

**Potenciando el aprendizaje del cálculo de áreas en regiones compuestas y sombreadas  
integrando GeoGebra y fortaleciendo la competencia argumentativa.**

**Erika Danyeli Narvárez Cajas**

**Yuliet Paola Chavarro Zúñiga**

**Universidad Icesi**

**Escuela de Ciencias de la Educación**

**Maestría en educación mediada por las TIC**

**Cali**

**2023**

**Potenciando el aprendizaje del cálculo de áreas en regiones compuestas y sombreadas  
integrando GeoGebra y fortaleciendo la competencia argumentativa.**

**Erika Danyeli Narváez Cajas**

**Yuliet Paola Chavarro Zúñiga**

**Trabajo de grado para optar el título de:**

**Magister en Educación mediada por las TIC**

**Directora**

**Sandra Lorena Chavarría**

**Universidad Icesi**

**Escuela de Ciencias de la Educación**

**Maestría en educación mediada por las TIC**

**Cali**

**2023**

**Resumen**

El presente trabajo de investigación presenta el desarrollo de una propuesta que busca mejorar la competencia argumentativa en el cálculo de áreas de figuras geométricas compuestas y sombreadas, en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán. Para lograr este objetivo se acude a un experimento comparativo, en el cual se utilizan dos metodologías diferentes, una de ellas es la convencional y la otra es a través de la mediación del software matemático GeoGebra como herramienta mediadora en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Para el desarrollo de la investigación se construye una hoja de trabajo, la cual se compone de cinco partes importantes, la primera corresponde al diseño y aplicación de una prueba diagnóstica, la segunda al diseño de actividades para retroalimentar saberes previos y abordar el cálculo del área de figuras compuestas, las cuales se construyen a partir de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica. La tercera parte corresponde a la evaluación de los temas abordados en la segunda parte. En la cuarta parte se encuentra el diseño y aplicación de actividades para trabajar lo correspondiente al cálculo de áreas de figuras sombreadas y la quinta y última parte corresponde a la evaluación de los temas abordados referente al cálculo de áreas sombreadas.

Una vez terminada de desarrollar la hoja de trabajo anteriormente descrita, se realiza un análisis y comparación frente a los resultados obtenidos por los estudiantes desde la prueba diagnóstica hasta la culminación del proceso para evaluar los avances de los mismo frente a su capacidad argumentativa en la solución de problemas y ejercicios referentes al cálculo del área de figuras compuestas y sombreadas.

## Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	10
<b>2</b>	<b>Capítulo I: fundamentos teóricos</b> .....	12
2.1	<b>Antecedentes de la investigación</b> .....	12
2.2	<b>Marco teórico</b> .....	17
2.3	<b>Marco conceptual</b> .....	28
<b>3</b>	<b>Capítulo II: El problema de investigación</b> .....	37
3.1	<b>Descripción de la realidad problemática</b> .....	37
3.2	<b>Delimitación de la investigación</b> .....	38
3.3	<b>Población y muestra</b> .....	39
3.4	<b>Planteamiento del problema</b> .....	40
3.5	<b>Objetivos de la investigación</b> .....	42
3.6	<b>Hipótesis de la investigación</b> .....	42
3.7	<b>variables e indicadores</b> .....	43
3.8	<b>Justificación e importancia del estudio</b> .....	45
<b>4</b>	<b>Capítulo III: Metodología</b> .....	45
4.1	<b>Fases de investigación</b> .....	47
4.1.1	<b>Fase 1: Antecedentes de la investigación, marco teórico y conceptual</b> .....	47
4.1.2	<b>Fase 2: El problema de investigación</b> .....	47
4.1.3	<b>Fase 3: fase de Diseño de intervención</b> .....	48
4.1.4	<b>Fase 4: Aplicación del diseño en el experimento comparativo</b> .....	50
4.1.5	<b>Fase 5: Análisis de los datos</b> .....	51
4.2	<b>Diseño de intervención: hoja de trabajo</b> .....	52
<b>5</b>	<b>Capítulo IV: Presentación y Análisis de resultados</b> .....	79
5.1	<b>análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica</b> .....	79
5.2	<b>Análisis - examen área de figuras compuestas grupo de control y grupo TIC</b> .....	94
5.3	<b>Análisis examen de regiones sombreadas grupo de control y grupo TIC</b> .....	113
<b>6</b>	<b>Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones</b> .....	121
<b>7</b>	<b>Bibliografía</b> .....	125

