y el aprendizaje, ya que "la enseñanza de un tema no debe basarse en la uniformidad del aprendizaje, sino en promover diferentes estilos para que cada estudiante encuentre su propio camino de aprendizaje efectivo" (p. 155).

Por lo tanto, es fundamental que los procesos pedagógicos se desarrollen considerando la diversidad presente en los grupos de estudiantes, en lugar de basarse únicamente en la perspectiva unidireccional del docente. En este contexto, el fomento de la autonomía se convierte en un elemento crucial para establecer una relación positiva entre el estudiante y las nuevas herramientas pedagógicas, como las TIC. La autonomía se genera cuando el

estudiante toma conciencia de que gran parte del proceso de aprendizaje depende de su iniciativa.

En nuestro enfoque, al presentar una nueva herramienta, brindamos al estudiante la oportunidad de elegir entre varios temas preseleccionados, y esa elección debe estar en línea con sus intereses o necesidades. Además, enfatizamos la responsabilidad del estudiante para verificar si ha comprendido lo aprendido a través de la autoevaluación y si puede aplicar los conocimientos adquiridos, como señalan Arias-Rueda y Vega (2016, p. 156). En nuestra práctica pedagógica, evaluamos la autonomía en función de los siguientes aspectos:

- La capacidad del estudiante para tomar decisiones y asumir la responsabilidad de las mismas.
- La habilidad del estudiante para encontrar soluciones efectivas a las situaciones que pueda enfrentar.
- La responsabilidad propia del estudiante en la evaluación de si sus decisiones han satisfecho sus necesidades.

La implementación del programa GeoGebra en la Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama tiene una gran relevancia tanto desde una perspectiva pedagógica como cultural. En primer lugar, GeoGebra es una herramienta versátil que combina elementos de geometría y álgebra, lo que permite a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera interactiva y visual. Esto resulta de gran utilidad en un entorno indígena e intercultural como el de esta institución, donde la educación puede presentar desafíos debido a las diferencias culturales, económicas y lingüísticas. En este contexto, GeoGebra puede contribuir a la comprensión de conceptos matemáticos al proporcionar representaciones gráficas, lo que resulta especialmente beneficioso para aquellos estudiantes que aprenden de manera más visual y práctica.

Además, la utilización de GeoGebra puede ser adaptada para incorporar elementos de la cultura y vincular los conceptos matemáticos con situaciones cotidianas de la comunidad. Esto no solo hace que el aprendizaje sea más relevante y significativo para los estudiantes, sino que también promueve la preservación y valoración de la cultura local en cada contexto. Como lo establece la Conferencia Mundial sobre la Ciencia para el siglo XXI, auspiciada por la UNESCO y el Consejo Internacional para la Ciencia, la educación desempeña un papel fundamental en la transformación de las problemáticas de la sociedad, ya que los estudiantes

deben aprender a resolver. problemas concretos y satisfacer las necesidades de la sociedad mediante sus competencias y conocimientos científicos y tecnológicos.

Finalmente, dentro de los factores que influyen en la relación entre las TIC, la enseñanza y el aprendizaje, se encuentra la motivación de los estudiantes. La motivación es un componente de la inteligencia emocional que puede tener un impacto positivo o negativo en la disposición de los estudiantes para enfocarse, perseverar, superar obstáculos y utilizar estrategias con el fin de lograr una comprensión clara y promover un aprendizaje continuo y crítico. En otras palabras, la motivación es el motor que impulsa a los estudiantes a esforzarse por aprender (según Zapata, 2016, p. 33).

La motivación se puede clasificar en dos categorías principales, que están influenciadas por orientaciones motivacionales intrínsecas y extrínsecas. Estas orientaciones motivacionales a su vez influyen en comportamientos específicos en diversas actividades. La motivación extrínseca se origina fuera del individuo y lo impulsa a realizar una tarea. Se supone que todas las emociones relacionadas con los resultados influyen en la motivación extrínseca para llevar a cabo tareas (según Anaya-Durand y Anaya-Huertas, 2010, p. 7).

Es importante destacar que las emociones ligadas a los resultados desempeñan un papel crucial en la motivación, ya que dependiendo de si se trata de emociones retrospectivas o prospectivas (vinculadas a tareas específicas, calificaciones, expectativas futuras, etc.) (según Pekrun, 1992) , se generará una motivación extrínseca positiva o negativa. En otras palabras, el estudiante estará motivado o no a realizar una actividad en función de estos incentivos.

En cuanto a la motivación intrínseca, se refiere a la motivación que emana directamente del individuo, que está bajo su propio control y tiene la capacidad de reforzarse por sí mismo, tal como lo explican Anaya-Durand y Anaya-Huertas (2010, p. 7). Esta forma de motivación está estrechamente relacionada con la autonomía, pero su conexión más sólida se establece con el aspecto emocional del estudiante. Las emociones, ya sean positivas o negativas, influyen directamente en esta motivación. Especialmente las emociones negativas pueden desencadenar sentimientos de enojo, tristeza, impotencia, entre otros, lo que a su vez reduce la motivación (y los otros dos elementos: interactividad y autonomía). Es importante destacar que las emociones negativas también pueden surgir debido a experiencias previas negativas relacionadas con la motivación extrínseca. Dado que en el entorno escolar se

enfrentan constantemente situaciones que involucran estas dinámicas, Anaya-Durand y Anaya-Huertas (2010, p. 7) señalan:

Existen dos tipos de situaciones que ayudan a evitar el fracaso y resultados negativos: las "no restrictivas" y las "restrictivas". Las tareas escolares comunes, consideradas no restrictivas, pueden llevar al éxito al requerir soluciones más simples por parte del estudiante. En situaciones restrictivas, como un examen, se pueden proporcionar al estudiante los recursos didácticos necesarios, como técnicas y habilidades, para enfrentar estas situaciones con éxito y, de esta manera, evitar el fracaso.

Efectivamente, la motivación extrínseca en un estudiante puede llevar a realizar una actividad debido a que esta se ajusta a sus expectativas, le interés y le proporciona satisfacción al llevarla a cabo. También es posible que encuentre motivación extrínseca en evitar un castigo o en busca de reconocimiento, como podría ser el caso de no querer fallar en un examen.

Por otro lado, la motivación intrínseca es un aspecto interesante, ya que los estudiantes motivados intrínsecamente tienden a utilizar estructuras lógicas ya realizar un análisis exhaustivo de alternativas para abordar diversos problemas. En contraste, los estudiantes motivados extrínsecamente suelen realizar análisis más superficiales y se limitan a lo estrictamente requerido por la actividad, sin explorar más allá de eso, como lo hacen los estudiantes con motivación intrínseca.

Esta diferencia conduce a que los estudiantes con motivación intrínseca prefieran enfrentar actividades más desafiantes, mientras que aquellos con motivación extrínseca optan por actividades de menor dificultad (según Lepper, 1998, citado por Anaya-Durand y Anaya-Huertas, 2010). Sin embargo, es importante tener en cuenta el trabajo en equipo en el contexto de la motivación extrínseca e intrínseca en la mayoría de los estudiantes (según Zapata, 2016). Aunque la percepción del trabajo en equipo puede variar entre los alumnos (ya que algunos pueden preferir la competencia sobre la cooperación), el trabajo en equipo facilita la interacción, la participación y la aceptación social, al mismo tiempo que crea un ambiente agradable y menos tenso que puede motivar a los estudiantes a abordar actividades más complejas.

En resumen, considerando los elementos anteriores, nuestra práctica pedagógica aborda la motivación extrínseca a través de los siguientes aspectos:

- La tendencia a elegir y abordar problemas que presentan un menor nivel de dificultad debido a su facilidad para ser resueltos.

- La asunción de tareas propuestas con responsabilidad, con el fin de obtener algún tipo de reconocimiento o evitar castigos o consecuencias negativas externas a la actividad en sí, como podría ser un trabajo o tarea.
- La capacidad de trabajar de manera independiente y segura en equipo, tomando decisiones y expresando opiniones libremente al llevar a cabo las actividades propuestas.

Dado que nuestra propuesta educativa se centra en la integración de GeoGebra como herramienta pedagógica fundamental, es fundamental destacar las características principales de este software, las cuales se han obtenido de las fuentes oficiales del programa y de grupos de estudio especializados en GeoGebra.

7.2.¿Qué es GeoGebra?

GeoGebra es un programa dinámico destinado a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos. Este software combina de manera interactiva la geometría, el álgebra, el análisis y la estadística en una única plataforma que es tanto fácil de usar como potente en su funcionalidad. GeoGebra ofrece representaciones variadas de los objetos matemáticos desde Múltiples perspectivas, incluyendo vistas gráficas, representaciones algebraicas, visualizaciones estadísticas y organización de datos en tablas y hojas de cálculo con vínculos dinámicos.

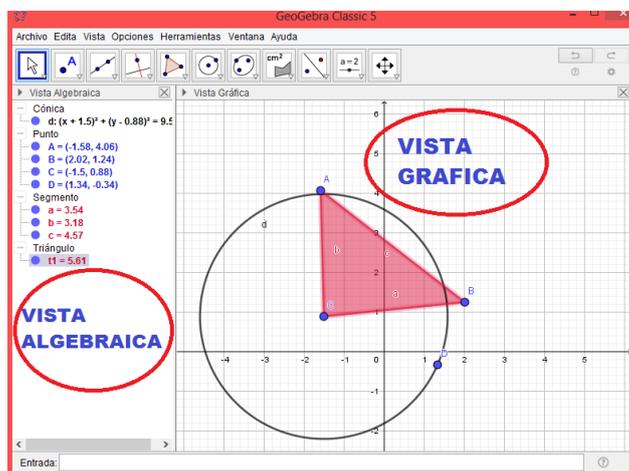
GeoGebra tuvo su origen en la tesis de Markus Hohenwarter, quien buscaba crear una calculadora de uso libre para abordar conceptos de álgebra y geometría. Este proyecto se inició en el año 2001 en un curso de Matemáticas en la Universidad de Salzburgo, Austria. En la actualidad, el desarrollo de GeoGebra continúa en la Universidad de Boca Ratón, en la Florida Atlantic University (Estados Unidos). Es importante destacar que GeoGebra se ha concebido como una herramienta colaborativa, ya que desde su página oficial se brinda acceso a recursos de ayuda, foros y wikis que son mantenidos y actualizados por usuarios de todo el mundo. (GeoGebra, 2018).

7.2.1. ¿Por qué es interesante usar GeoGebra?

Además de ser gratuito y fácil de aprender, una de las características más sobresalientes de GeoGebra es su capacidad de representar los objetos de dos maneras diferentes. Cada objeto tiene una representación en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica

(Álgebra). Esto establece una conexión constante entre los símbolos algebraicos y las representaciones gráficas geométricas. Cualquier objeto que incorporem en la zona gráfica tendrá una expresión correspondiente en la ventana algebraica, y viceversa.

Figura 2. GeoGebra vista algebraica y gráfica.



Nota. GeoGebra vista algebraica y gráfica. Fuente: *GeoGebra (2018)*.

Del mismo modo, podemos destacar que este software exhibe características típicas tanto de programas de Geometría Dinámica (DGS) como de programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incluye su propia Hoja de Cálculo, un sistema de estratificación de objetos y la capacidad de animar objetos de forma manual o automática. También ofrece la facilidad de crear una página web dinámica a partir de las construcciones realizadas con GeoGebra, simplemente seleccionando la opción correspondiente en los menús disponibles. Permite abordar la geometría y otros aspectos de las matemáticas mediante la experimentación y la manipulación de diversos elementos, lo que facilita la creación de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa. En resumen:

- Es un software gratuito y de código abierto bajo la licencia GNU GPL.
- Está disponible en español, incluyendo un manual de ayuda.
- Cuenta con foros en varios idiomas, incluido el español.
- Dispone de una wiki para compartir creaciones con otros usuarios.
- Utiliza la plataforma multiplataforma de Java, lo que asegura su compatibilidad con sistemas como Windows, Linux, Solaris o MacOS X" (GeoGebra, 2018).

7.3. Marco legal o normativo.

Al crear el consentimiento informado de los padres de familia, se considera el marco legal colombiano, que incluye el artículo 288 del Código Civil colombiano, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia 1098 de 2006. Los Lineamientos curriculares sostienen que el conocimiento matemático tiene una conexión directa con la vida social de las personas, ya que se utiliza en la toma de decisiones que impactan a la sociedad y sirve como justificación y argumento (MEN, 1998; p.12). Desde esta perspectiva, la enseñanza de las matemáticas se concibe como una construcción humana en la que predominan los desafíos que, al resolverse, transforman el entorno y la sociedad.

En contraposición a la idea de enseñar las matemáticas como un cuerpo de conocimiento aislado de la vida cotidiana, se considera que esto sería contraproducente y convertiría a las matemáticas en un conjunto de conceptos abstractos de difícil comprensión y aplicación práctica. Por ello, los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas plantean un enfoque que otorga significado al conocimiento matemático dentro del entorno educativo. Según el MEN (2006; p.47), el objetivo es enseñar las matemáticas para la vida y se basa en una fundamentación lógica de las matemáticas que reconoce la competencia como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y capacidades cognitivas, socioafectivas, y psicomotoras relacionadas de manera apropiada. Esta competencia se utiliza para desempeñarse de manera flexible, eficaz y significativa en actividades en contextos nuevos y desafiantes (p. 49).

8. Metodología

8.1. Metodología de la sistematización.

La metodología de la sistematización es un proceso de investigación cualitativa que busca recuperar, analizar e interpretar una experiencia de manera crítica y reflexiva, con el fin de generar aprendizajes y conocimientos que puedan ser comunicados y aplicados en otras situaciones. La sistematización se basa en la reconstrucción de la experiencia desde la perspectiva de los actores involucrados, considerando el contexto, los objetivos, las acciones, los resultados y los factores que influyeron en el desarrollo de la experiencia. (Bolívar, 2013)

La sistematización implica una serie de pasos que pueden variar según el enfoque y el propósito de cada investigación, pero que en general incluyen: la delimitación del objeto y el eje de sistematización, la definición del método y el plan de trabajo, la recopilación, el ordenamiento, el análisis y la interpretación de la información, y la síntesis y la comunicación de los aprendizajes. La sistematización es una metodología útil para evaluar y mejorar las prácticas sociales, educativas y de desarrollo, así como para generar conocimientos que contribuyan al avance teórico y metodológico de las ciencias sociales. (Clementi, 2004)

8.1.1. Modelo metodológico que orientará el proceso de DRI para la sistematización. Instrumentos y procedimientos para la recolección de información.

Tabla 1. *Instrumentos y procedimientos para la recolección de información.*

Dimensión de la practica/ momentos.	Tipo de información	Actividades	Instrumento	Momento de aplicación
Tipo de estudio: Trabajo cooperativo en el aula.	Las actividades realizadas por los estudiantes, situaciones problema modeladas y resueltas con GeoGebra.	Se realiza la instalación del software GeoGebra en los dispositivos móviles de cada estudiante y en la sala de sistemas de las instituciones. Se solicita permiso a los estudiantes para poder tomar fotografías, realizar grabaciones y recoger exámenes escritos.	Diario de campo realizado por el docente en cada sesión de clase. Toma de fotografías de las actividades realizadas y de los procesos. Toma de audios grabaciones de voz de los estudiantes narrando la experiencia de desarrollar una situación problema.	Durante las sesiones del trabajo cooperativo (4 sesiones, cada sesión de 90 minutos)
Observación: GeoGebra en el aula.	La reacción de los estudiantes al interactuar con GeoGebra con cada subtema de la resolución de las figuras geométricas.	Se observa las actividades propuestas para llevar a cabo la inmersión y el desarrollo de ellas con la aplicación de GeoGebra.	Entrevista a los estudiantes acerca de la acogida que han tenido con el software de GeoGebra. Copias de las actividades realizadas en el proceso de inmersión. --Fotografías del trabajo que tienen	Durante la inmersión de la herramienta tecnológica en este caso el software de GeoGebra. (2 sesiones de clase para la inmersión de la herramienta, cada sesión de 90 minutos)

			los estudiantes en el aula de clase.	
<p>Recolección de datos:</p> <p>Enseñanza y aprendizaje con los estudiantes.</p>	<p>La interacción con los estudiantes, interacción docente-estudiante.</p>	<p>Se realiza una revisión a las planeaciones para cada sesión de clase, con el fin de observar la interacción que se hace en cada una. Los estudiantes muestran su grado de satisfacción al trabajar con la herramienta tecnológica.</p>	<p>Fotografías en las sesiones de clase.</p> <p>Videos de los estudiantes interactuando con el docente, realizando preguntas o participaciones.</p> <p>Textos realizados por los estudiantes.</p> <p>Problemas modelados con la herramienta de GeoGebra.</p>	<p>Durante la inmersión, el desarrollo y el cierre de la experiencia de aprendizaje (20 sesiones de clase, cada sesión de clase de 90 minutos cada una, en la semana se darían 4 sesiones de clase).</p>
<p>Evaluación:</p> <p>Como se evalúa el proceso de la experiencia de aprendizaje.</p>	<p>Resultados obtenidos al culminar la experiencia de aprendizaje.</p> <p>Cumplimiento con los objetivos propuestos para la práctica.</p> <p>Nivel de satisfacción y comentarios por parte de los estudiantes al implementar la herramienta GeoGebra al aula de clases.</p>	<p>Rúbrica de evaluación propuesta por el docente a los estudiantes sobre la experiencia de aprendizaje.</p> <p>Reflexión sobre los resultados (positivos y negativos) obtenidos de la experiencia.</p> <p>Socialización sobre la experiencia al utilizar GeoGebra en el aula de clases.</p>	<p>Recolección de información obtenida de la rúbrica.</p> <p>Encuesta sobre la experiencia con GeoGebra diligenciada por los estudiantes.</p> <p>Fotos y videos de resultados significativos de la experiencia.</p>	<p>Al finalizar la practica educativa</p> <p>En el momento de culminar los temas planteados.</p> <p>Al momento de incorporar nuevas opciones y funciones del software en el desarrollo de actividades.</p>