## Lista de Figuras

Figura 1. Rectángulo ABCD .....	30
Figura 2. Cuadrado ABCD de lado l .....	30
Figura 3. Paralelogramo ABCD de lados a, b y altura h .....	31
Figura 4. Construcciones adicionales en el paralelogramo ABCD .....	31
Figura 5. Triángulo ABC .....	32
Figura 6. Construcción auxiliar sobre el triángulo ABC .....	32
Figura 7. Rombo ABCD .....	33
Figura 8. Trapecio ABCD .....	34
Figura 9. Construcción auxiliar sobre el trapecio ABCD .....	34
Figura 10. Circulo de centro O y radio r .....	34
Figura 11. Polígono inscrito en una circunferencia .....	35
Figura 12. Polígono circunscrito en una circunferencia .....	35
Figura 13. Pregunta 1 – prueba diagnóstica .....	54
Figura 14. Pregunta 4 – prueba diagnóstica .....	55
Figura 15. Pregunta 5 – prueba diagnóstica .....	55
Figura 16. Pregunta 6 – prueba diagnóstica .....	56
Figura 17. Pregunta 7 – prueba diagnóstica .....	56
Figura 18. Segundo punto – actividad áreas de figuras compuestas grupo TIC .....	61
Figura 19. Construcción esperada segundo punto actividad 1 .....	61
Figura 20. Pregunta 1. Actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC .....	63
Figura 21. Pregunta 2. Actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC .....	63
Figura 22. Pregunta 3 actividad 2 de áreas de figuras compuestas .....	64
Figura 23. Pregunta 4 actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC .....	64
Figura 24. Tangram utilizado con el grupo de control .....	65
Figura 25. Pregunta 4 actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo de control .....	65
Figura 26. Pregunta 1 cuestionario – área de figuras compuestas .....	66
Figura 27. Pregunta 3 cuestionario – área de figuras compuestas .....	67
Figura 28. Pregunta 4 cuestionario – área de figuras compuestas .....	67
Figura 29. Pregunta 6 cuestionario – área de figuras compuestas .....	68
Figura 30. Pregunta 7 cuestionario – área de figuras compuestas .....	68

Figura 31. Pregunta 9 cuestionario – área de figuras compuestas .....	69
Figura 32. Tarea 1 – áreas sombreadas grupo TIC .....	71
Figura 33. Tarea 3 – áreas sombreadas grupo TIC .....	72
Figura 34. Tarea 4 – áreas sombreadas grupo TIC .....	73
Figura 35. Tarea 5 – áreas sombreadas grupo TIC .....	74
Figura 36. Tarea 6 – áreas sombreadas grupo TIC .....	75
Figura 37. Ejercicio 1 – áreas sombreadas grupo de control .....	75
Figura 38. Ejercicio 2 – área sombreadas grupo de control .....	76
Figura 39. Ejercicio 3 – áreas sombreadas grupo de control .....	76
Figura 40. Ejercicio 4 – áreas sombreadas grupo de control .....	76
Figura 41. Pregunta 1 – cuestionario áreas sombreadas.....	77
Figura 42. Pregunta 2 – cuestionario áreas sombreadas.....	77
Figura 43. Pregunta 3 – cuestionario áreas sombreadas.....	78

### **Lista de tablas**

Tabla 1. Resumen de actividades grupo TIC .....	58
Tabla 2. Resumen de actividades grupo de control.....	60
Tabla 3. Conteo y porcentaje pregunta 1 – prueba diagnóstica .....	80
Tabla 4. Conteo y porcentaje pregunta 2 – prueba diagnóstica .....	82
Tabla 5. Conteo y porcentaje pregunta 3 – prueba diagnóstica .....	84
Tabla 6. Conteo y porcentaje pregunta 4 – prueba diagnóstica .....	85
Tabla 7. Conteo y porcentaje pregunta 5 – prueba diagnóstica .....	87
Tabla 8. Conteo y porcentaje pregunta 6 – prueba diagnóstica .....	89
Tabla 9. Conteo y porcentaje pregunta 7 – prueba diagnóstica .....	91
Tabla 10. Conteo y porcentaje pregunta 8 – prueba diagnóstica .....	92
Tabla 11. Conteo y porcentaje pregunta 9 – prueba diagnóstica .....	93
Tabla 12. Conteo y porcentaje pregunta 1 – examen área de figuras compuestas .....	94
Tabla 13. Conteo y porcentaje pregunta 2 – examen área de figuras compuestas .....	96
Tabla 14. Conteo y porcentaje pregunta 3 – examen área de figuras compuestas .....	97
Tabla 15. Conteo y porcentaje pregunta 4 – examen área de figuras compuestas .....	99

Tabla 16. Conteo y porcentaje pregunta 5 – examen área de figuras compuestas .....	101
Tabla 17. Conteo y porcentaje pregunta 6 – examen área de figuras compuestas .....	103
Tabla 18. Conteo y porcentaje pregunta 7 – examen área de figuras compuestas .....	106
Tabla 19. Conteo y porcentaje pregunta 8 – examen área de figuras compuestas .....	109
Tabla 20. Conteo y porcentaje pregunta 9 – examen área de figuras compuestas .....	111
Tabla 21. Conteo y porcentaje pregunta 1 – examen áreas sombreadas .....	114
Tabla 22. Conteo y porcentaje pregunta 2 – examen áreas sombreadas .....	116
Tabla 23. Conteo y porcentaje pregunta 3 – examen áreas sombreadas .....	117
Tabla 24. Conteo y porcentaje pregunta 4 – examen áreas sombreadas .....	120

### **Lista de gráficos de barras**

Gráfica 1. Gráfico de barras pregunta 1 – Prueba diagnóstica.....	80
Gráfica 2. Gráfico de barras pregunta 2 – Prueba diagnóstica.....	83
Gráfica 3. Gráfico de barras pregunta 3 – Prueba diagnóstica.....	84
Gráfica 4. Gráfico de barras pregunta 4 – Prueba diagnóstica.....	86
Gráfica 5. Gráfico de barras pregunta 5 – Prueba diagnóstica.....	88
Gráfica 6. Gráfico de barras pregunta 6 – Prueba diagnóstica.....	89
Gráfica 7. Gráfico de barras pregunta 7 – Prueba diagnóstica.....	91
Gráfica 8. Gráfico de barras pregunta 8 – Prueba diagnóstica.....	93
Gráfica 9. Gráfico de barras pregunta 9 – Prueba diagnóstica.....	94
Gráfica 10. Gráfico de barras pregunta 1 – examen área de figuras compuestas .....	95
Gráfica 11. Gráfico de barras pregunta 2 – examen área de figuras compuestas .....	96
Gráfica 12. Gráfico de barras pregunta 3 – examen área de figuras compuestas .....	98
Gráfica 13. Gráfico de barras pregunta 4 – examen área de figuras compuestas .....	99
Gráfica 14. Gráfico de barras pregunta 5 – examen área de figuras compuestas .....	101
Gráfica 15. Gráfico de barras pregunta 6 – examen área de figuras compuestas .....	104
Gráfica 16. Gráfico de barras pregunta 7 – examen área de figuras compuestas .....	106
Gráfica 17. Gráfico de barras pregunta 8 – examen área de figuras compuestas .....	109
Gráfica 18. Gráfico de barras pregunta 9 – examen área de figuras compuestas .....	112

Gráfica 19. Gráfico de barras pregunta 1 – examen áreas sombreadas.....	114
Gráfica 20. Gráfico de barras pregunta 2 – examen áreas sombreadas.....	116
Gráfica 21. Gráfico de barras pregunta 3 – examen áreas sombreadas.....	118
Gráfica 22. Gráfico de barras pregunta 4 – examen áreas sombreadas.....	120

### **Lista de evidencias fotográficas**

Fotografía 1. Evidencia 1 respuesta 1 – prueba diagnóstica .....	81
Fotografía 2. Evidencia 2 respuesta 1 – prueba diagnóstica. ....	81
Fotografía 3. Evidencia 3 respuesta 1 – prueba diagnóstica .....	82
Fotografía 4. Evidencia 1 respuesta 3 – prueba diagnóstica .....	84
Fotografía 5. Evidencia 2 respuesta 3 – prueba diagnóstica .....	85
Fotografía 6. Evidencia 1 respuesta 4 – prueba diagnóstica .....	86
Fotografía 7. Evidencia 2 respuesta 4 – prueba diagnóstica .....	87
Fotografía 8. Evidencia 1 respuesta 6 – prueba diagnóstica .....	89
Fotografía 9. Evidencia 2 respuesta 6 – prueba diagnóstica .....	90
Fotografía 10. Evidencia 1 respuesta 7 – prueba diagnóstica .....	91
Fotografía 11. Evidencia 2 respuesta 7 – prueba diagnóstica .....	92
Fotografía 12. Evidencia 1 respuesta 4 – examen áreas de figuras compuestas .....	100
Fotografía 13. Evidencia 2 respuesta 4 – examen áreas de figuras compuestas .....	100
Fotografía 14. Evidencia 3 respuesta 4 – Examen áreas de figuras compuestas.....	100
Fotografía 15. Evidencia 1 respuesta 5 – examen área de figuras compuestas.....	102
Fotografía 16. Evidencia 2 respuesta 5 – examen áreas de figuras compuestas .....	102
Fotografía 17. Evidencia 3 respuesta 5 – examen áreas de figuras compuestas. ....	103
Fotografía 18. Evidencia 1 respuesta 6 – examen áreas de figuras sombreadas.....	104
Fotografía 19. Evidencia 2 respuesta 6 – examen áreas de figuras compuestas .....	105
Fotografía 20. Evidencia 1 respuesta 7 – examen áreas de figuras compuestas .....	106
Fotografía 21. Evidencia 2 respuesta 7 – examen áreas de figuras compuestas .....	107
Fotografía 22. Evidencia 3 respuesta 7 – examen de áreas de figuras compuestas .....	107
Fotografía 23. Evidencia 1 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas .....	109
Fotografía 24. Evidencia 2 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas .....	110