<p>Didáctica: Procesos de evaluación.</p>	<p>Evidencias de trabajos elaborados por los estudiantes haciendo uso de GeoGebra.</p> <p>Se aplicarán formatos para la evaluación formativa, coevaluación y autoevaluación.</p> <p>Recolección de los resultados obtenidos en la modelación y resolución de ejercicios elaborados por los estudiantes.</p>	<p>Desarrollo de talleres en grupo.</p> <p>Planteamiento de actividades usando y no usando la herramienta GeoGebra.</p> <p>Implementación de estrategias para evaluar a los estudiantes que abarque las 3 maneras de evaluar. (pruebas escritas, interacción y resolución de problemas con la herramienta TIC, manejo y dominio del abanico de opciones que posee dicha herramienta).</p>	<p>Copias del diseño de las pruebas escritas.</p> <p>-Fotografías de las actividades resueltas por estudiantes en GeoGebra</p> <p>“Capturas de pantalla de los ejercicios a evaluar”</p> <p>Videos del paso a paso de la resolución de ejercicios.</p>	<p>4 sesiones de clase</p>
<p>Didáctica: Metodología.</p>	<p>Diseño de un manual de trigonometría con la utilización de la herramienta GeoGebra y otro de clase tradicional sin ayudas tecnológicas.</p>	<p>- Planteamiento de cuestionarios selección múltiple con única respuesta.</p> <p>- diligenciar tablas con información obtenida al resolver un ejercicio.</p>	<p>- Elaboración de cuestionarios tipo pruebas saber.</p> <p>- Elaboración de tablas para diligenciar relacionando cada tema a desarrollar.</p>	<p>Durante el desarrollo de la experiencia de aprendizaje.</p>

		<ul style="list-style-type: none"> - análisis comparativo de diferentes resultados de los estudiantes. 	<ul style="list-style-type: none"> - intercambio de cuestionarios para realizar la respectiva coevaluación. - socialización entre grupos de trabajo exponiendo el desarrollo de cada actividad. 	
<p>Aporte de la herramienta:</p> <p>Aporte del software GeoGebra en la experiencia de aprendizaje.</p>	<p>Comparación de tecnologías (lápiz y papel y uso del software GeoGebra)</p> <p>Post y contras al utilizar esta herramienta tecnológica.</p> <p>Ventajas al implementar tecnologías en el aula.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - modelación de ejercicios en ambas tecnologías - comparación de ejercicios en las dos tecnologías. - reflexiones y moralejas al usar GeoGebra para geometría. - Paso a paso de las funciones principales que posee la herramienta. 	<ul style="list-style-type: none"> - computadores portátiles, tabletas o dispositivos móviles. - Cuadros comparativos de las dos tecnologías. 	<p>Al finalizar cada sección de clases donde se implemente el uso del software.</p>
<p>Tipo de estudio:</p> <p>Trabajo colaborativo en el aula</p>	<p>Análisis y debate de lo enseñado.</p> <p>Proceso de aprendizaje y toma de decisiones</p>	<p>Los estudiantes son libres de elegir cómo usar la tecnología en favor del aprendizaje al momento de abordar las</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Tabla de grupo - matriz de equipo. 	<p>En el momento de resolver las actividades y reflexionar sobre éstas.</p>

	<p>determinadas por los estudiantes.</p> <p>Enseñanza recíproca entre compañeros.</p>	<p>actividades propuestas por el docente.</p> <p>Toma de apuntes por parejas, juego del rol, equipos de exámenes.</p>	<p>- Diarios para el diálogo.</p> <p>- antologías de equipo.</p>	
<p>Resultados:</p> <p>Resultados de la experiencia de aprendizaje.</p>	<p>Insumos recolectados en su totalidad sobre las actividades realizadas por los estudiantes durante el desarrollo de la experiencia.</p> <p>Evaluación y valoración sobre los logros alcanzados y el cumplimiento de objetivos durante el proceso.</p> <p>Características relevantes al hacer uso de tecnologías en el aula.</p> <p>Aspectos para mejorar e implementar con el fin de fortalecer la experiencia de aprendizaje.</p>	<p>- sustentación final de los logros o desempeños alcanzados en la asignatura de geometría usando tecnología.</p> <p>- socialización de evidencias que dan respuesta a la pregunta de investigación.</p>	<p>- Video beam</p> <p>- Diapositivas</p> <p>- registro fotográfico de la experiencia</p>	<p>Al culminar la experiencia de aprendizaje.</p>

8.1.2. Procedimientos de validación y organización de la información recogida.

En la validación y organización de la información recogida se tendrá en cuenta si es posible el consentimiento de los estudiantes o dado el caso padres de familia para poder analizar los elementos que a nuestro parecer sean favorables para la investigación, como videos fotografías, ejercicios y demás.

8.2.Actividades y recursos que hacen parte de la práctica.

Entre las actividades que se pretende desarrollar en la sistematización, se encuentran las siguientes:

- Prueba diagnóstica
- Talleres individuales y en equipos de trabajo.
- Tareas (dependiendo del tiempo y los avances de los estudiantes).
- Evaluaciones escritas en material impreso y cuestionarios online.

Para el desarrollo de las actividades mencionadas anteriormente se requieren recursos como, fotocopias, video vean, sala de sistemas, acceso a internet, software GeoGebra instalado en los equipos del aula de informática y recursos habituales tales como marcadores, tablero, reglas, colores y cuadernos.

8.3. Secuencia didáctica

En nuestra práctica educativa, hemos diseñado una secuencia didáctica dividida en dos momentos clave para abordar el tema de las razones trigonométricas, la resolución de triángulos y su aplicación en situaciones reales. Estos dos momentos se denominan "Tecnología de Lápiz y Papel" y "Modelación o Incorporación del Software", y tienen como objetivo principal analizar y comparar los beneficios de ambas metodologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

8.3.1. Primer Momento: Tecnología de Lápiz y Papel (Metodología Tradicional)

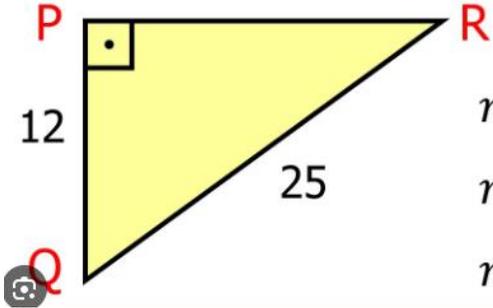
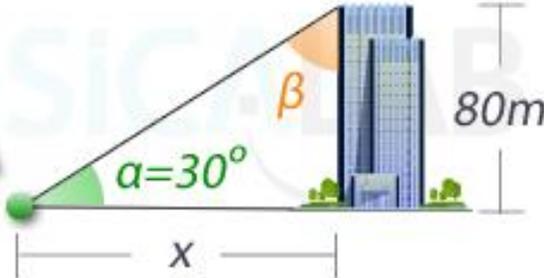
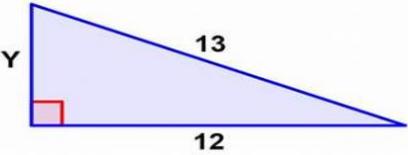
En este primer momento, adoptamos una metodología tradicional y conductista. Durante las clases magistrales, nos enfocamos en:

- **Presentación Teórica:** Introducimos los conceptos de razones trigonométricas y la resolución de triángulos mediante exposiciones teóricas, ejemplos en pizarra y ejercicios resueltos en papel.
- **Práctica Manual:** Los estudiantes resuelven ejercicios en papel utilizando reglas, transportadores y calculadoras convencionales para aplicar las fórmulas y teoremas aprendidos.
- **Retroalimentación:** Proporcionamos retroalimentación inmediata durante la corrección de ejercicios y discusiones en clase.

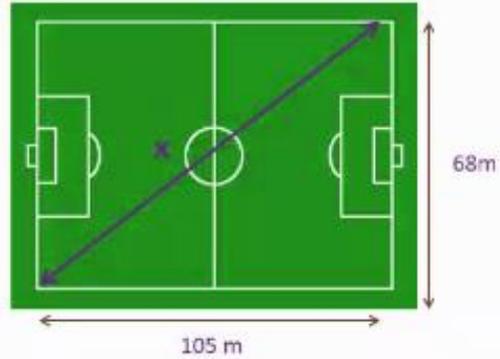
Tabla 2. Plan de clase 1 lápiz y papel

	Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanacuna de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3		
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL	Número de plan	Fecha de entrega	
	20	03 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO	Fecha de aplicación		
	INICIO	FINALIZACIÓN	
	03 JULIO 2023	07 JULIO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO	Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°	Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO			
Saber	Establece los diferentes casos en resolución de triángulos rectángulos con sus respectivas propiedades		
Hacer	Aplica correctamente el teorema de pitágoras para la resolución de ejercicios sobre triángulos rectángulos. Al hallar los ángulos internos de un triángulo rectángulo hace uso de las razones trigonométricas.		
Ser	Es responsable con la entrega oportuna de talleres y actividades propuestas		
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo	Solución de triángulos rectángulos, teorema de pitágoras y razones trigonométricas		
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA			
Objetivo de clase	Resolver ejercicios de triángulos rectángulos haciendo uso del teorema de pitágoras y razones trigonométricas		

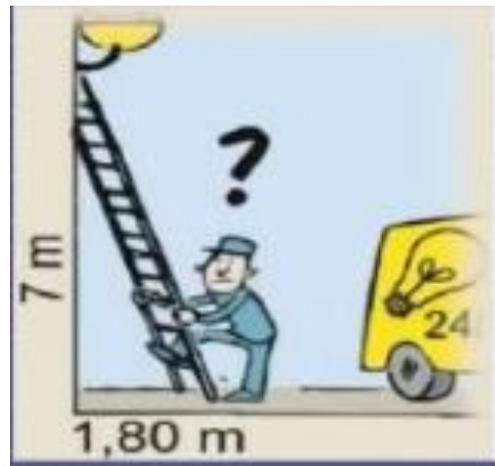
Apertura de clase	Saludo Presentación del tema Desarrollo del tema Actividades Ejercicios propuestos
Temática a desarrollar	Teorema de pitágoras Razones trigonométricas
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoría Evaluación
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorías adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Eventos institucionales o a nivel de cabildo

Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabido al finalizar (ocasionalmente)
Actividades Relevantes para las clases	<p>1. Resolver los triangulos rectangulos</p>  <p> $m(\overline{PR}) = ?$ $m\angle Q = ?$ $m\angle R = ?$ </p> <p>2.</p>  <p>3. Hallar el valor de Y, los angulos internos del triangulo rectángulo</p> 

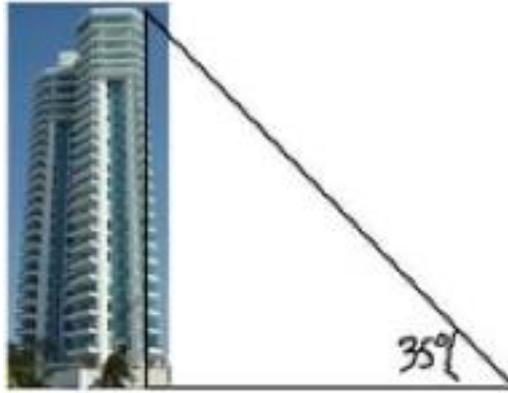
4. Hallar la diagonal de la cancha de fútbol



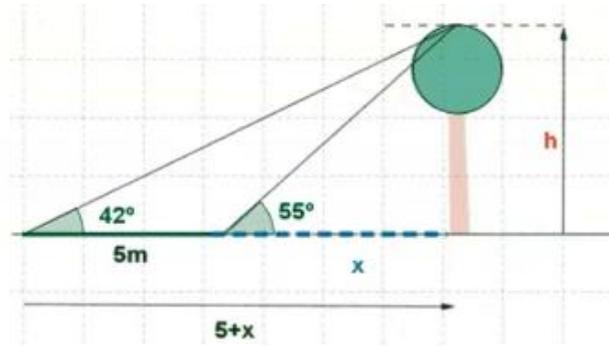
5. Calcular la longitud de la escalera



6. Resolver el siguiente triangulo rectángulo sabiendo que el angulo de elevacion es de 35°



7. Calcular el valor de h



Nota. Plan de clase Lápiz y papel. De autoría propia

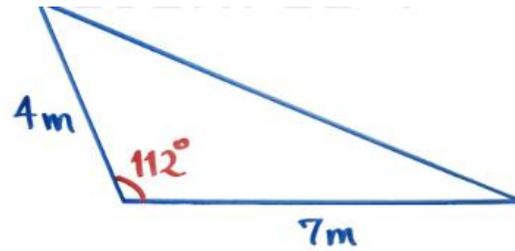
Tabla 3. Plan de clase 2 lápiz y papel

		Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanacuna de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3			
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan		Fecha de entrega	
		21		10 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO		Fecha de aplicación			
		INICIO		FINALIZACIÓN	
		10 JULIO 2023		14 JULIO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°		Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO					
Saber	Identifica cuando utilizar el teorema del seno o teorema del coseno en la solución de triángulos oblicuos. Conoce los ángulos de elevación y ángulos de depresión Establece las diferencias que existen entre triángulos rectángulos y triángulos oblicuos				
Hacer	Resuelve ejercicios usando el teorema del seno y teorema del coseno Resuelve triángulos oblicuos				
Ser	Muestra interes al trabajar en clases y ademas coopera para el avance de éstas				
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo		Solución de triángulos oblicuos, teorema del seno y teorema del coseno			
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA					

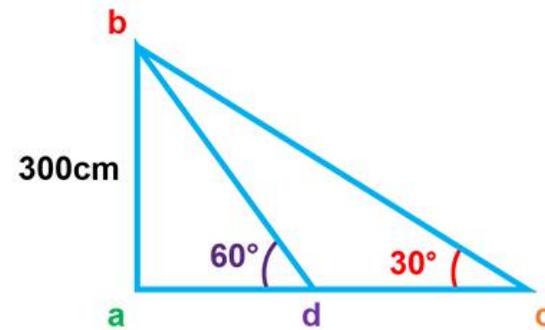
Objetivo de clase	Resolver ejercicios de triángulos oblicuos haciendo uso del teorema del seno y teorema del coseno
Apertura de clase	Saludo Presentación del tema Desarrollo del tema Actividades Ejercicios propuestos
Temática a desarrollar	Teorema del seno Teorema del coseno Ángulos de elevación y ángulos de depresión
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoría Evaluación
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorías adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Estar al día en taller y evaluación del tema anterior
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabildo al finalizar (ocasionalmente)

Actividades Relevantes para las clases

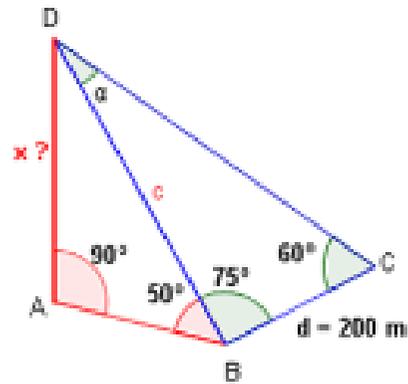
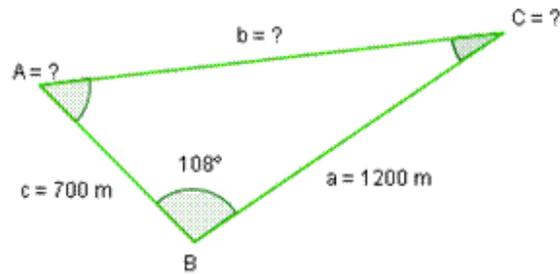
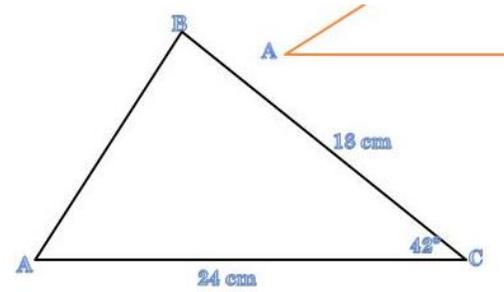
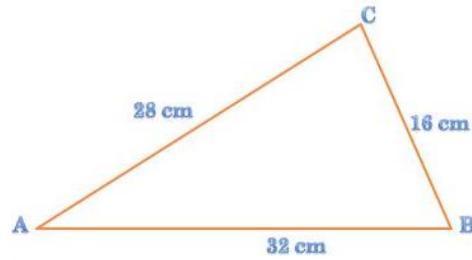
1. Resolver el siguiente triangulo oblicuo



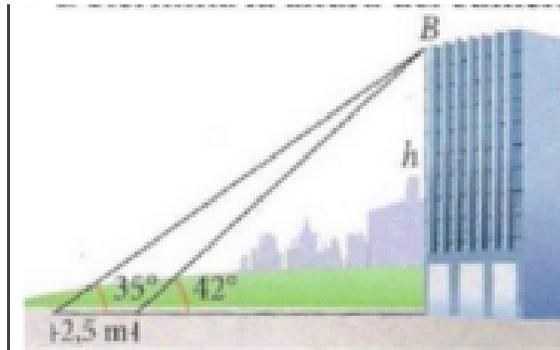
2. Hallar la medida de los lados y angulos faltantes en la figura



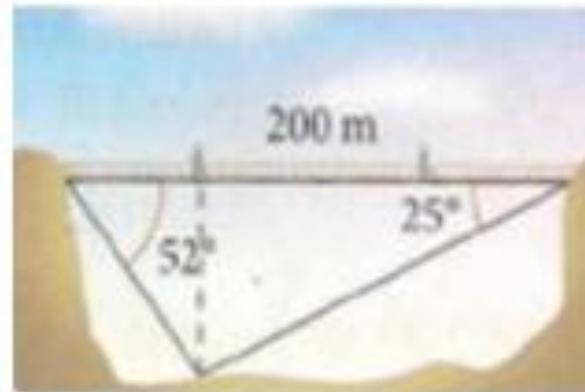
3. Resolver los siguientes triangulos oblicuos



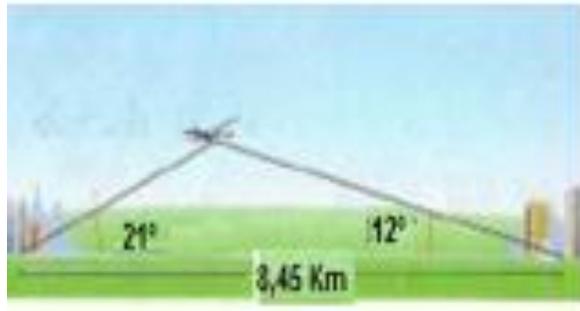
4. Resolver aplicando el teorema del seno y teorema de coseno



$h=?$



Cuál es la altura del puente?