Fotografía 25. Evidencia 3 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas .....	110
Fotografía 26. Evidencia 1 respuesta 9 –examen áreas de figuras compuestas .....	112
Fotografía 27. Evidencia 2 respuesta 9 – examen áreas de figuras compuestas .....	112
Fotografía 28. Evidencia 2 respuesta 9 – examen áreas de figuras compuestas .....	113
Fotografía 29. Evidencia 1 respuesta 1 – examen áreas sombreadas .....	115
Fotografía 30. Evidencia 2 respuesta 1 – examen áreas sombreadas .....	115
Fotografía 31. Evidencia respuesta 2 – examen áreas de figuras sombreadas .....	117
Fotografía 32. Evidencia 1 respuesta 3 – examen áreas sombreadas .....	118
Fotografía 33. Evidencia 2 respuesta 3 – examen áreas sombreadas .....	119
Fotografía 34. Evidencia 1 respuesta 4 – examen áreas sombreadas .....	120
Fotografía 35. Evidencia 2 respuesta 4 – examen áreas sombreadas .....	121

## 1 Introducción

Uno de los desafíos en el proceso de enseñanza aprendizaje en educación básica y media es la asimilación e interpretación de manera significativa de los diferentes conceptos que se abordan en geometría; principalmente el concepto de área y el perímetro de figuras geométricas, además de las dificultades evidenciadas en la competencia argumentativa de los diferentes procedimientos que realizan los estudiantes para resolver una situación problema de su cotidianidad.

En el presente trabajo en el desarrollo de la práctica educativa, la investigación se centra en estudiar la manera en la cual los estudiantes argumentan y comunican sus procedimientos frente a la solución de ejercicios o situaciones problema relacionados con el cálculo del área y perímetro de figuras compuestas y sombreadas, puesto que en el campo de la educación, la argumentación es un proceso que se debe crear y fortalecer en los estudiantes, pues en primer lugar así lo establecen los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN) y en segundo lugar “permite evidenciar la expresión del punto de vista de un individuo, el que apoyará su postura con el uso de argumentos (a favor o en contra) utilizando distintos razonamientos”

La práctica educativa titulada “Enseñanza del cálculo de áreas de regiones compuestas y sombreadas, abordado desde la metodología convencional y la inclusión del software GeoGebra como herramienta mediadora en el aprendizaje y fortalecimiento de la capacidad argumentativa”, se lleva a cabo en el Colegio Nuestra Señora de Fátima, ubicado en la comuna ocho de la ciudad de Popayán en el departamento del Cauca, de carácter público con régimen especial, que brinda el servicio educativo a educación preescolar, primaria y educación básica y media académica. Dicha práctica se realizó con estudiantes de grado séptimo, en especial con dos cursos, denominados por el docente a cargo como grupo de control y grupo TIC, con el propósito de realizar un experimento comparativo, con relación a dos escenarios de enseñanza, en los cuales se aplicaron metodologías diferentes. En el grupo de control se aplicaron metodologías tradicionales y en el grupo TIC, metodologías innovadoras, a través de la incorporación de recursos digitales, como el uso del software matemático GeoGebra.

Con base a lo anterior se planteó la siguiente pregunta de investigación, ¿Cómo puede contribuir una herramienta como GeoGebra, al fortalecimiento de la capacidad argumentativa de los

estudiantes al momento de resolver ejercicios y problemas de áreas de figuras compuestas y sombreadas?

El proceso de sistematización de la práctica educativa se desarrolla en cinco capítulos, estructurados de la siguiente manera, en el capítulo I se presentan los antecedentes de la investigación, los fundamentos teóricos que sustentan la presente investigación, tales como modelo pedagógico, estándares básicos de aprendizaje en matemáticas, ambientes de aprendizaje, rol del docente y del estudiante e incorporación de herramientas TIC. Finalmente, se desarrolló el marco conceptual correspondiente a los contenidos disciplinares de la unidad académica tales como, definiciones, teoremas y demostraciones matemáticas.