Cuál es la altura del avión?

Determinar las distancias entre cada una de las ciudades con el avión

Nota. Plan de clase Lápiz y papel. De autoría propia

Tabla 4. Plan de clase 3 lápiz y papel

		Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanaona de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3			
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan		Fecha de entrega	
		22		10 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO		Fecha de aplicación			
		INICIO		FINALIZACIÓN	
		17 JULIO 2023		21 JULIO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°		Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO					
Saber	Identifica en cuales problemas de aplicación se puede aplicar la ley del seno, ley del coseno o teorema de pitágoras Establece cómo encontrar los ángulos de elevación y depresión apoyándose de razones trigonométricas				
Hacer	Encuentra distancias y ángulos en la resolución de problemas usando el teorema del seno, teorema del coseno o teorema de pitágoras				
Ser	Es crítico en las secciones de clase aportando o indagando sobre los problemas propuestos				
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo		Problemas de aplicación del teorema de pitágoras, teorema del seno y teorema del coseno			
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA					
Objetivo de clase		Resolver problemas de aplicación haciendo uso de teorema del seno, coseno o pitágoras según se requiera			

Apertura de clase	Retroalimentación del tema anterior Planteamiento de problemas Resolución de problemas Ejercicios propuestos
Temática a desarrollar	Aplicación de: Teorema de pitágoras, teorema del seno, teorema del coseno
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoría Evaluación
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorías adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Eventos institucionales o a nivel de cabildo
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabildo al finalizar (ocasionalmente)

Actividades Relevantes
para las clases

1. ▲▲▲ Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer los brotes tiernos de un árbol. Para ello se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco.

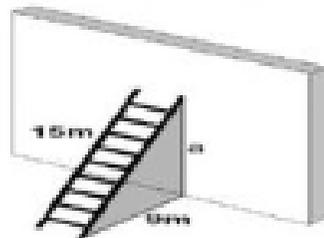
Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.



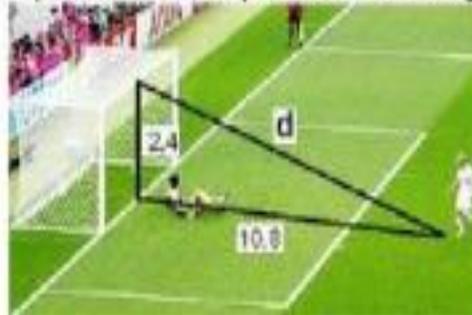
¿Cuánto crees que tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.



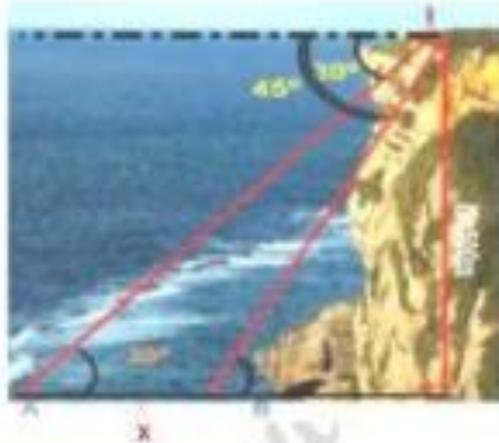
2. Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura en metros, que alcanza la escalera sobre la pared



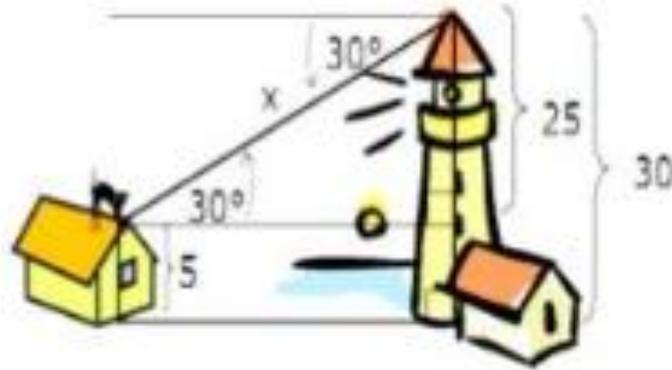
5. La altura de una portería de fútbol reglamentaria es de 2,4 metros y la distancia desde el punto de penalti hasta la raya de gol es de 10,8 metros. ¿Qué distancia recorre un balón que se lanza desde el punto de penalti y se estrella en el punto central del arguero?



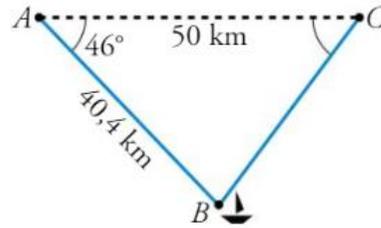
6. Desde el borde de un acantilado de 500 m de altura sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión de dos botes situados en un mismo plano vertical con el observador, miden 45° y 30° . ¿cuál es la distancia entre los dos botes?



5. Una persona se encuentra en la parte superior de un faro de 30m de altura y observa un gato que se encuentra en el techo de una casa de 5 m de altura, con un ángulo de depresión de 30° . ¿Cuál es la distancia entre el gato y la persona?



 Un barco, B , salió de A y ha recorrido 40,4 km formando un ángulo de 46° con la línea de la costa hasta que se ha quedado sin combustible. Pide socorro y reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C , que distan entre sí 50 km. ¿Qué estación se encuentra más cerca de B ?



Nota. Plan de clase Lápiz y papel. De autoría propia

Tabla 5. Plan de clase 4 lápiz y papel

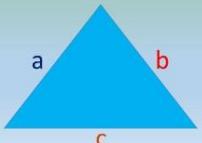
		Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanacuna de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3			
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan		Fecha de entrega	
		23		17 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO		Fecha de aplicación			
		INICIO		FINALIZACIÓN	
		24 JULIO 2023		28 JULIO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°		Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO					
Saber	Conoce e interpreta correctamente la fórmula de Herón para hallar el área de un triángulo cualquiera Identifica la aplicabilidad de la fórmula de Herón en la resolución de problemas				
Hacer	Realiza ejercicio sobre el cálculo de áreas aplicando la fórmula de Herón Resuelve problemas de aplicación usando la fórmula de Herón				
Ser	Es responsable en la entrega de talleres y además establece las diferencias entre los conceptos aprendidos				
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo		Teorema de Herón y aplicaciones			
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA					
Objetivo de clase		Resolver ejercicios y problemas de aplicación usando el teorema de Herón Conocer el concepto de área de figuras planas a través de dicho teorema			

Apertura de clase	Presentación del tema Ejemplos Ejercicios y problemas Taller Evaluación
Temática a desarrollar	Aplicación de: Teorema de Herón
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoría Evaluación
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorías adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Ninguna
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabido al finalizar Periodo (ocasionalmente)

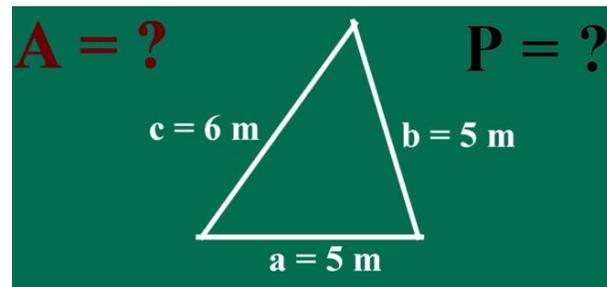
Actividades Relevantes para las clases

Teorema de Herón:

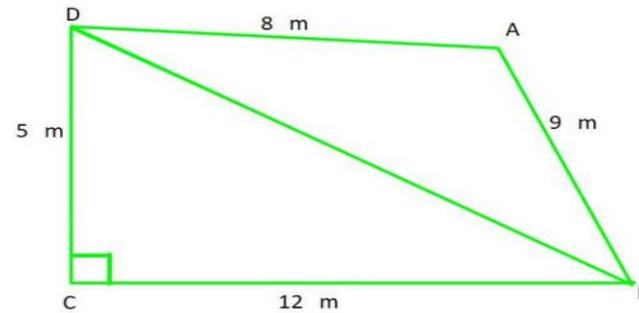
$$A_{\Delta} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

$$S = \frac{a+b+c}{2}$$


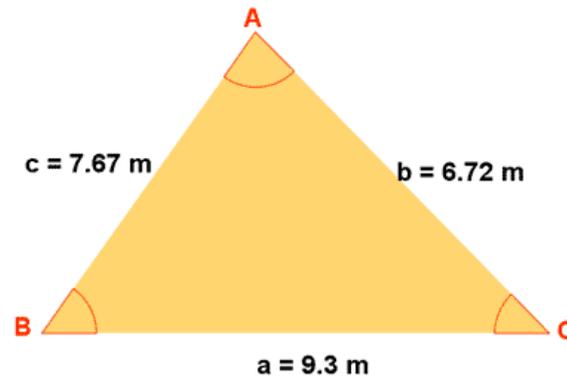
Según lo anterior, hallar el área y perímetro del siguiente triángulo



2. Hallar el área y perímetro de cada uno de los triángulos (Rectángulo y oblicuo), después encontrar el área total de la figura.



3. Hallar el área y perímetro del siguiente triángulo



4. se tiene un terreno encerrado por segmentos de recta, cada uno de los extremos poseen los siguientes puntos A,B,C. la distancia desde el punto A hasta el punto B es de 10m, la distancia desde el punto B hasta el punto C es de 15m y la distancia desde el punto A hasta el punto C es de 25m. Si se desea sembrar hierbabuena:

Cuál es el área del cultivo

Si se quiere encerrar el terreno, ¿Cuánto alambre se necesita?

Nota. Plan de clase Lápiz y papel. De autoría propia

8.3.2. Segundo Momento: Modelación e Incorporación del Software (Uso de las TIC con Espacio de Familiarización con los Estudiantes)

En este segundo momento, que hemos denominado "Modelación e Incorporación del Software," continuamos nuestra exploración del tema de las razones trigonométricas, la resolución de triángulos y los problemas de aplicación. Sin embargo, hemos incorporado un espacio inicial de familiarización con los estudiantes para garantizar un uso efectivo de las TIC. Aquí destacamos los siguientes aspectos:

- Familiarización con el Software: Antes de sumergirnos en el contenido específico, dedicamos tiempo a familiarizar a los estudiantes con el software GeoGebra. Realizamos una breve sesión introductoria donde los alumnos aprenden las funciones básicas del programa, cómo crear construcciones geométricas y cómo utilizar las herramientas relevantes para las razones trigonométricas.
- Exploración Interactiva: Una vez que los estudiantes se sienten cómodos con el software, los invitamos a explorar de manera interactiva los conceptos de razones trigonométricas y resolución de triángulos utilizando GeoGebra. Esto les permite experimentar y descubrir conceptos por sí mismos en un entorno interactivo y visual.
- Resolución de Problemas en Contexto: Presentamos problemas de aplicación que requieren el uso de razones trigonométricas, y los estudiantes utilizan GeoGebra para resolverlos. Esta aplicación práctica les ayuda a comprender la relevancia de los conceptos en situaciones del mundo real.
- Autoevaluación y Autonomía: Los estudiantes tienen la oportunidad de autoevaluarse y explorar conceptos de manera independiente utilizando el software. Esto fomenta su autonomía, creatividad y capacidad para experimentar con las matemáticas.
- Retroalimentación: Durante todo el proceso, brindamos apoyo y feedback continuo a los estudiantes a medida que trabajan con GeoGebra. Estamos disponibles para responder preguntas y proporcionar orientación cuando sea necesario.
- Comparación de Beneficios:

Al finalizar esta secuencia didáctica, llevaremos a cabo una comparación exhaustiva para evaluar cuál de los dos momentos (el de familiarización con los estudiantes y la incorporación del software) aportó mayores beneficios en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Analizaremos aspectos como la comprensión de conceptos, la

retención de conocimientos, la motivación de los estudiantes y su capacidad para aplicar los conceptos en situaciones reales.

Nuestra intención es identificar cuál de estas metodologías es más efectiva o si la combinación de ambas puede ser la clave para un aprendizaje completo y significativo. Además, esta comparación nos permitirá tomar decisiones informadas en futuras prácticas educativas y contribuir al enriquecimiento de la enseñanza de las matemáticas, especialmente en el ámbito de las razones trigonométricas y la resolución de triángulos.

Tabla 6. Plan de clase 5 GeoGebra

	Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanaona de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3		
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL	Número de plan	Fecha de entrega	
	24	27 de Julio	
SEGUNDO PERIODO	Fecha de aplicación		
	INICIO	FINALIZACIÓN	
	31 JULIO 2023	04 DE AGOSTO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO	Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°	Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO			
Saber	Establece un manejo apropiado en las opciones basicas del programa GeoGebra.		
Hacer	Resuelve ejercicios con triangulos, circunferencias, triangulos utilizando esquemas de colores y mostrando su creatividad.		
Ser	Hace un uso adecuado de la tecnologia.		
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo	Solución de triángulos rectángulos, teorema de pitágoras y razones trigonométricas		
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA			
Objetivo de clase	Mostrar las nociones basicas y fundamentales del software GeoGebra.		
Apertura de clase	Saludo		

	Presentación en video vean sobre el manejo de GeoGebra. Desarrollo del tema Actividades Ejercicios propuestos
Temática a desarrollar	Rectas Segmentos Circunferencias Triangulos
Cierre de clase	Solucion de ejercicios de Geometria basicos Utilizacion del software Geogebra.
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorias adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Eventos institucionales o a nivel de cabildo. Computadores descargados.
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabido al finalizar (ocasionalmente)

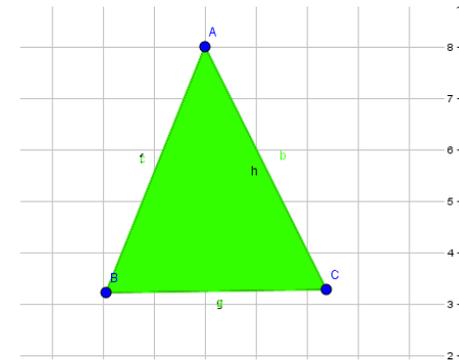
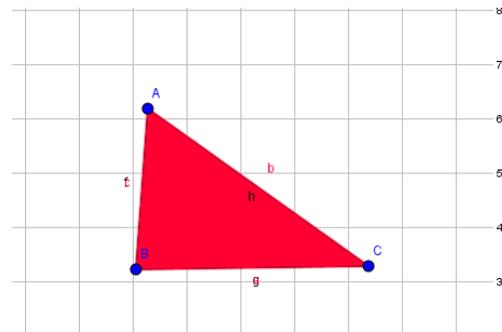
Actividades Relevantes para las clases

Actividad 1 GeoGebra.

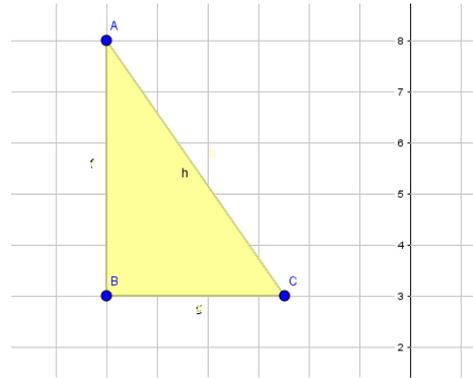
1. Enseñar las funciones básicas del programa GeoGebra como:

- Dibujar polígonos
- Escribir en las figuras
- Identificar las coordenadas de los puntos
- Identificar las medidas de; ángulos y segmentos
- Propiedades para cambiar o modificar colores
- Realizar los siguientes triángulos rectángulos en las tablets (con los colores pedidos)

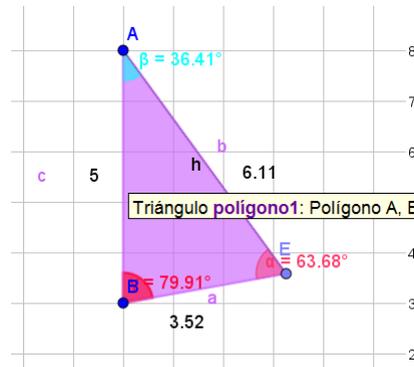
a) Realizar los siguientes triángulos rectángulos en las tablets (con los colores pedidos)



b) Dibuje un triángulo rectángulo del color que desee ayúdese con las medidas que le da el programa.



c) Dibuje un triángulo y colóquele todas sus medidas



Nota. Plan de clase GeoGebra. Adaptado de Carlos Felipe Criollo Almarío Yesid Alejandro Pérez Galíndez, (2018)

Tabla 7. Plan de clase 6 GeoGebra

	Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanacona de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3		
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan	Fecha de entrega
		25	27 JULIO 2023
SEGUNDO PERIODO	Fecha de aplicación		
	INICIO		FINALIZACIÓN
	07 DE AGOSTO DE 2023		11 DE AGOSTO 2023
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°	Área: TRIGONOMETRIA
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO			
Saber	Identifica diferentes metodos y mecanismos para resolver ejercicios geoméricamente en GeoGebra.		
Hacer	Elabora diferentes poligonos, regulares, haciendo uso de deslizadores para angulos y segmentos.		
Ser	Es responsable en el uso y manejo de los computadores.		
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo	Solución de triángulos rectángulos, teorema de pitágoras y razones trigonométricas		
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA			

Objetivo de clase	Familiarizar al estudiante con la herramienta tecnologica, haciendo uso de un abanico de opciones.
Apertura de clase	Saludo Presentación del tema Desarrollo del tema Actividades Ejercicios propuestos
Temática a desarrollar	Poligonos Deslizadores Esquemas de colores Figuras geometricas Circunferencias. Radio Diametro
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoria Modelacion de ejercicios.
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorias adicionales Incorporación de GeoGebra Practicar en casa
Observaciones o situaciones eventuales	Estar al dia en taller y evaluacion del tema anterior
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabido al finalizar (ocasionalmente)

Actividades Relevantes para las clases

Actividad 2. GeoGebra

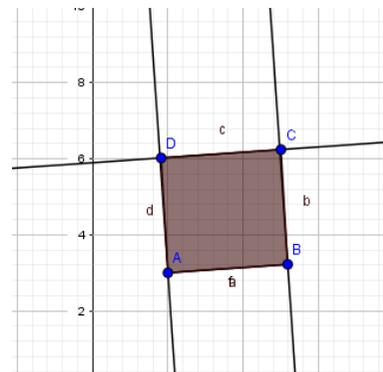
Realice los ejercicios siguiendo cada uno de los siguientes pasos

1) Cuadrilátero

- a) Seleccionar la opción Polígono.
- b) Marcar 4 puntos, que serán los vértices del cuadrilátero
- c) Marcar nuevamente el primer punto, para finalizar
- d) Seleccionar la opción Elige y mueve y mover los vértices.
- e) Observar que todos los 4 vértices se pueden mover libremente.