El capítulo II contiene el problema de investigación, la descripción de la realidad problemática, la delimitación de la investigación, descripción de la población y muestra, el planteamiento del problema, los objetivos de la investigación e hipótesis de la investigación y el capítulo III, la metodología sustentada en la Investigación Basada en el Diseño (IBD), las fases de investigación y el diseño de intervención: hoja de trabajo.

El capítulo IV contiene el análisis y experimento comparativo de los resultados de los estudiantes del grupo de Control y el grupo TIC, obtenidos de los registros del desarrollo de la hoja de trabajo propuesta. Finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones generales del trabajo de investigación, con relación a la aplicación de dos estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza aprendizaje, aplicadas a los dos grupos de trabajo.

## 2 Capítulo I: fundamentos teóricos

### 2.1 Antecedentes de la investigación

En esta sección, se exponen investigaciones que guardan una estrecha relación con el trabajo actual, ya sea desde una perspectiva geométrica centrada en el cálculo de áreas, debido a la similitud de los objetivos que se han planteado para lograr, o desde una perspectiva metodológica, en la cual se empleó el software graficador GeoGebra como una herramienta mediadora esencial para llevar a cabo los diversos procesos de enseñanza-aprendizaje. En la presentación de estas investigaciones, se proporciona una concisa descripción de los aspectos destacados de cada una de ellas.

El trabajo de grado titulado “GeoGebra en la argumentación de situaciones de proporcionalidad directa en contexto” (Rodríguez, 2019), realizado por Olivia Alexandra Pérez Rodríguez en el año 2019 para la Universidad Autónoma de Manizales, se realizó con el propósito de comprender los niveles de argumentación alrededor del tema de proporcionalidad directa, de un grupo de estudiantes de séptimo grado de una Institución Educativa de bachillerato.

Dentro de la metodología de trabajo, se construyó una unidad didáctica con cuestionarios, talleres y actividades para solucionar situaciones en contexto con ayuda del software GeoGebra y sin él, todo esto alrededor del tema de proporcionalidad directa. De los resultados más significativos que se mencionan en este trabajo investigativo se destaca que, los estudiantes al inicio de la investigación mostraron una capacidad argumentativa óptima para sus edades desde el inicio del proceso, esto con cuestionarios de nivel básico, sin embargo, al aumentar el nivel del cuestionario, se presentaron dificultades y errores argumentativos que fueron superados poco a poco en el proceso. Es de mencionar que se destaca la herramienta GeoGebra como una manera eficaz de mejorar la capacidad argumentativa de los estudiantes.

Otro trabajo de investigación para mencionar es el titulado “Diferencias entre el aprendizaje de la geometría con y sin la utilización de las TIC”, elaborado por ocho estudiantes de la Universidad de Antioquía en el año 2010 (Alzate, Castañeda, Gonzales, & otros, 2010). Este trabajo se realizó con

el propósito de verificar la eficacia del software GeoGebra y RyC<sup>1</sup>, en la enseñanza de la geometría en los grados sextos, séptimos, octavos y novenos, de una Institución oficial de bachillerato adscrita a la secretaría de Educación de la ciudad de Medellín. En esta investigación, se trabajó con dos grupos de estudiantes, uno de los cuales desarrolló las actividades con ayuda de las TIC y el otro recibió la orientación de los temas, mediante una clase convencional, es decir sin intervención de las TIC.

Según lo expuesto en el trabajo, la investigación realizada es de carácter cuasi experimental ya que los grupos de estudiantes ya estaban previamente conformados y no se realizaron cambios a los mismos; del mismo modo, se afirma que este trabajo también tiene características de una investigación de tipo cualitativa ya que tratan de indagar la manera en la cual aprenden los estudiantes los temas relacionados con el componente geométrico, además de que la información obtenida se va recogiendo en el proceso de ejecución de la práctica y no al final.

Dentro de los resultados más significativos que se obtuvieron en esta investigación se puede mencionar que los estudiantes que trabajaron con mediación de las TIC, lograron alcanzar un mejor nivel académico, pues según los autores la geometría interactiva les permitió potenciar la capacidad de comprender de manera general los conceptos, a diferencia de aquellos que desarrollaron la temática mediante clases convencionales a quienes al parecer les cuesta más la comprensión de conceptos. Según lo descrito en el trabajo, una posible razón para esto, son las posibilidades que ofrecen los softwares de GeoGebra y RyC utilizados en la investigación en su papel de mediadores en las diferentes actividades de aprendizaje desarrolladas.

Otro trabajo de investigación a mencionar es el titulado “Implementación de GeoGebra como herramienta didáctica para fortalecer las competencias matemáticas en la resolución de problemas de perímetro y área de figuras planas en estudiantes de grado séptimo” (Díaz, 2020), el cual fue elaborado por Jhon Jairo Montalvo Díaz en el año 2020 para la Universidad de Santander. Este trabajo fue realizado con treinta estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa de bachillerato, Nuestra Señora del Carmen.