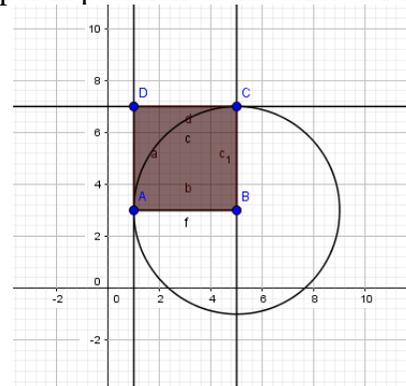
2) Rectángulo

- a) Trazar un segmento AB.
- b) Trazar por B una recta perpendicular a AB.
- c) Marcar un punto C en esa recta. (Recordar usar la opción Punto en objeto.)
- d) Trazar por C una recta perpendicular a BC.
- e) Trazar por A una recta perpendicular a AB.
- f) Marcar el punto D de intersección entre esas dos rectas.
- g) Trazar el cuadrilátero ABCD.
- h) Mover los vértices del rectángulo.
- i) Observar cuáles puntos se mueven libremente, cuáles se mueven en forma restringida y cuáles quedan determinados por la posición de los otros vértices.



3) Cuadrado

- a) Trazar un segmento AB
- b) Trazar por B una recta perpendicular a AB.
- c) Trazar una circunferencia con centro en B que pase por A. (Utilizar la opción Circunferencia dados su centro y uno de sus puntos.)
- d) Marcar la intersección C entre la circunferencia y la recta.
- e) Observar que por construcción los segmentos AB y BC tienen la misma longitud. f) Trazar por C una recta perpendicular a BC.
- g) Trazar por A una recta perpendicular a AB.
- h) Marcar el punto D de intersección entre esas dos rectas.
- i) Trazar el cuadrilátero ABCD.
- j) Mover los vértices del rectángulo.
- k) Observar cuáles puntos se mueven libremente, cuáles se mueven en forma restringida y cuáles quedan determinados por la posición de los otros vértices.



- VIDEO PROYECTADO POR DOCENTE MOSTRANDO DESLIZADORES.
- **Video estudiantes aprendiendo a usar el deslizador en GeoGebra**

Nota. Plan de clase GeoGebra. Adaptado de Carlos Felipe Criollo Almario Yesid Alejandro Pérez Galíndez, (2018)

Tabla 8. Plan de clase 7 GeoGebra

		Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanacuna de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3			
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan		Fecha de entrega	
		26		27 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO		Fecha de aplicación			
		INICIO		FINALIZACIÓN	
		14 DE AGOSTO 2023		18 DE AGOSTO 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°		Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO					
Saber	Identifica cual técnica aplicar en GeoGebra para resolver problemas de aplicación del teorema Pitágoras, teorema del seno y del coseno.				
Hacer	Hace uso de deslizadores y la opción “elige y mueve” para segmentos y ángulos en la resolución de problemas.				
Ser	Es conciente que la tecnología en el aula le ayuda a visualizar con precisión el planteamiento de problemas, sin embargo no se desentiende de la parte teórica y analítica.				
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo		Problemas de aplicación del teorema de pitágoras, teorema del seno y teorema del coseno			
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA					
Objetivo de clase		Resolver situaciones problema haciendo uso de las herramientas brindadas por GeoGebra de foma analítica y geoméricamente gracias a la funcionalidad que este posee.			
Apertura de clase		Retroalimentación de técnicas anteriores			

	<p>Recordar la funcionalidad y manejo del software</p> <p>Planteamiento de problemas</p> <p>Resolución de problemas</p> <p>Ejercicios propuestos</p>
Temática a desarrollar	Resolución de triángulos.
Cierre de clase	<p>Taller</p> <p>Fecha de asesoría</p> <p>Evaluación con la herramienta tecnológica</p>
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	<p>Asesorías adicionales</p> <p>Incorporación de GeoGebra</p>
Observaciones o situaciones eventuales	Eventos institucionales o a nivel de cabildo
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabildo al finalizar (ocasionalmente)

<p>Actividades Relevantes para las clases</p>	<p>Actividad 3. GeoGebra.</p> <ul style="list-style-type: none"> Inscribir una circunferencia en el portátil dependiendo de la proyección del docente en el aula de clase. <ol style="list-style-type: none"> Realizar un polígono con un deslizador que aumente el número de lados. Realizar una recta, donde la pendiente cambie. Realizar un polígono regular que incremente su tamaño. <p>Responda lo siguiente;</p> <p>Dado un triángulo rectángulo cuya medida del cateto horizontal es 6 y la hipotenusa 7.39 halle: La medida del otro cateto y los ángulos internos con las medidas dadas.</p> <p>Halle la medida de la hipotenusa y los ángulos internos cuando:</p> <p>El Cateto horizontal mide, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ,13.</p> <table> <tr> <td>7</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>angulo1:</td> <td>angulo2:</td> <td>Hipotenusa:</td> </tr> </table>	7	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:	8	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:	9	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:	10	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:	11	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:	12	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:
7	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						
8	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						
9	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						
10	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						
11	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						
12	angulo1:	angulo2:	Hipotenusa:																						

13 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

Halle la medida de la hipotenusa y los ángulos internos cuando:

El Cateto horizontal mide, 7.3, 8.5, 9.7, 10.3, 11.3, 12.3, 13.4.

7 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

8 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

9 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

10 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

11 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

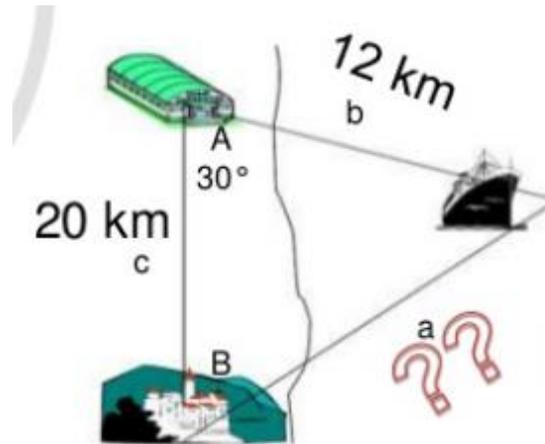
12 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

13 angulo1: angulo2: Hipotenusa:

Video manejo de deslizadores.

4. La distancia de un granero a un castillo es de 20 km y a un barco es de 12 km desde el mismo. Y el ángulo que se forma en el granero es de 30° , calcula la distancia entre el castillo y el barco y los ángulos que se forman en el castillo y en el barco.

5. La distancia de un granero a un castillo es de 2.2 m y a un barco es de 12.12 m desde el mismo. Y el ángulo que se forma en el granero es de 30° , calcula la distancia entre el castillo y el barco y los ángulos que se forman en el castillo y en el barco.



se tiene un terreno encerrado por segmentos de recta, cada uno de los extremos poseen los siguientes puntos A,B,C. la distancia desde el punto A hasta el punto B es de 10m, la distancia desde el punto B hasta el punto C es de 15m y la distancia desde el punto A hasta el punto C es de 25m. Si se desea sembrar hiervabuena:

Cuál es el área del cultivo

Si se quiere encerrar el terreno, ¿Cuánto alambre se necesita?

Nota. Plan de clase GeoGebra. Adaptado de Carlos Felipe Criollo Almarino Yesid Alejandro Pérez Galíndez, (2018)

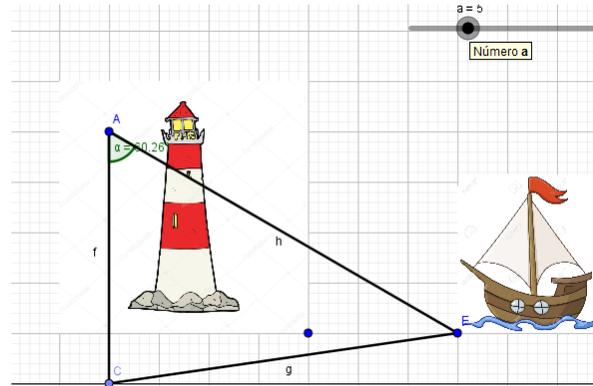
Tabla 9. Plan de clase 8 GeoGebra

		Institución Educativa Indígena Intercultural Pachamama Del Cabildo Yanaona de Popayán Municipio de Popayán, Cauca Decreto 4045 del 28 noviembre de 2022 DANE 219001004761 - NIT 901615105-3			
PLAN DIARIO DE CLASE – ENTREGA SEMANAL		Número de plan		Fecha de entrega	
		27		27 JULIO 2023	
SEGUNDO PERIODO		Fecha de aplicación			
		INICIO		FINALIZACIÓN	
		21 DE AGOSTO DE 2023		25 DE AGOSTO DE 2023	
Docente: CARLOS FELIPE CRIOLLO ALMARIO		Asignatura: TRIGONOMETRÍA 10°		Área: TRIGONOMETRIA	
INDICADORES DE DESEMPEÑO POR DIMENSIÓN EN EL SEGUNDO PERÍODO					
Saber	Conoce la multiplicidad de opciones de GeoGebra para abordar problemas de aplicación de las funciones trigonométricas y resolución de triángulos.				
Hacer	Aplica los diferentes métodos aprendidos de uso y manejo de GeoGebra en la resolución de problemas.				
Ser	Muestra interés por la innovación de las TIC en la educación.				
Aspecto teórico conceptual del segundo periodo		Teorema de Herón, aplicaciones y problemas de profundización (T. pitagoras, T. seno, T. coseno)			
ESTRATEGIA Y METODOLOGÍA					
Objetivo de clase		Profundizar, modelar analíticamente y geoméricamente problemas de aplicación usando imágenes, deslizadores, movimiento de segmentos, colores...			

Apertura de clase	Presentación del tema Ejemplos Ejercicios y problemas Taller Evaluación
Temática a desarrollar	Aplicación de: Teorema de Herón y profundización de T. seno y T. Coseno
Cierre de clase	Taller Fecha de asesoría Modelación y resolución de problemas por parte del estudiante
Evidencia requerida de la clase	Fotos y videos
Actividad de nivelación, profundización o lúdica.	Asesorías adicionales Incorporación de GeoGebra
Observaciones o situaciones eventuales	Ninguna
Revisó	Dinamizadores de comité de educación, directiva del cabido al finalizar Periodo (ocasionalmente)

Actividades Relevantes para las clases

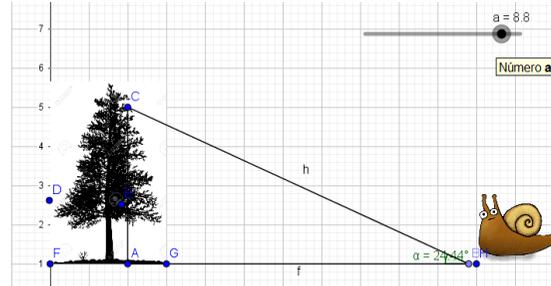
Actividad 4. GeoGebra.
Problema 1:



Un faro con una altura de 5 metros se encuentra ubicado a 7 metros de un barco. La distancia que hay desde la cima del faro hasta el barco es de 8.6 metros y además el Angulo que forma el faro con la distancia que hay desde la cima del faro y el barco es de 54.46°

Calcular:

- El Angulo comprendido entre la distancia que hay desde el pie del faro hasta el barco y la distancia que hay desde el barco hasta la cima del faro.
- Cuál es la distancia que hay desde la cima del faro hasta el barco si la altura del faro fuera de 6 metros
- Cuál es el Angulo comprendido entre la distancia que hay desde el pie del faro hasta el barco y la distancia que hay desde el barco hasta la cima del faro; si la altura del faro fuese 3 metros.

Problema 2:

Un caracol tiene su nido a 8.8 metros de la base de un árbol, donde recorre caminando los 8.8 metros, y luego trepa verticalmente desde la base del árbol hasta el final de la copa del árbol cuatro metros para comer sus frutos y regresa a su nido, un buen día se encuentra que alguien ha colocado un tablón justo desde su nido hasta la copa del árbol formándose un ángulo de elevación de 24.44° desde el nido con el tablón.

Calcule:

- La distancia del tablón que se encuentra desde el nido del caracol hasta la base de la copa del árbol.
- Si el caracol camina dos metros hacia la base del árbol ¿cómo cambia el ángulo de elevación?

Problema 3: Un perro labrador, se encuentra a una distancia de 10 metros de la base de una escalera en forma vertical cuya altura es de 4 metros, en la cima de la escalera hay una paloma azul, la cual el perro observa con Angulo de elevación de 21.8 grados.

Calcule:

- Cuál es la distancia entre el perro y la paloma en ese momento

Si el perro se acerca 2 metros hacia la base de la escalera:

- Cuál es la distancia entre el perro y la paloma en ese momento
- Cuál es el Angulo de elevación con que el perro la observa:

Si el perro se acerca 4 metros más hacia la base de la escalera:

- Cuál es ángulo que se forma entre la escalera, y la distancia comprendida entre el perro y la paloma en ese momento;

Responda a los anteriores problemas a continuación.

Respuestas problema 1:

- 1.
- 2.
- 3.

Respuestas problema 2:

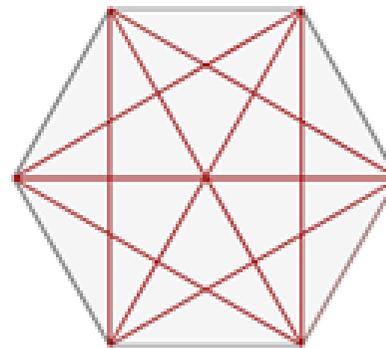
- 1.
- 2.

Respuestas problema 3:

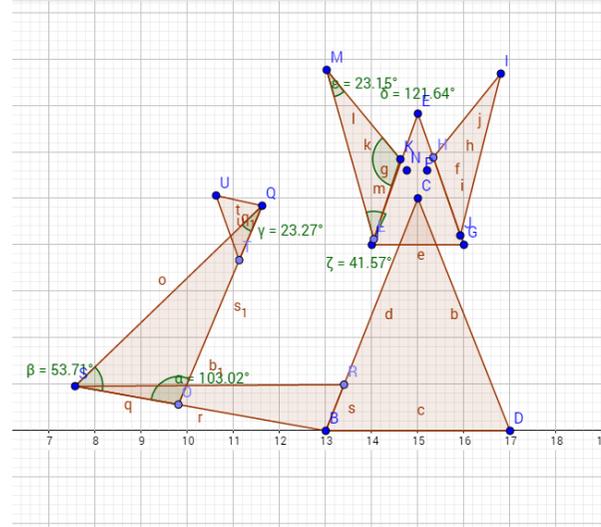
- 1.
- 2.
- 3.

Actividad 5. GeoGebra.

En GeoGebra, graficar la siguiente figura e identificar 2 triángulos acutángulos y 2 triángulos obtusángulos mostrando las medidas de los ángulos, correspondientes a cada triángulo



Los triángulos acutángulos pintarlos de color azul y los obtusángulos de color verde. Además, represente un dibujo en GeoGebra que tenga por lo menos un triángulo acutángulo y uno obtusángulo como el ejemplo que se ve a continuación, marque la medida de sus ángulos.



Finalmente, dibuje dos ejemplos de triángulo acutángulo, y dos ejemplos de triángulo obtusángulo.

Actividad Evaluativa:

1. La ley del seno se puede aplicar para:

- Triángulos rectángulos
- Triángulos oblicuos (no rectángulos)
- Triángulos escalenos rectángulos
- Cualquier cuadrilátero

2.Cuál de los siguientes teoremas es la ley del seno:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Donde A, B, C son los vértices de un triángulo oblicuo

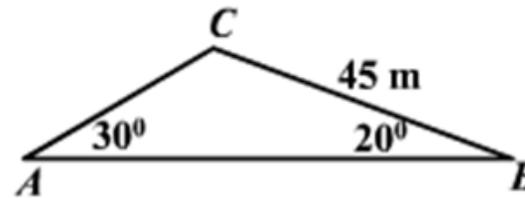
a, b, c los lados del triángulo.

$a^2 = b^2 + c^2$ donde a es la hipotenusa de un triángulo rectángulo, b y c los lados de dicho triángulo.

3. Para qué sirve la ley del seno:

- a) Para hallar el área de un triángulo
- b) Para hallar el perímetro de un triángulo
- c) Para encontrar los lados y los ángulos de un triángulo
- d) Para sumar áreas

4. Dado $\triangle ABC$ con $A = 30^\circ$, $B = 20^\circ$ y $a = 45$ m. Encuentre el ángulo y los lados faltantes.



5. Resolver los siguientes problemas

Problema 2.

Ley de Senos

Un globo aerostático es observado por dos personas, midiendo los ángulos de los observadores y conociendo que la distancia entre ellos es de 38 metros calcula la distancia de la persona A al globo.

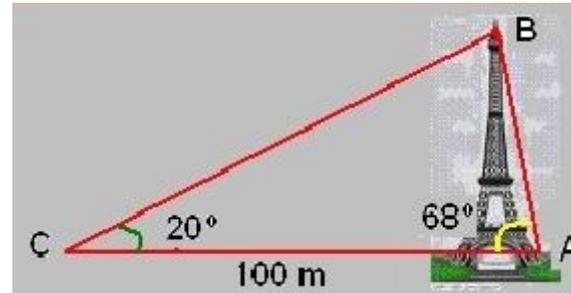
Ley de Senos

$$\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}$$

A diagram illustrating the problem. A hot air balloon is at point C. Two people, A and B, are on the ground. The distance between A and B is 38m. Angle A is 53° , angle B is 49° , and angle C is 78° . Side b is the distance from A to the balloon, and side a is the distance from B to the balloon.

Problema 3.

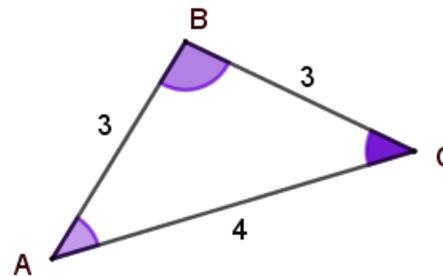
Un hombre mide un ángulo de elevación de una torre desde un punto situado a 10 metros de ella. Si el ángulo medido es de 20° y la torre forma un ángulo de 68° con el suelo, determina la longitud AB.

**Evaluación ley de cosenos**

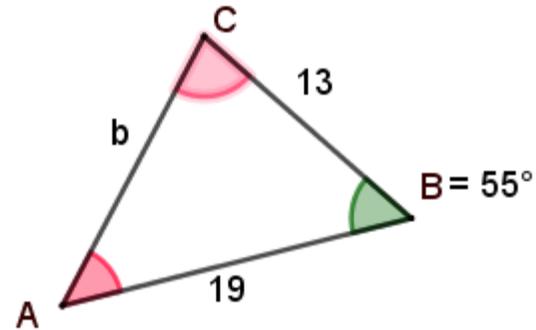
1. En cuál de las siguientes afirmaciones podemos utilizar la ley del coseno:

- a) ALL
- b) AAA
- c) LAL
- d) ALA

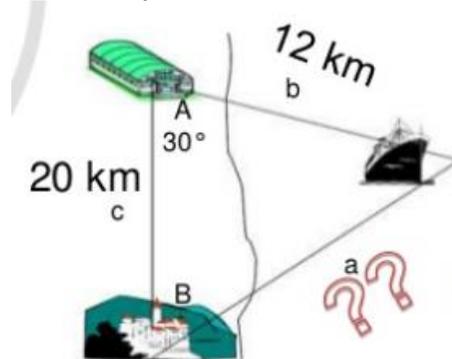
2. Dado el siguiente triángulo ABC con las medidas correspondientes, ($a=3$, $b=4$, y $c=3$) encontrar los ángulos A, B y C.



3. En el siguiente triángulo ABC, $a = 13\text{cm}$, $c = 19\text{cm}$, $\angle B = 55^\circ$, encuentre: $\angle C$, $\angle A$ y b .



4. La distancia de un granero a un castillo es de 20 km y a un barco es de 12 km desde el mismo. Y el ángulo que se forma en el granero es de 30° , calcula la distancia entre el castillo y el barco y los ángulos que se forman en el castillo y en el barco.



Evaluación -periodo Académico

Responda los siguientes problemas:

1. Una escalera apoyada sobre una pared, forma con el suelo un ángulo de 45° . Calcular el tamaño de la escalera si se sabe que desde su pie a la pared hay una distancia de dos metros.
2. Desde un punto Q, situado a 3 metros de altura, se observa una farola de alumbrado Público. El ángulo de elevación en el punto Q es de 60° y el ángulo de depresión desde el mismo punto Q es

	<p>de 30 grados. Encontrar la altura de la farola y la distancia horizontal desde la farola hasta el punto Q.</p> <p>3. Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de depresión de 50°, y otro pueblo B, situado al otro lado en línea recta, con un ángulo de depresión de 60° sabiendo que el globo se encuentra a una distancia de 6 kilómetros del pueblo A y a 4 kilómetros del pueblo B. calcular la distancia entre los pueblos A y B</p> <p>4. Dos niños A y B están separados a una distancia de 250 metros. El niño A observa una estrella con un ángulo de elevación de 25°, el niño B observa la misma estrella, pero con un ángulo de elevación de 30°.</p> <p>Calcular:</p> <ul style="list-style-type: none">• La distancia desde el niño A hasta la estrella• La distancia desde el niño B hasta la estrella
--	--

Nota. Plan de clase GeoGebra. Adaptado de Carlos Felipe Criollo Almario Yesid Alejandro Pérez Galíndez, (2018)

9. Descripción de la implementación de la secuencia didáctica

Descripción de las clases magistrales. Lápiz y papel.

9.1.Descripción 03 Julio – 07 Julio 2023 (solución de triángulos Rectángulos, Teorema de Pitágoras y Razones Trigonométricas)

La enseñanza de conceptos fundamentales en geometría y trigonometría es esencial para desarrollar una comprensión sólida de las matemáticas. Comencé la lección presentando el Teorema de Pitágoras de una manera accesible y visual. Utilicé un triángulo rectángulo y mostré cómo la suma de los cuadrados de las longitudes de los dos catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa. Utilicé ilustraciones y ejemplos para ayudar a los estudiantes a visualizar este concepto.

Después de que los estudiantes comprendieron el teorema, procedimos a aplicarlo a una serie de problemas. Estos problemas variaban en dificultad y cubrían situaciones del mundo real en las que el teorema podía ser utilizado para calcular longitudes desconocidas en triángulos rectángulos. A continuación, introduje el concepto de resolución de triángulos rectángulos. Explicé que, dado un triángulo rectángulo con cierta información proporcionada, los estudiantes podían calcular el resto de las medidas utilizando el Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas. Luego, presenté las razones trigonométricas básicas: el seno, el coseno y la tangente. Explicamos cómo estas razones se relacionan con las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo y cómo se pueden usar para resolver problemas de trigonometría.

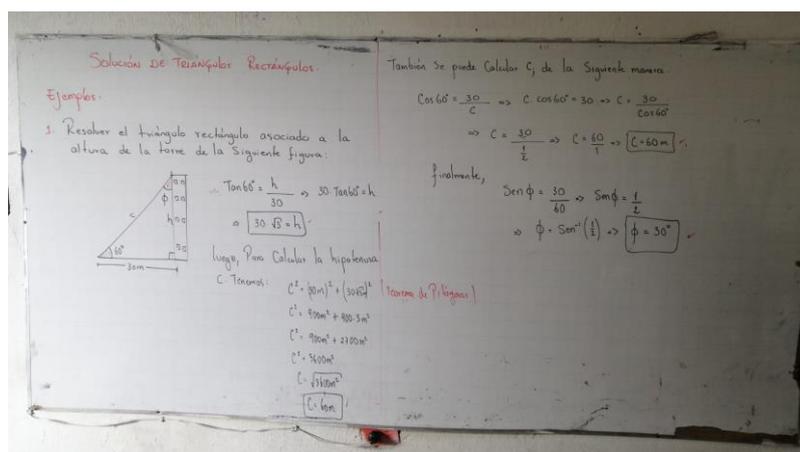
Para consolidar la comprensión de las razones trigonométricas, asigné una serie de problemas que requerían que los estudiantes las utilizaran para resolver triángulos rectángulos. Estos problemas incluían la determinación de ángulos y longitudes de lados desconocidos.

Figura 3. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



Nota. Estudiantes en clase magistral lápiz y papel. *De autoría propia*

Figura 4. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



Nota. Resolución de problemas por parte de los estudiantes. *De autoría propia.*

9.2.Descripción 10 Julio – 14 Julio 2023 (solución de triángulos oblicuos, teorema del seno y teorema del coseno)

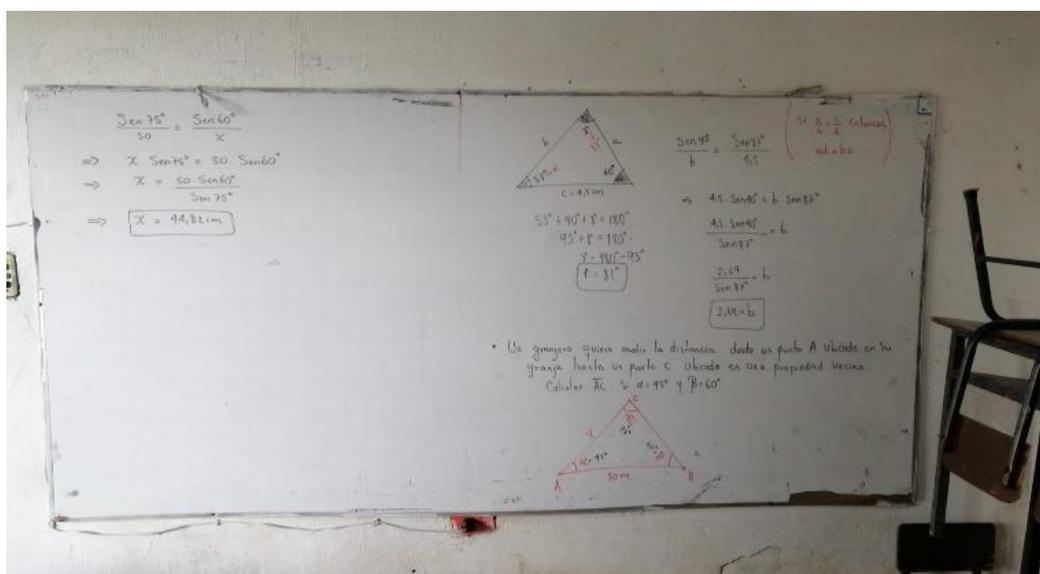
Las secciones de clase tuvieron lugar después de que los estudiantes ya tuvieran una comprensión sólida de los conceptos básicos de trigonometría, incluyendo el Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas. Esto les proporcionó una base sólida antes de abordar temas más avanzados. Comencé la lección explicando que el Teorema del Seno es una poderosa herramienta para resolver triángulos no necesariamente rectángulos. Introduje la idea de que, en un triángulo cualquiera, la relación entre las longitudes de los lados y los senos de los ángulos es constante. Utilicé un triángulo oblicuo para ilustrar cómo funciona el

Teorema del Seno. Después de introducir el teorema, procedí a demostrar su validez a través de ejemplos prácticos. Mostré a los estudiantes cómo aplicar el Teorema del Seno para calcular longitudes de lados y medidas de ángulos en triángulos no rectángulos. Además, discutimos situaciones del mundo real, como la navegación y la triangulación.

Una vez que los estudiantes se sintieron cómodos con el Teorema del Seno, pasamos al Teorema del Coseno. Les expliqué que este teorema es útil cuando tenemos información sobre los tres lados de un triángulo, pero no conocemos ningún ángulo. Presenté la fórmula del Teorema del Coseno y discutimos su aplicación en la resolución de triángulos. Al igual que con el Teorema del Seno, demostré la validez del Teorema del Coseno a través de ejemplos prácticos. Mostré cómo utilizar la fórmula para calcular ángulos y longitudes de lados en triángulos arbitrarios. También presenté situaciones donde el Teorema del Coseno es esencial, como la medición de distancias de un punto a otro.

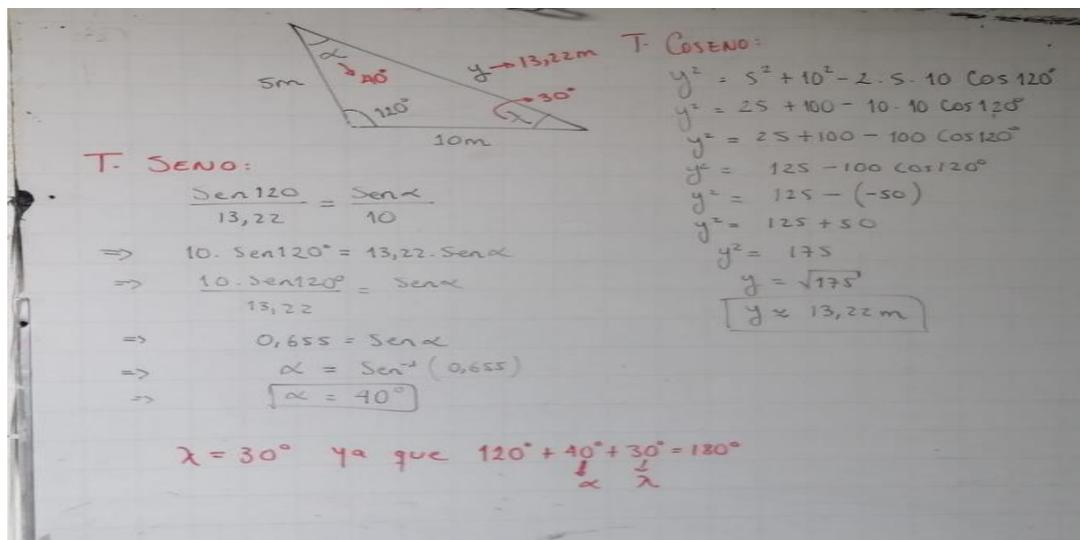
Para consolidar su comprensión, asigné una serie de problemas que requerían el uso tanto del Teorema del Seno como del Teorema del Coseno. Estos problemas variaban en dificultad y cubrían una amplia gama de aplicaciones prácticas y desafíos matemáticos.

Figura 5. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



Nota. Resolución de problemas por parte de los estudiantes. *De autoría propia.*

Figura 6. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



Nota. Resolución de problemas por parte de los estudiantes. *De autoría propia.*

9.3.Descripción 17 Julio – 21 Julio 2023 (Problemas de aplicación del teorema de Pitágoras, teorema del seno y teorema del coseno)

En mi rol como educador, tuve la oportunidad de enseñar a mis estudiantes problemas de aplicación del Teorema de Pitágoras, el Teorema del Seno y el Teorema del Coseno. Estos conceptos trigonométricos son fundamentales y tienen una amplia gama de aplicaciones en situaciones del mundo real. A continuación, compartiré mi experiencia en la enseñanza de estos temas a través de problemas de aplicación.

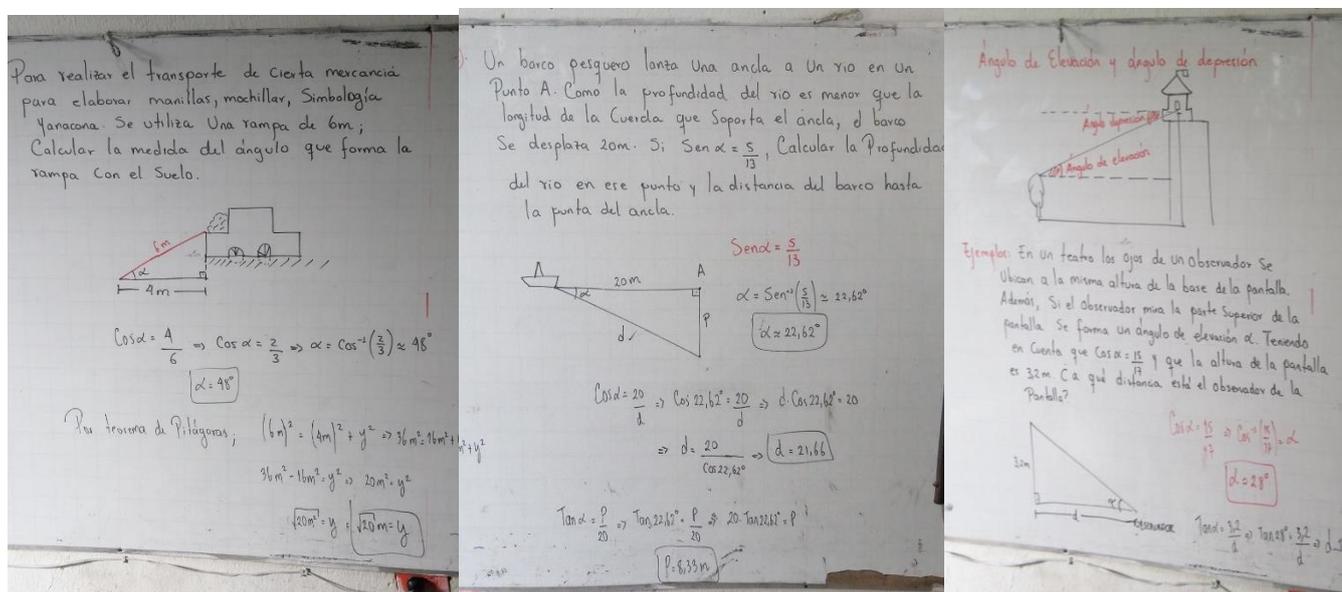
Comencé la enseñanza de problemas de aplicación del Teorema de Pitágoras después de que los estudiantes adquirieran una comprensión sólida del teorema en sí, incluyendo su demostración y aplicación básica en triángulos rectángulos. Presenté a los estudiantes situaciones del mundo real que requerían el uso del Teorema de Pitágoras. Estos problemas incluían la determinación de la distancia entre dos puntos en un plano cartesiano, la medición de alturas de edificios utilizando la sombra y el sol, o la resolución de problemas de navegación en mapas. Proporcioné ejemplos prácticos, y trabajamos juntos para identificar

los elementos del triángulo, aplicar el teorema y calcular las longitudes desconocidas. Esto les permitió ver la utilidad y la relevancia del Teorema de Pitágoras en situaciones cotidianas.