---

<sup>1</sup> R Y C: (regla y compás), Software creado por el matemático René Grothmann. Fue creado con el fin de “convertir la geometría en algo dinámico...” (Alzate, Castañeda, Gonzales, & otros, 2010).

Esta investigación es de carácter cuantitativa ya que “se busca mejorar los resultados obtenidos en las competencias matemáticas del componente geométrico de las pruebas internas y externas en las que se evalúan a los estudiantes...” (Díaz, 2020). Con respecto a la metodología implementada en la investigación, el autor inicia con la aplicación de una prueba diagnóstica y una encuesta, de las cuales obtiene información que le ayudan a orientar la secuencia didáctica implementada posteriormente. Una vez realizadas las actividades propuestas, se realiza una prueba final, con el fin de comparar los resultados iniciales con los finales y sacar las conclusiones correspondientes.

Según lo expuesto en esta investigación, se logró evidenciar mejores resultados académicos en la prueba de salida, lo que permite “corroborar el impacto favorable de la estrategia pedagógica”. Del mismo modo, se menciona el aumento en el interés y motivación mostrado por los estudiantes al momento de realizar las diferentes actividades propuestas, “creándose ambientes más agradables de aprendizaje eficaces y motivantes, propiciándose el aprendizaje autónomo”.

Se menciona el trabajo titulado “estrategia mediada por el software GeoGebra para el mejoramiento de la capacidad de identificación y comprensión de los conceptos de área y perímetro de polígonos en estudiantes de grado 7” (Ponce, 2020), el cual fue realizado por Ellen Karina Ávila Ponce en el año 2020 para la Universidad Icesi. El trabajo fue realizado con estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Panebianco Americano, ubicado en la vereda Caucaseco del Municipio de Candelaria Valle.

Según lo expuesto en este trabajo de investigación, se plantea como meta principal “el mejoramiento de la identificación y comprensión de los conceptos de área y perímetro de polígonos en estudiantes de grado 7” (Ponce, 2020). Para esto, la autora inicia con una fase de diagnóstico, seguida de la implementación de las actividades mediadas por el software GeoGebra y finaliza con una fase de validación de la estrategia implementada, para ello realiza un cuestionario final, a fin de identificar el posible mejoramiento en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Dentro de los resultados más significativos encontrados en esta investigación, la autora resalta que inicialmente se encontraron dificultades ligadas al dominio conceptual de lo correspondiente al área y perímetro de figuras planas. Luego de desarrollar las actividades propuestas con mediación

del software GeoGebra, la autora afirma que “la estrategia didáctica diseñada mejoró todos los puntos críticos identificados en la fase de diagnóstico, demostrando que la intervención con el software GeoGebra mejoró la identificación y comprensión de los conceptos de área y perímetro de polígonos” (Ponce, 2020).

Por otro lado, los procesos de enseñanza – aprendizaje de la geometría han dado lugar a la elaboración de varios trabajos de investigación y escritura artículos, en los que se menciona la importancia del estudio del componente geométrico, algunas dificultades que presentan los estudiantes al momento de abordar los diferentes temas y las posibles repercusiones que están tienen a nivel académico. Del mismo modo, se han escrito artículos en los que no solo se tiene en cuenta la postura del docente si no también la de los estudiantes, frente a la manera en la cual se enseña geometría en los niveles de educación básica y media académica. Esto permite ver que la geometría ha sido y será quizá un foco importante de investigación en el contexto educativo. A continuación, se mencionan algunos de ellos.

El componente geométrico, se encuentra presente en cada uno de los niveles académicos desde preescolar hasta undécimo, según lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), por lo que es común encontrar preguntas de geometría en las pruebas presentadas por los estudiantes tanto a nivel interno como externo, siendo ejemplo claro de estas últimas las pruebas ICFES o competencias externas como son las Olimpiadas Matemáticas organizadas por diferentes Instituciones. En este sentido, en el trabajo de grado titulado “dificultades en las nociones de área y perímetro en la resolución de problemas de olimpiadas matemáticas” (Añasco & Pérez, 2023), el cual fue realizado por Erika Alexandra Añasco y Daniela Bedoya Pérez para la Universidad del Cauca en el año 2023, con estudiantes de grado quinto de distintas Instituciones Educativas de la ciudad de Popayán, se estudiaron las dificultades que presentan los estudiantes al momento de enfrentarse a la solución de problemas relacionados con área y perímetro en competencias matemáticas como las Olimpiadas ofertadas por la Universidad del Cauca.