Introduje los problemas de aplicación del Teorema del Seno y el Teorema del Coseno después de que los estudiantes tuvieran un buen dominio del Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas básicas. Presenté una variedad de situaciones problemáticas que requerían el uso del Teorema del Seno y el Teorema del Coseno. Estos incluyeron problemas de triangulación de distancias, medición de longitudes y ángulos en problemas prácticos y reales.

Proporcione ejemplos concretos y discutí cómo identificar cuándo usar el Teorema del Seno o el Teorema del Coseno en cada caso. Trabajamos juntos para descomponer cada problema en pasos manejables y aplicar las fórmulas apropiadas. Después de enseñar estos conceptos y resolver problemas de aplicación juntos en clase, asigné una variedad de problemas adicionales para que los estudiantes los resolvieran de manera independiente y conjunta en el tablero. Esto les permitió practicar y reforzar su comprensión.

Figura 7. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



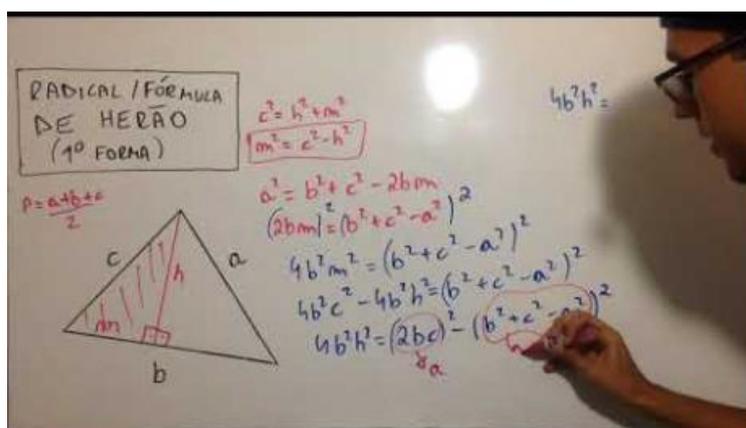
Nota. Resolución de problemas por parte de los estudiantes. *De autoría propia.*

9.4.Descripción 24 Julio – 28 Julio 2023 (Teorema de Herón y aplicaciones)

Comencé la sección de clases explicando qué es el Teorema de Herón y por qué es útil. Les di un ejemplo simple de un triángulo y les mostré cómo calcular su área utilizando la fórmula de Herón, que se basa en las longitudes de los tres lados del triángulo. Luego, presenté aplicaciones del Teorema de Herón después de que los estudiantes comprendieran la fórmula. Esto permitió a los estudiantes ver cómo se puede usar en situaciones prácticas.

Proporcione una variedad de problemas que requieran el cálculo del área de triángulos con longitudes desconocidas de lados, y los estudiantes aplicaron la fórmula de Herón para resolverlos. Estos problemas incluyeron el cálculo de áreas en construcción, huerta escolar aplicando el teorema de Herón. Para reforzar la comprensión de mis estudiantes, les presenté ejemplos prácticos de situaciones en las que el Teorema de Herón se utiliza en el mundo real. Discutimos casos como el cálculo del área de un campo abierto, la determinación del área de un terreno o chakra escolar.

Figura 8. Evidencia visual de la clase lápiz y papel



Nota. Resolución de problemas por parte de los estudiantes. *De autoría propia.*

9.5. Dificultades encontradas en la semana 1

Los estudiantes suelen enfrentar diversas dificultades al aprender el teorema de Pitágoras, la resolución de triángulos rectángulos y las razones trigonométricas. Aquí se presentan algunas de las dificultades comunes:

1. Comprensión conceptual insuficiente:

- Entender la relación entre los lados de un triángulo rectángulo y cómo se aplica el teorema de Pitágoras es desafiante para algunos estudiantes. La falta de comprensión conceptual lleva a errores en la aplicación y resolución de problemas.

2. Confusión en la aplicación del teorema de Pitágoras:

- Los estudiantes pueden tener dificultades para identificar cuándo y cómo aplicar el teorema de Pitágoras en un problema dado. Esto puede deberse a la complejidad de la situación o a la falta de práctica en la identificación de triángulos rectángulos.

3. Problemas de cálculo y manipulación algebraica:

- Realizar cálculos de raíces cuadradas, elevar al cuadrado y otras operaciones matemáticas necesarias en la aplicación del teorema de Pitágoras puede ser un obstáculo para algunos estudiantes, especialmente si tienen dificultades con las habilidades de cálculo y álgebra.

4. Confusión en la resolución de triángulos rectángulos:

- La identificación de los elementos de un triángulo rectángulo y la aplicación de las diferentes fórmulas para calcular lados y ángulos pueden resultar confusas para algunos estudiantes, especialmente al tratar con triángulos con información incompleta.

5. Desafíos en el uso de razones trigonométricas:

- Comprender y aplicar las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente) y sus relaciones con los ángulos y lados de un triángulo puede ser complicado para los estudiantes. La interpretación de estas razones en diferentes contextos puede resultar confusa y los estudiantes aplican en ocasiones las funciones equivocadas para resolver problemas de triángulos.

6. Falta de práctica y ejemplos variados:

- La falta de suficiente práctica y exposición a una variedad de ejemplos puede hacer que los estudiantes se sientan inseguros al aplicar estos conceptos en diferentes tipos de problemas. La práctica regular y la exposición a diversos escenarios son clave para la comprensión sólida.

8. Falta de conexión con aplicaciones prácticas:

- Los estudiantes pueden no comprender cómo estos conceptos matemáticos se aplican en situaciones de la vida real, lo que puede reducir su motivación y comprensión de su relevancia.

9.6. Dificultades encontradas en la semana 2

Los estudiantes a menudo enfrentan dificultades al aprender el teorema del seno y el coseno en trigonometría. Estos conceptos pueden resultar desafiantes debido a su naturaleza abstracta y la necesidad de comprender las relaciones entre ángulos y lados en triángulos. Algunas dificultades comunes que los estudiantes pueden experimentar al aprender estos conceptos son:

1. Comprensión conceptual insuficiente:

- Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender la base conceptual de los teoremas del seno y el coseno. Comprender por qué estas fórmulas funcionan y cuándo aplicarlas puede ser un desafío ya que encuentran confusión bajo qué criterios aplicar dichos teoremas.

2. Selección de la fórmula adecuada:

- Saber cuándo utilizar el teorema del seno y cuándo utilizar el teorema del coseno puede resultar confuso. Los estudiantes deben ser capaces de reconocer el tipo de problema y elegir la fórmula apropiada.

3. Cálculos trigonométricos:

- Realizar cálculos trigonométricos, como funciones seno, coseno y tangente, puede ser complicado para algunos estudiantes. Esto incluye el uso de calculadoras y la interpretación de resultados.

4. Problemas con la notación trigonométrica:

- La notación de las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente) y la notación de ángulos en radianes o grados pueden resultar confusas para algunos estudiantes.

9.7.Dificultades encontradas en la semana 3

Los estudiantes pueden presentar diversas dificultades al aprender el teorema de Pitágoras, la resolución de triángulos rectángulos y las razones trigonométricas. Algunas de estas dificultades pueden incluir:

- Falta de práctica: La resolución de triángulos rectángulos y las razones trigonométricas requieren práctica para dominarlas. Los estudiantes que no practican lo suficiente pueden tener dificultades para aplicar estos conceptos en situaciones reales, no saben qué teorema aplicar, bajo qué condiciones, qué criterios y de reposo falta de conocimientos previos en la parte algebraica.

- Dificultades para recordar las fórmulas: Los estudiantes pueden tener dificultades para recordar las fórmulas necesarias para resolver triángulos rectángulos y aplicar las razones trigonométricas.

9.8.Dificultades encontradas en la semana 4

Los estudiantes pueden enfrentar varias dificultades al aprender el teorema de Herón, que se utiliza para calcular el área de un triángulo dados los largos de sus lados. Algunas de estas dificultades pueden incluir:

- Dificultades para recordar la fórmula: La fórmula de Herón puede ser más compleja que otras fórmulas para calcular el área de un triángulo, como la fórmula del área base-altura. Los estudiantes pueden tener dificultades para recordar la fórmula de Herón y aplicarla correctamente en problemas.
- Dificultades para simplificar las expresiones: La fórmula de Herón puede generar expresiones algebraicas complejas que los estudiantes deben simplificar para obtener el área del triángulo. Algunos estudiantes pueden tener dificultades para simplificar estas expresiones y obtener un resultado final. Adicionalmente en algunos casos se les dificulta hallar el semi perímetro de una figura plana y lo confunden con el concepto de área

DESCRIPCION DE CLASES EN GEOGEBRA.

9.9.Semana del 31 de julio al 04 de agosto. familiarización con GeoGebra.

Durante mi tiempo como docente de matemáticas, tuve la oportunidad de introducir a mis estudiantes al fascinante mundo de GeoGebra. Fue una experiencia gratificante ver cómo los alumnos adquirían habilidades matemáticas esenciales mientras exploraban esta poderosa herramienta. Como docente de matemáticas, mi objetivo era ayudar a mis estudiantes a comprender y aplicar conceptos matemáticos de manera efectiva, y GeoGebra se convirtió en una valiosa aliada en mi labor educativa. En un principio, les enseñé a mis estudiantes a familiarizarse con la interfaz de GeoGebra, mostrándoles cómo crear puntos en el plano y cómo etiquetarlos con coordenadas. Fue emocionante ver cómo rápidamente dominaron esta habilidad básica y comenzaron a comprender cómo funcionan las coordenadas en un sistema de ejes.

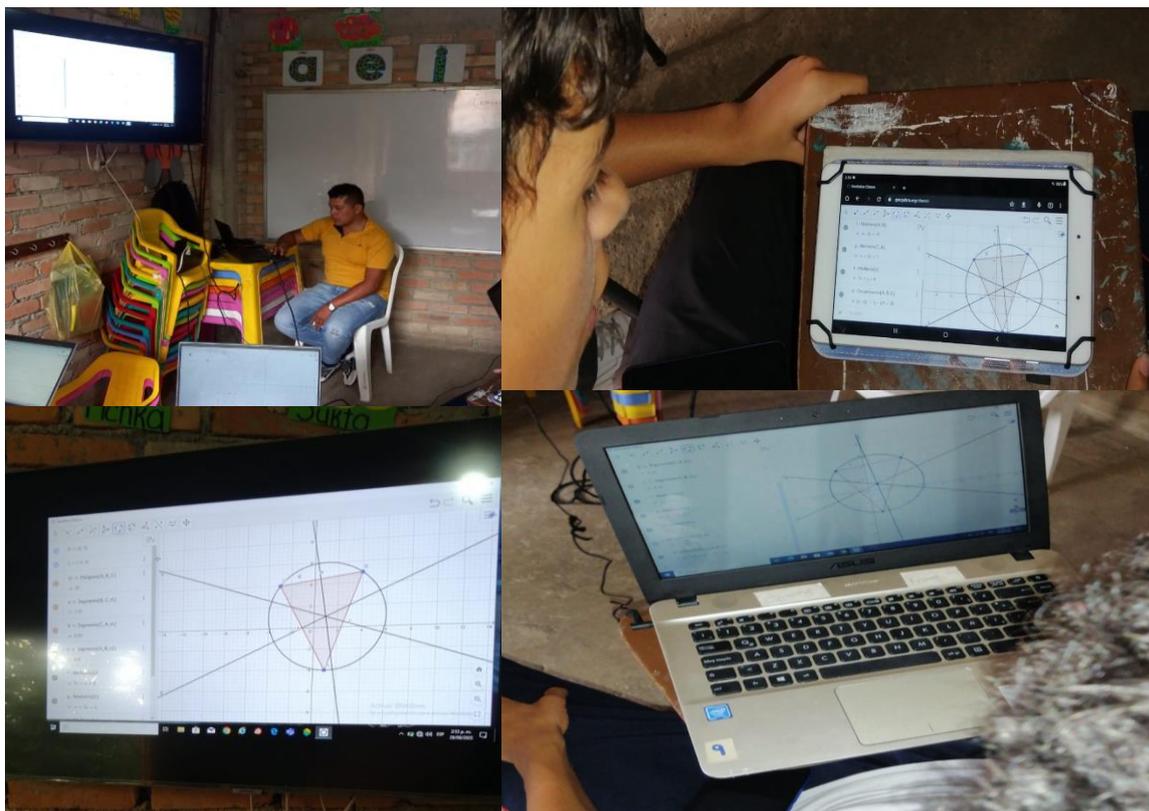
Luego, los guie en la construcción de formas geométricas simples, como líneas rectas y triángulos, utilizando los puntos que habían creado previamente. Ver cómo podían crear y manipular estas figuras geométricas de manera interactiva fue una experiencia educativa

enriquecedora. Uno de los momentos más emocionantes fue cuando les mostré cómo trazar circunferencias utilizando GeoGebra. Les expliqué cómo seleccionar un punto como centro y otro como radio, y vi cómo surgían circunferencias perfectas en la pantalla. Este ejercicio no solo les ayudó a comprender mejor los conceptos de circunferencia y radio, sino que también les permitió experimentar con la herramienta de una manera práctica.

Además, les presenté la idea de construir un triángulo inscrito en una circunferencia, lo cual les desafió a aplicar lo que habían aprendido sobre la interacción de puntos y circunferencias. Fue increíble ver cómo resolvían este rompecabezas geométrico y lograban construir triángulos perfectamente inscritos. Finalmente, les alenté a ser creativos al colorear y resaltar áreas en sus construcciones geométricas. Esto les permitió visualizar y comunicar conceptos matemáticos de manera más efectiva.

Reflexión: Durante mi tiempo como docente de matemáticas, la introducción de GeoGebra generó una notoria inquietud entre mis estudiantes debido a sus antecedentes socioeconómicos, ya que no habían tenido experiencia previa con herramientas tecnológicas avanzadas. Sin embargo, esta inquietud se convirtió en una fuente de motivación a medida que descubrieron que GeoGebra les permitía visualizar y comprender conceptos matemáticos de una manera inédita. Al superar la barrera inicial, experimentaron un crecimiento significativo en su confianza y habilidades, lo que demostró que esta herramienta no solo fortaleció su comprensión matemática, sino también su capacidad para enfrentar nuevos desafíos con entusiasmo.

Figura 9. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.



Nota. Clase interactiva con el programa GeoGebra. *De autoría propia.*

9.10. Semana del 07 al 11 de agosto.

Durante esta semana de clases, continué profundizando en el uso de GeoGebra con mis estudiantes, centrándonos en la aplicación de deslizadores. Comenzamos por enseñarles cómo incorporar y configurar deslizadores en la plataforma. Esta herramienta les permitió variar constantes en tiempo real y observar cómo los cambios afectaban las construcciones geométricas. Fue un momento de gran emoción para ellos al descubrir cómo podían interactuar con las matemáticas de una manera tan dinámica.

Luego, avanzamos en la creación de polígonos y les mostré cómo asociar un deslizador a uno de los lados de un polígono. Esto les permitió modificar la longitud de un lado y observar cómo el polígono se adaptaba instantáneamente a los cambios. Esta actividad práctica no solo consolidó su comprensión de los deslizadores, sino que también les enseñó la relación entre los deslizadores y la geometría de las figuras.

Para poner en práctica lo aprendido, los estudiantes resolvieron actividades sencillas en sus portátiles, donde debían manipular deslizadores para encontrar soluciones a problemas matemáticos específicos. Este enfoque práctico los llevó a aplicar conceptos matemáticos de una manera más significativa y a desarrollar habilidades para resolver problemas de manera interactiva. En esta semana, los estudiantes no solo fortalecieron sus conocimientos en el uso de GeoGebra, sino que también adquirieron una mayor comprensión de cómo las matemáticas se aplican en situaciones del mundo real, gracias a la versatilidad y la interactividad que ofrece GeoGebra.

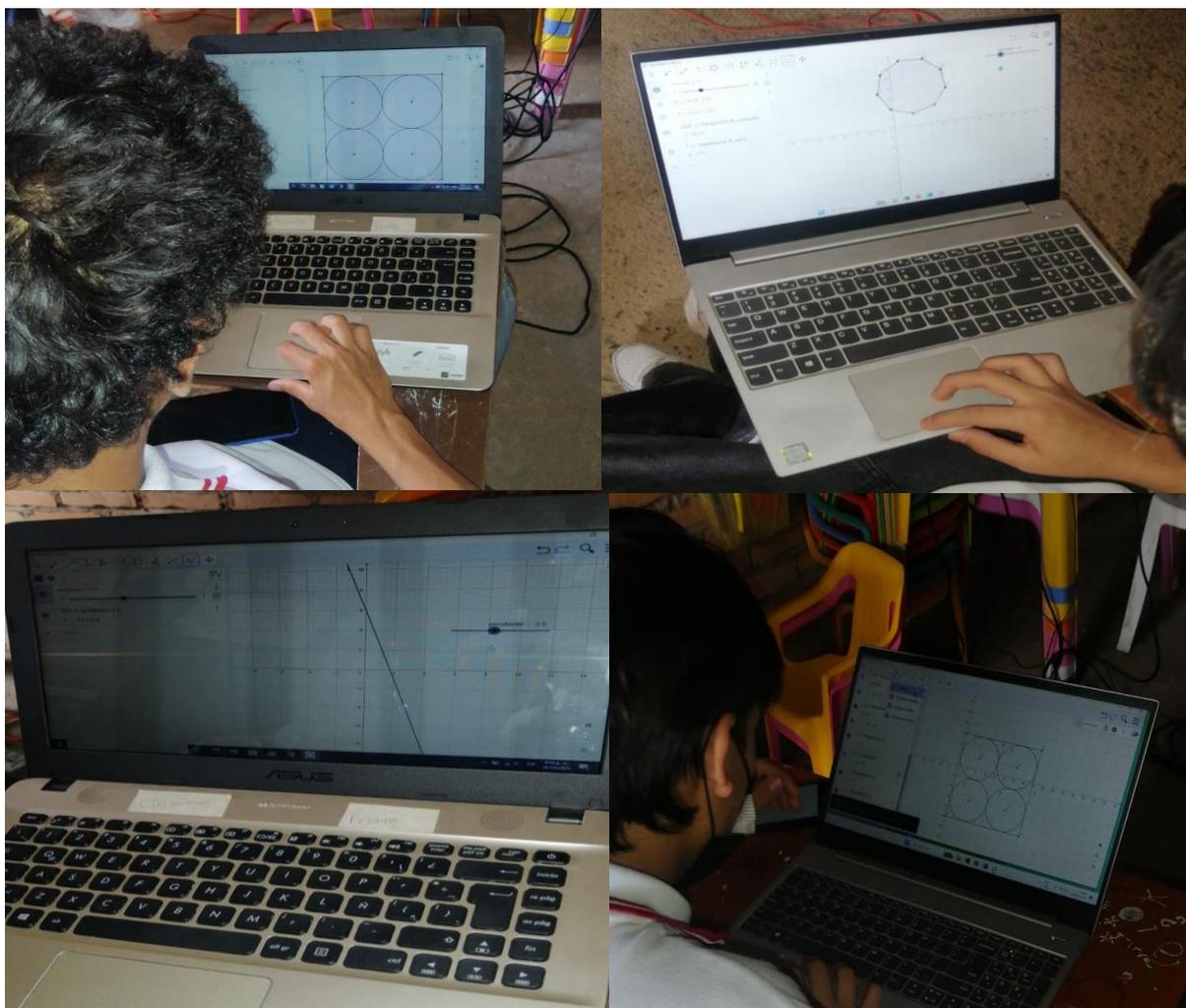
Reflexión:

Durante esta semana, experimentamos una etapa de aprendizaje desafiante pero valiosa al trabajar con deslizadores en GeoGebra. Los estudiantes se encontraron inicialmente con dificultades al intentar asociar un deslizador a un lado de un polígono. La causa principal de su confusión fue la introducción de variables en este proceso. Este obstáculo inicial demostró ser una oportunidad para la reflexión y el crecimiento.

Si bien el proceso de asociar deslizadores a lados de polígonos presentó un desafío, a medida que los estudiantes se enfrentaron a la dificultad, comenzaron a identificar y comprender mejor el concepto de variables y cómo estas podían aplicarse en GeoGebra. La persistencia y el deseo de superar las dificultades fueron notables, y después de un período de ajuste y comprensión, los estudiantes lograron resolver el problema con éxito.

Esta experiencia sirvió como un recordatorio de que, en el aprendizaje de nuevas habilidades, es común encontrarse con obstáculos iniciales. La clave reside en la perseverancia y la voluntad de superar estos desafíos. Al final, esta semana de trabajo con deslizadores en GeoGebra no solo fortaleció el conocimiento de la herramienta, sino también reforzó la capacidad de los estudiantes para afrontar y resolver problemas de manera efectiva. Fue una lección valiosa en la importancia de la paciencia y la resiliencia en el proceso de aprendizaje.

Figura 10. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.



Nota. Clase interactiva con el programa GeoGebra. *De autoría propia.*

9.11. Semana del 14 al 18 de agosto.

Durante una emocionante tercera semana de trabajo con GeoGebra, nos sumergimos en la exploración de circunferencias y deslizadores, ampliando aún más el conocimiento y habilidades de nuestros estudiantes en esta versátil herramienta. Nuestro objetivo era ofrecer a los estudiantes un mayor dominio de la aplicación y una comprensión más profunda de conceptos matemáticos clave.

Comenzamos por abordar las circunferencias, mostrando a los estudiantes cómo crearlas y asociar deslizadores tanto al radio como al diámetro. Esto les permitió experimentar con distintos valores y ver cómo estos cambios afectaban el tamaño y la forma de la circunferencia en tiempo real. Esta práctica no solo reforzó su comprensión de las

circunferencias, sino que también les brindó la oportunidad de aplicar el concepto de variables de manera práctica. Luego, exploramos la relación entre circunferencias y triángulos al introducir la construcción de un triángulo inscrito en una circunferencia. Los estudiantes aprendieron a seleccionar tres puntos en la circunferencia para crear un triángulo que encajara perfectamente. Esta actividad fomentó su comprensión de la geometría y les permitió aplicar sus habilidades geométricas de manera práctica.

Además, exploramos una dimensión adicional al enseñar a los estudiantes a manipular la interfaz de GeoGebra para obtener una vista en tres dimensiones. Esto les brindó una perspectiva más profunda de cómo los objetos geométricos interactúan en un espacio tridimensional, lo que fue una experiencia fascinante para ellos.

Esta semana de trabajo con circunferencias y deslizadores en GeoGebra amplió significativamente las habilidades y el entendimiento de los estudiantes, fortaleciendo su capacidad para aplicar conceptos matemáticos en un entorno interactivo y tridimensional. Fue una etapa enriquecedora en su viaje de aprendizaje con GeoGebra y les permitió apreciar la versatilidad y el potencial de esta herramienta en el estudio de las matemáticas.

Figura 11. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.



Nota. Clase interactiva con el programa GeoGebra. *De autoría propia*

Durante la tercera semana de clases, también los estudiantes se adentraron en la resolución de triángulos utilizando GeoGebra, y esta experiencia resultó ser una revelación para ellos. Se dieron cuenta de que la aplicación ofrecía una variedad de herramientas para medir ángulos y lados, lo que les permitía encontrar todas las medidas de un triángulo de manera instantánea. Esta capacidad de obtener respuestas inmediatas les facilitó en gran medida la tarea de resolver triángulos.

Lo que fue aún más impresionante es que algunos de los estudiantes demostraron una gran creatividad al abordar los problemas. En lugar de resolver un triángulo de manera tradicional, optaron por introducir un deslizador a un lado del triángulo. Esta ingeniosa estrategia les permitió modificar el deslizador o moverlo de manera dinámica, lo que a su vez les brindaba respuestas a diferentes preguntas sobre el mismo triángulo.

Este enfoque creativo no solo demostró la versatilidad de GeoGebra como herramienta de resolución de problemas matemáticos, sino también la capacidad de los estudiantes para adaptarse y experimentar con nuevas formas de abordar desafíos matemáticos. Fue una semana enriquecedora en la que los estudiantes exploraron de manera activa y creativa las posibilidades que ofrece GeoGebra para el estudio de las matemáticas y la resolución de problemas.

Figura 12. Evidencia visual de la clase con el programa GeoGebra.



Nota. Clase interactiva con el programa GeoGebra. *De autoría propia.*

9.12. Semana del 21 al 25 de agosto. teorema del seno y coseno. evaluación.

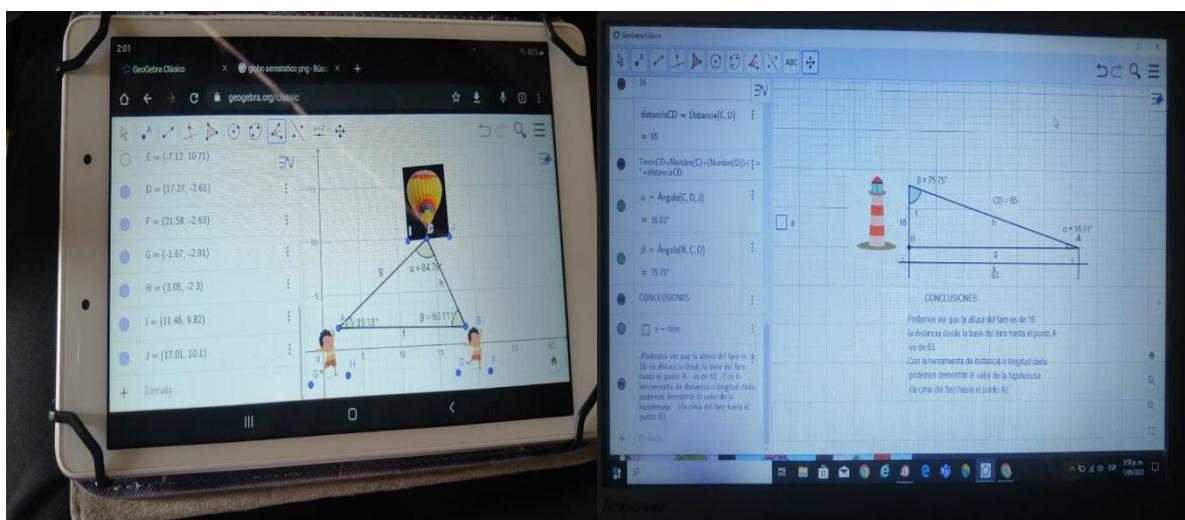
En la cuarta y última semana de nuestro curso, llevamos a cabo una evaluación integral de todos los conceptos que habíamos explorado: razones trigonométricas, resolución de triángulos, teorema del seno y del coseno. Esta evaluación tenía un enfoque especial, ya que los estudiantes debían modelar problemas reales utilizando GeoGebra. Fue un desafío que resultó en un punto culminante emocionante de nuestro curso.

Lo que más destaco en esta ocasión fue la notable motivación de los estudiantes. Habían asimilado profundamente el conocimiento y las habilidades que habíamos compartido durante las semanas anteriores y estaban ansiosos por aplicarlos en situaciones de la vida real. Algunos estudiantes se destacaron especialmente al modelar problemas de manera creativa y realista, incluso incorporando imágenes en la pantalla de GeoGebra.

Lo que hizo que esta semana fuera especial fue que varios de los problemas que los estudiantes modelaron ya los habían resuelto previamente en papel y lápiz, o enfrentado situaciones similares. Esta experiencia les brindó una apreciación más profunda de cómo GeoGebra podría ayudarlos a abordar problemas de la vida cotidiana y cómo podían dar vida a sus soluciones.

En resumen, esta última semana fue un broche de oro para nuestro curso. Vimos cómo la mayoría de los estudiantes no solo comprendía el uso de la herramienta GeoGebra, sino también su aplicación en situaciones del mundo real. Fue un testimonio del poder de la tecnología para enriquecer y mejorar la comprensión y resolución de problemas matemáticos, y una prueba de cómo el aprendizaje activo y creativo puede impulsar el conocimiento y la motivación de los estudiantes.

Figura 13. Evidencia visual de la clase I con el programa GeoGebra.



Nota. Clase interactiva con el programa GeoGebra. *De autoría propia.*

10. Análisis e interpretación de la secuencia didáctica.

10.1. Análisis de la clase se la semana 1, lápiz y papel

La enseñanza efectiva de conceptos esenciales en geometría y trigonometría es fundamental para establecer una comprensión sólida en matemáticas. Primero, la importancia de enseñar conceptos clave radica en la necesidad de desarrollar un entendimiento sustancial y significativo de la materia, en consonancia con la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, DP (2000), esto se logra mediante un enfoque pedagógico que incluye visualizaciones y aplicaciones prácticas, apoyado por la teoría constructivista.

En cuanto a las dificultades comunes, como la comprensión conceptual insuficiente y problemas con la aplicación de teoremas, se pueden entender desde la perspectiva de las concepciones erróneas, estas ideas erróneas arraigadas pueden obstaculizar la asimilación de nuevos conocimientos, requiriendo una identificación y corrección adecuadas; además, es importante destacar la necesidad de la práctica variada y contextualizada para superar las dificultades de los estudiantes; la repetición y la exposición a diferentes contextos son cruciales para reforzar la comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos. Por último, para abordar la falta de conexión con aplicaciones prácticas, es vital contextualizar los conceptos matemáticos en situaciones de la vida real.

10.2. Análisis de la clase se la semana 2, lápiz y papel

La enseñanza de los teoremas del seno y del coseno en trigonometría es fundamental para que los estudiantes adquieran una comprensión profunda de las relaciones entre ángulos y lados en triángulos. La estructura de la clase se basa en una sólida comprensión de los conceptos básicos de trigonometría, incluyendo el Teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas, esta estrategia sigue la teoría de construcción del conocimiento sobre una base establecida, permitiendo una introducción gradual de conceptos avanzados. La presentación de los teoremas del seno y del coseno a través de ejemplos prácticos y aplicaciones del mundo real, como navegación y triangulación, responde a la teoría del aprendizaje basada en problemas, enfatizando la relevancia y aplicabilidad del contenido.

Sin embargo, se identifican dificultades comunes que los estudiantes pueden experimentar al aprender estos conceptos. En primer lugar, algunos pueden tener una comprensión conceptual insuficiente de los teoremas, lo que subraya la necesidad de explicaciones claras y la conexión con la intuición geométrica. Es vital abordar el "por qué" y el "cuándo" de estas fórmulas para garantizar una comprensión sólida. Asimismo, los estudiantes pueden enfrentar dificultades al elegir la fórmula adecuada para resolver un problema específico, destacando la importancia de ejemplos variados y prácticos.

Además, los cálculos trigonométricos pueden resultar desafiantes para algunos estudiantes, incluido el uso de funciones seno, coseno y tangente, se debe enseñar de manera eficiente el uso de calculadoras y la interpretación de resultados. Por último, la notación trigonométrica y la diferenciación entre ángulos en radianes o grados pueden resultar confusas, señalando la necesidad de una comprensión profunda y ejemplos claros.

10.3. Análisis de la clase se la semana 3, lápiz y papel

La enseñanza de problemas de aplicación del Teorema de Pitágoras, el Teorema del Seno y el Teorema del Coseno demuestra un enfoque pedagógico que se basa en teorías de la enseñanza y el aprendizaje. Primero, se destaca la importancia de establecer una base sólida en el Teorema de Pitágoras, lo que refleja la teoría constructivista de Piaget, proporcionar una comprensión completa antes de abordar problemas de aplicación permite que los estudiantes construyan conocimiento de manera efectiva.

La introducción de problemas del mundo real que requiere el uso de estos conceptos trigonométricos se alinea con la teoría del aprendizaje situada de Lave y Wenger, donde la relevancia de la matemática se conecta con situaciones auténticas. La resolución de problemas en contextos cotidianos permite a los estudiantes ver la utilidad y aplicabilidad de los conceptos aprendidos. El enfoque progresivo, primero enseñando el Teorema de Pitágoras y luego los Teoremas del Seno y el Coseno después de establecer una base sólida, refleja la teoría del aprendizaje secuencial de Bruner, que sugiere que los conceptos deben presentarse en un orden lógico para una comprensión más profunda.

10.4. Análisis de la clase se la semana 4, lápiz y papel

La estrategia pedagógica empleada para enseñar el Teorema de Herón y su aplicación en el cálculo del área de un triángulo se basa en varios fundamentos teóricos de la educación matemática. La explicación inicial del Teorema de Herón y su utilidad corresponden al principio de aprendizaje significativo de Ausubel, donde se establece la importancia de

presentar conceptos de manera clara y relevante para su comprensión; al mostrar la aplicación práctica de la fórmula de Herón en ejemplos de triángulos y en situaciones cotidianas, se promueve la conexión entre el aprendizaje en el aula y su aplicación en el mundo real.

La variabilidad de problemas presentados, que implican el cálculo del área de triángulos con longitudes desconocidas de lados en contextos diversos como construcción o huerta escolar, se alinea con la teoría de Bruner sobre el aprendizaje a través de la resolución de problemas y la estructuración del contenido, al presentar problemas que requieren aplicar la fórmula de Herón en diferentes escenarios, se promueve la profunda comprensión de la fórmula y su versatilidad.

Las dificultades que los estudiantes pueden enfrentar al aprender el Teorema de Herón, como recordar la fórmula y simplificar expresiones algebraicas complejas, reflejan la necesidad de un enfoque instructivo. La complejidad de la fórmula de Herón y las expresiones algebraicas implica la importancia de la práctica guiada y la presentación gradual de la información para evitar sobrecargar la memoria de trabajo de los estudiantes.

10.5. Análisis de la clase se la semana 5, GeoGebra

La integración de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas es un ejemplo destacado de cómo las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) pueden enriquecer la educación. La utilización de GeoGebra como herramienta tecnológica ha demostrado ser efectiva para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos de manera significativa; en términos teóricos, esta integración se alinea con la Teoría del Constructivismo, donde los estudiantes construyen su propio conocimiento participativo al interactuar con el entorno, la interactividad de GeoGebra permite a los estudiantes explorar, crear y manipular objetos matemáticos, facilitando así la construcción de su comprensión sobre geometría y conceptos relacionados.

La teoría de la Zona de Desarrollo Próximo de Vygotsky también se refleja en esta experiencia, al introducir a los estudiantes a GeoGebra y guiarlos a través de su uso, el docente facilita la zona donde los estudiantes pueden aprender con apoyo y orientación. A medida que adquieren habilidades en el uso de GeoGebra, su zona de desarrollo aumenta, lo que lleva a un crecimiento en sus habilidades matemáticas y confianza; asimismo, la teoría del aprendizaje Situado de Lave y Wenger destaca la importancia de aprender en contextos auténticos y sociales. GeoGebra brinda a los estudiantes la oportunidad de aplicar conceptos

matemáticos en situaciones geométricas reales, como trazar circunferencias e inscribir triángulos, lo que les permite ver la relevancia y aplicabilidad de los conceptos matemáticos en el mundo real.