Partiendo del objetivo de “analizar las dificultades que presentan los estudiantes de quinto de primaria al aplicar los conceptos de área y perímetro en la resolución de problemas de olimpiadas” (Añasco & Pérez, 2023), las autoras utilizaron como instrumentos una prueba diagnóstica y talleres

tipo olimpiadas, los cuales fueron desarrollados de manera virtual y presencial, como principales herramientas para recolectar información necesaria para identificar y analizar tales dificultades.

Una vez aplicados los instrumentos de recolección de información y desarrollado las actividades propuestas, las autoras encontraron dificultades al momento de comprender el problema propuesto y proponer una posible solución. Otro hallazgo importante en este trabajo de investigación fue que los estudiantes necesitaron un lapso de tiempo mucho mayor para analizar los problemas geométricos en relación con los problemas de tipo algebraico.

Por otro lado, también es importante conocer la opinión que tienen los estudiantes frente a la manera en la que se les orienta la geometría en clases. En este sentido, en el artículo titulado “la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la secundaria, la perspectiva de los estudiantes” de Ronny Gamboa Araya y Esteban Ballesterero Alfaro, se aplicó un cuestionario a un grupo de estudiantes a fin de conocer la opinión de estos respecto a la enseñanza de la geometría en el colegio. Según los autores, los resultados encontrados apuntan hacia una enseñanza netamente memorística en donde se deja de lado procesos competencias importantes como lo son la interpretativa y la argumentativa, al respecto los autores mencionan “la geometría se presenta a las y los estudiantes como un conjunto de definiciones, formulas y teoremas totalmente alejados de su realidad” (Araya & Alfaro, 2010).

En este sentido, es claro que las posibles dificultades que se puedan presentar en los procesos de aprendizaje de la geometría en los estudiantes, y que son plasmadas en algunos trabajos de investigación cuyo eje principal es el componente geométrico, no solo son responsabilidad de los procesos de aprendizaje que ocurren en el estudiante, si no también, de la metodología o estrategias usadas por el docente. Y es que si bien, la geometría al igual que las matemáticas poseen un cuerpo teórico y formal que no se puede dejar de lado, la manera en la cual se presenta a los estudiantes puede influir directamente en los procesos de aprendizaje de los mismos, ya que, al no encontrar relación aparente o cercana con su contexto, “la geometría se percibe como poco importante, ya que no es aplicable a la vida cotidiana, cuando la realidad es otra” (Araya & Alfaro, 2010).

Resulta interesante mencionar la relación que existe entre las dificultades en geometría de los estudiantes de secundaria y las dificultades evidenciadas por estos estudiantes en la educación superior. Para esto, es pertinente mencionar el artículo denominado “la falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio, y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad técnica de Manabí” cuyos autores son, Carlos Alberto Aray Andrade, Orlando Francisco Párraga Quijano y Raúl Chun. En este documento, los autores obtienen resultados que les permiten mostrar, que los procesos de enseñanza – aprendizaje de la geometría en el Colegio se ven reflejados en el rendimiento académico de los estudiantes a nivel Universitario, al respecto los autores afirman, “la falta de enseñanza de la geometría en la educación secundaria, ha provocado un vacío en el conocimiento holístico de la matemática” (Andrade, Quijano, & Molina, 2019).

Ahora bien, durante la formación académica de los estudiantes desde la educación primaria hasta la secundaria, los estudiantes deben alcanzar determinados estándares establecidos en matemáticas en cada nivel de educación que les permita avanzar al siguiente hasta culminar el grado undécimo. En este proceso se espera que, el razonamiento lógico, deductivo y abstracto de los estudiantes se desarrolle y fortalezca a medida que avanza. Sin embargo, si existen falencias en dicho proceso, es probable que se evidencien dificultades en los estudiantes para interpretar, argumentar y proponer soluciones a un ejercicio o problema. Al respecto los autores afirman, “la destreza para la resolución de problemas geométricos desarrolla un coherente razonamiento deductivo y al existir esta carencia en el nivel medio este tipo de habilidades y destrezas no se potencian en el ámbito educativo superior” (Andrade, Quijano, & Molina, 2019) .

## **2.2 Marco teórico**

### **Una revisión a lo curricular**

El desarrollo de competencias en el área de matemáticas, entendido como, el conjunto de habilidades y capacidades que adquiere el estudiante a lo largo de su proceso de aprendizaje, para aplicar sus conocimientos conceptuales, en el desarrollo de situaciones problemas de su contexto, se logra a partir de la transformación de las prácticas educativas, a través de la búsqueda por parte de los docentes de estrategias metodológicas, que despierten el interés del estudiante por su proceso

de aprendizaje, lo cual está en relación con lo que expuesto en el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en donde se afirma que, “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006, p. 49).