La reflexión sobre la experiencia revela cómo GeoGebra puede abordar desigualdades socioeconómicas al proporcionar igualdad de acceso a herramientas tecnológicas avanzadas, este enfoque se alinea con la teoría de la equidad en la educación, donde se busca cerrar brechas y proporcionar oportunidades equitativas para todos los estudiantes, independientemente de su trasfondo socioeconómico. En conclusión, la integración de GeoGebra en la enseñanza de matemáticas no solo fortalece la comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también promueve la confianza y habilidades de resolución de problemas de los estudiantes, alineándose con importantes teorías educativas y destacando el potencial transformador de las TIC en la educación, en relación con el primer eje de sistematización esta clase refleja la importancia de la comprensión y el uso de aplicaciones digitales como GeoGebra, en este momento es fundamental la relación con este eje ya que se contrasta la educación tradicional con las ventajas de la educación con la implementación de las TIC.

10.6. Análisis de la clase se la semana 6, GeoGebra

La sinergia entre la enseñanza de matemáticas y la integración de tecnología se revela a través de experiencias educativas como la implementación de GeoGebra y la exploración de sus deslizadores en el aula, esta fusión se traduce en un escenario donde los estudiantes no solo aprenden conceptos matemáticos, sino que también desarrollan habilidades esenciales para el siglo XXI. GeoGebra, una herramienta interactiva y dinámica, trasciende la enseñanza tradicional al permitir a los estudiantes interactuar con conceptos matemáticos en un entorno virtual; la introducción a los deslizadores en GeoGebra, por ejemplo, brinda a los estudiantes la capacidad de modificar parámetros en tiempo real y observar de manera inmediata cómo estos cambios impactan en las construcciones geométricas, esta experiencia adquiere valor educativo al combinar la teoría matemática con la práctica interactiva, promoviendo la comprensión profunda y significativa de los conceptos.

A medida que los estudiantes utilizan GeoGebra para crear y manipular figuras geométricas, surgen oportunidades de aprendizaje autodirigido, la herramienta permite que los estudiantes exploren, experimenten y resuelvan problemas matemáticos de manera activa,

este proceso va más allá de la memorización de fórmulas, fomentando la comprensión de las relaciones matemáticas y su aplicación en situaciones del mundo real.

Asimismo, GeoGebra se convierte en un vehículo para el aprendizaje colaborativo. Los estudiantes pueden interactuar con sus pares, discutir estrategias, y juntos explorar y entender los conceptos matemáticos, esta colaboración no solo fortalece el conocimiento matemático, sino que también promueve habilidades sociales y de comunicación. A través de GeoGebra y los deslizadores, se incentiva la resiliencia y la autorreflexión en los estudiantes. Al encontrarse con desafíos iniciales, como asociar un deslizador a un lado de un polígono, los estudiantes tienen la oportunidad de reflexionar sobre sus procesos de resolución de problemas y aprender de sus errores; esta experiencia cultivada en el aula tiene un valor perdurable, ya que enseña a los estudiantes a perseverar ante los desafíos ya reconocer que el aprendizaje es un viaje que implica superar obstáculos.

10.7. Análisis de la clase se la semana 7, GeoGebra

La tercera semana de trabajo con GeoGebra reveló de manera palpable la importancia trascendental de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación matemática. A través de la inmersión en circunferencias y deslizadores, los estudiantes no solo consolidaron su comprensión de conceptos clave, sino que también experimentaron la potencia de la interactividad y la visualización en el proceso de aprendizaje.

La introducción de deslizadores en GeoGebra permitió a los estudiantes interactuar con las circunferencias de manera dinámica, variando parámetros como la radio y el diámetro, esta interactividad en tiempo real les brindó la oportunidad de explorar múltiples escenarios y comprender cómo los cambios en los parámetros afectan las construcciones geométricas; aquí radica la esencia de la utilidad de las TIC en la educación matemática: la capacidad de transformar conceptos abstractos en representaciones visuales y manipulables. Además, la incursión en la visualización tridimensional mediante GeoGebra expandió la percepción de los estudiantes sobre las figuras geométricas, llevándolos más allá del plano bidimensional, esta experiencia fascinante no solo enriqueció su comprensión de la geometría, sino que también ilustró el poder de las TIC para proporcionar múltiples perspectivas y enfoques para abordar problemas matemáticos.

Un aspecto notable fue la flexibilidad que GeoGebra ofreció a los estudiantes para explorar enfoques creativos en la resolución de triángulos; la capacidad de introducir

deslizadores y modificarlos dinámicamente durante la resolución de problemas demuestra la versatilidad y la adaptabilidad de esta herramienta, esto resalta la importancia de las TIC en fomentar la creatividad y el pensamiento crítico en los estudiantes, al brindarles la libertad de experimentar y encontrar soluciones innovadoras.

En resumen, la tercera semana de trabajo con GeoGebra no solo fortaleció las habilidades matemáticas de los estudiantes, sino que también dejó una huella profunda sobre cómo las TIC pueden potenciar la educación matemática, la interactividad, visualización tridimensional y flexibilidad que GeoGebra ofrece no solo enriquecen el proceso de aprendizaje, sino que también promueven habilidades esenciales para el siglo XXI, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos matemáticos y resolver problemas de manera creativa y efectiva; así, esta experiencia reafirma que las TIC no son solo una herramienta, sino un catalizador para una educación matemática más dinámica y enriquecedora.

10.8. Análisis de la clase se la semana 8, GeoGebra

La semana cuarta, enfocada en una evaluación integral utilizando GeoGebra para modelar problemas matemáticos, puso de manifiesto la profunda influencia que las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) tienen en la educación matemática contemporánea. Esta experiencia fue mucho más que una simple evaluación; Fue un testimonio del cambio radical que las TIC han traído al proceso educativo, especialmente en el contexto de las matemáticas.

Uno de los aspectos más destacados fue la evidente motivación de los estudiantes para enfrentar este desafío particular, habían internalizado y comprendido los conceptos matemáticos explorados durante el curso y estaban ávidos por aplicarlos a situaciones reales; la tecnología no solo había hecho que el aprendizaje fuera interactivo y dinámico, sino que también había avivado un entusiasmo genuino por aplicar lo aprendido. Es esencial destacar cómo GeoGebra permitió a los estudiantes modelar problemas reales de manera creativa y realista, algunos incluso fueron más allá, integrando imágenes en la plataforma, mostrando cómo las TIC no solo sirven como herramientas de cálculo, sino que también potencian la creatividad y expresión en la representación de problemas matemáticos complejos.

Lo más impactante fue que los problemas modelados ya los habían enfrentado previamente en la forma tradicional, utilizando papel y lápiz; esta comparación directa

mostró de manera tangible cómo GeoGebra no solo simplifica los procesos matemáticos, sino que también amplifica la comprensión y la capacidad de abordar problemas reales, la tecnología no solo reemplaza las metodologías convencionales, sino que las mejora de manera significativa.

En resumen, esta última semana fue un verdadero cierre triunfal para el curso ya que responde de manera positiva el segundo eje de sistematización acerca de la implementación de GeoGebra como herramienta metodológica para consolidar la destreza de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, confirmando la comprensión y aplicación exitosa de la aplicación por parte de los estudiantes, y también se resalta la vital importancia de las TIC en la educación matemática moderna. GeoGebra no solo es una herramienta; es un catalizador para la evolución de la enseñanza y el aprendizaje matemático, demostrando que la tecnología no solo mejora la eficiencia, sino que también desencadena un entusiasmo renovado por las matemáticas y su aplicación en la vida cotidiana; este es un claro indicio de que las TIC están transformando la educación en una experiencia interactiva, participativa y profundamente enriquecedora.

11. Conclusiones

La integración de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación, más específicamente en el grado decimo de la Institución Educativa Indígena e Intercultural Pachamama de Popayán Cauca tal como se ha demostrado a través de las descripciones de clase centradas en GeoGebra, representa un cambio significativo en la forma en que los estudiantes interactúan con los conceptos matemáticos; hacer una comparativa de estas experiencias con las clases tradicionales basadas en lápiz y papel resalta la transformación que las TIC han traído aspectos positivos al proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente en el contexto de las matemáticas.

En un entorno tradicional como se evidenció en las clases “lápiz y papel”, los estudiantes a menudo se enfrentan a la presentación lineal de conceptos matemáticos en forma de ecuaciones y problemas; la comprensión de estos conceptos puede resultar abstracta y desafiante, ya que la visualización y la interactividad son limitadas. Por otro lado, en las clases basadas en GeoGebra, los estudiantes tienen la capacidad de interactuar con representaciones visuales y dinámicas de conceptos matemáticos, lo que facilita la comprensión profunda.

En el caso específico de GeoGebra responde positivamente ante la pregunta ¿Cómo la implementación del programa GeoGebra puede ayudar a la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas? Ya que la herramienta digital permite a los estudiantes experimentar con deslizadores y observar cómo los cambios en los parámetros afectan la geometría y las relaciones trigonométricas en tiempo real, esta interactividad activa el pensamiento crítico y la exploración, permitiendo a los estudiantes comprender mejor la influencia de las variables en las fórmulas matemáticas y en las representaciones gráficas. En contraste, en un entorno de lápiz y papel, los estudiantes pueden resolver ecuaciones, pero a menudo les falta la visualización dinámica y la experimentación directa.

Asimismo, en las clases con GeoGebra, los estudiantes tienen la oportunidad de modelar problemas de la vida real, aplicando así las matemáticas en situaciones auténticas, este aspecto práctico y contextualizado fomenta una comprensión más profunda y una apreciación de la relevancia de las matemáticas en el mundo real. En comparación, las clases tradicionales pueden carecer de esta aplicación práctica y contextualizada, limitando la comprensión de la utilidad de los conceptos matemáticos.

Desde el punto de vista de motivación, las clases con GeoGebra, al ser interactivas y atractivas, tienden a mantener a los estudiantes más comprometidos y motivados; la posibilidad de explorar y manipular geometría, deslizadores y otras herramientas digitales crea un entorno de aprendizaje estimulante y participativo, esto como consecuencia de una motivación extrínseca como lo afirma Durand y Huertas, (2010). En contraste, las clases basadas en papel y lápiz pueden presentar un riesgo de desmotivación debido a la naturaleza más estática y pasiva de la enseñanza.

Integrar las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación, específicamente mediante herramientas como GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas, es altamente viable y presenta una serie de beneficios pedagógicos que pueden transformar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes. A través de los análisis previos de las clases donde GeoGebra fue empleado, podemos corroborar la efectividad y relevancia de esta integración. Esta herramienta no solo tiene un impacto positivo para los estudiantes sino que es una herramienta útil para docentes ya que al ser una herramienta didáctica y motivadora facilita la práctica de la enseñanza rompiendo barreras del aprendizaje, barreras de desmotivación y baja comprensión ya que permite una interacción contextualizada donde los estudiantes interactúan de manera activa y participativa en la resolución de problemas, de este modo facilita la labor del docente ya que utiliza una herramienta facilitadora de construcción del conocimiento.

Desde una perspectiva teórica, sustentada en enfoques como el constructivismo y el aprendizaje situado, la introducción de GeoGebra en las clases permite a los estudiantes construir activamente su conocimiento matemático a través de la interacción y la exploración. Piaget y Vygotsky, importantes teóricos constructivistas, enfatizan la participación activa del estudiante en la construcción de su propio aprendizaje; GeoGebra ofrece un entorno interactivo donde los estudiantes pueden explorar, experimentar y construir conceptos matemáticos de manera activa, lo que se alinea perfectamente con estos principios.

Por otro lado, la teoría del aprendizaje situado, propuesta por Lave y Wenger, enfatiza la importancia de aprender en contextos auténticos y sociales, la integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas permite a los estudiantes aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales que se asemejan a su contexto, creando ambientes de aprendizaje prácticos. En términos de mejora del aprendizaje, se evidenció que la integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas conduce a un mejor desempeño académico y comprensión.

Los estudiantes pueden abordar problemas matemáticos con mayor confianza y eficiencia cuando tienen acceso a representaciones visuales y herramientas interactivas para explorar conceptos abstractos. Asimismo, GeoGebra puede abordar las diferentes necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes, permitiendo la personalización del proceso educativo, algunos estudiantes pueden beneficiarse más de las representaciones visuales, mientras que otros pueden aprender mejor a través de la experimentación práctica; GeoGebra brinda la flexibilidad necesaria para adaptarse a estas diferencias individuales y ofrecer un enfoque de aprendizaje personalizado.

Referencias

- Adelle, L. C. (2012). Tecnologías emergentes, ¿pedagogías emergentes? En L. C. Adelle, *Tendencias emergentes en educación con Tic* (págs. 13-32). Barcelona: Asociación espiral, educación y tecnología.
- Ausubel, DP (2000). *La adquisición y retención del conocimiento: una visión cognitiva*. Saltador.
- Carlos Felipe Criollo Almarío Yesid Alejandro Pérez Galindez. (2018). *Aporte del software GeoGebra en la solución de problemas de aplicación de las funciones trigonométricas y resolución de triángulos en los grados 10-1 y 10-3 de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt de Popayán*. Unveridad del Cauca.
- Bolívar, J. G. (19 de 02 de 2013). *Revista Educación y Futuro Digital* . Obtenido de Revista Educación y Futuro Digital : https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/119001/EYFD_63.pdf?sequen
- Bruner, JS (1966). *Hacia una teoría de la instrucción*. Prensa de la Universidad de Harvard.
- Clementi, L. d. (11 de 2004). *Guía Metodológica de sistematización* . Obtenido de Guía Metodológica de sistematización : <https://www.fao.org/3/at773s/at773s.pdf>
- Ferrada, X., Hernández, A., & Flores, P. (2019). Evaluación de la educación basada en competencias: un análisis crítico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22 (2), 221-242.
- García M (Octubre 2018) . “DISEÑO DE LA UNIDAD DIDÁCTICA “FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN CON GEOGEBRA.”” *REPOSITORIO DIGITAL DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN UNAE*, 13 OCTUBRE 2018, <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/877/1/TFM-EM-54.pdf>.
- Galindez, Y. A. (15 de Junio de 2022). *Formulació n de objetivos y ejes de sistematizació n*. Obtenido de Formulació n de objetivos y ejes de sistematizació n: <https://icesi.instructure.com/courses/721/assignments/5390/submissions/1542>
- Galindez, Y. A. (7 de Junio de 2022). *Objeto y preguntas de sistematizació n*. Popayán Cauca.
- GeoGebra. (2022). *Página Principal de GeoGebra*. Obtenido de Página Principal de GeoGebra: <https://www.geogebra.org/about?lang=es>
- Herrera Arias,.(Octubre 2018) “Función Lineal y Afín aplicada en el contexto.” *Función Lineal*

y *Afin aplicada en el contexto.*, 20 octubre 2018, <http://repositorio.unae.edu.ec/bitstream/56000/834/1/TFM-EM-15.pdf>.

- Jara, O. H. (2014). La sistematización de experiencias práctica y teoría para otros mundos posibles. En O. H. Jara, *La sistematización de experiencias práctica y teoría para otros mundos posibles*. (págs. 153-163). Lima.
- Jara, O. (s.f.). Orientaciones teórico prácticas para la sistematización de experiencias. En O. Jara, *Orientaciones teórico prácticas para la sistematización de experiencias* (págs. 7 -12). San José, Costa Rica: Publicaciones Alforja.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.
- Lopez Orozco,(2018). “Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericana.” 2018,<https://repositorio.ucm.edu.co/bitstream/10839/2204/1/Luis%20Enrique%20L%C3%B3pez%20Orozco.pdf>
- Luna, F. y Agudelo, M. (2013). Sistematización de experiencias educativas: una propuesta metodológica. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 11 (2), 1075-1090.
- Maria Jose Rosales Molina, E. G. (Diciembre de 2013). *Influencia de la Comprensión Lectora en la Resolución de problemas matematicos de contexto en estudiantes de quinto y sexto* . Obtenido de *Influencia de la Comprensión Lectora en la Resolución de problemas matematicos de contexto en estudiantes de quinto y sexto* : http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1868/1/Rosales_Molina_Maria.pdf
- Maria Judith Beratriz Aguila Mendoza, J. J. (07 de 09 de 2012). *La lectura como estrategia de aprendizaje de las matematicas*. . Obtenido de *La lectura como estrategia de aprendizaje de las matematicas*. : <https://docplayer.es/13137959-La-lectura-como-estrategia-de-aprendizaje-de-las-matematicas.html>
- Open Society Institute. (2002). Declaración de Budapest. Recuperado de http://www.geotropico.org/1_1_Documentos_BOAI.html
- Piaget, J. (1970). *Epistemología genética*. Prensa de la Universidad de Columbia.
- UNESCO. (2016). Sistematización de experiencias educativas innovadoras. En UNESCO, *Sistematización de experiencias educativas innovadoras* (págs. 17 - 23). LIMA: Editora y Comercializadora CARTOLAN E.I.R.L.

- Vasco, C. E. (Agosto de 2008). Reflexiones sobre la didáctica escolar. (L. M. Fajardo, Entrevistador)
- Vygotsky, LS (1978). La mente en la sociedad: el desarrollo de procesos psicológicos superiores. Prensa de la Universidad de Harvard.
- Weston, A. (1986). La composición de un argumento corto. En A. Weston, *Las claves de la argumentación* (págs. 11 - 31). Barcelona: Editorial Ariel S.A.
- Weston, A. (2009). La composición de un argumento corto. En A. Weston, *Las claves de la argumentación* (págs. 11 - 31). Bogotá: Editorial Planeta Colombia S.A.
- weston, A. (2009). La composición de un argumento corto. En A. weston, *Las claves de la argumentación* (págs. 11-31). Bogotá: Planeta Colombiana S.A.