Respecto al problema que se aborda en el presente trabajo, relacionado con la falta de apropiación por parte de los estudiantes de los conceptos geométricos, como, por ejemplo, el área de figuras compuestas y sombreadas, lo cual genera un obstáculo en la aplicabilidad de dichos conceptos en la resolución de situaciones problemas, se infiere que está asociado a errores en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por parte de los docentes y los textos guías que utilizan para tal fin, en donde aborda dichos conceptos de dos formas diferentes:

Mediante el enunciado de la definición, ejercicios de memorización y reconocimientos de algunas figuras concretas, o bien presentando primeramente ejemplos de figuras, describiendo sus características para pasar a definir las, realizar ejercicios memorísticos de la definición, así como actividades de reconocimiento de otras figuras. (López & Esteves, 2008, pág. 64)

Lo anterior sumando importancia a las definiciones de los conceptos, más que a la parte práctica y aplicabilidad de los mismos en situaciones problemas, lo que conlleva a formar estudiantes, como lo afirman los autores (López & Esteves, 2008), “que conocen los conceptos geométricos de forma teórica pero poco práctica, incapaces de afrontar los problemas geométricos que se le plantean o se les plantearan en su vida cotidiana”

Con base a lo anterior se pretende implementar en las prácticas educativas, ambientes de aprendizajes diferentes a los tradicionales, en donde los estudiantes logren aprendizajes significativos. Coincidiendo con los fines de la formulación de los lineamientos y estándares, en otras palabras, en donde se pretende dar relevancia a un proceso de enseñanza, en donde se incorporen nuevas metodologías y técnicas que le permitan al estudiante comprender y utilizar los conocimientos nuevos, en contextos en donde se desenvuelven cotidianamente, dentro o fuera de la escuela, más allá de memorizar un sin número de contenidos disciplinarios (MEN, 2006).

En el proceso de aprendizaje, específicamente en el área de matemáticas, es necesario que el estudiante retome sus conocimientos previos, para asimilar los nuevos conocimientos, creando una red de saberes que se cohesionan entre sí, permitiéndole al estudiante darle significado a los mismos y apropiarse de manera significativa de su aprendizaje, en concordancia con Ausubel (1983), quien plantea que “el aprendizaje significativo del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización”

En las prácticas educativas como docentes, más allá de impartir conocimientos y abordar contenidos curriculares, desde nuestro quehacer el propósito debe estar encaminado a formar estudiantes matemáticamente competentes, es decir que sean capaces, según el MEN (2006, p. 51) de “Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas”. Es decir que el estudiante debe estar en la capacidad de saber, cómo y cuándo aplicar su conocimiento conceptual y procedimental, descrito en el MEN como:

El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente. (MEN, 2006, p. 50)

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de un contenido disciplinar, según los lineamientos curriculares de Matemáticas, se tienen en cuenta cinco procesos: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Sin embargo, en el planteamiento del problema, en el presente trabajo de grado, nos enfocaremos de manera particular en el análisis y reflexión de uno, de los cinco procesos mencionados:

La formulación, tratamiento y resolución de problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. (MEN, 2006, p. 52)

Lo anterior sin mencionar, que los cuatro procesos restantes se abordaran en el desarrollo de la práctica educativa, ya que son indispensables, pero en este caso no están planteados como objeto de análisis en el presente trabajo.

En el desarrollo de la investigación con relación al contenido disciplinar a abordar, se seleccionó, el cálculo de áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos, el cual corresponde al pensamiento métrico y de sistemas de medidas, inscrito en los estándares básicos de competencias matemáticas. Lo anterior en concordancia con las diferentes actividades planificadas a desarrollar con los estudiantes de grado séptimo, las cuales están orientadas a fortalecer la competencia argumentativa en la resolución de una situación problema, que involucren la aplicabilidad del concepto de áreas de figuras compuestas y sombreadas, de tal manera que el estudiante esté en la capacidad de realizar conjeturas y proponer posibles soluciones a la situación problema dada.

### **Análisis de las situaciones problema**

La enseñanza de las matemáticas, llevada a cabo por docentes especializados en dicha área, es un proceso riguroso, en el sentido de que, antes de iniciar con el mismo, ya se tienen indicios de cómo los estudiantes conciben el proceso de aprendizaje de las mismas, debido a la influencia cultural, en donde se conciben las matemáticas como un área difícil de entender, para un número significativo de estudiantes, en concordancia con lo expuesto por el autor Solano en quien se apoya (Muñoz J. I., 2014), para afirmar que las matemáticas “se concibe como una disciplina cerrada y poco flexible, y que solo da lugar para cálculos rápidos y precisos en donde solo los más inteligentes pueden entenderlas”

En contraposición a dicha concepción el National Council of Teachers of Matemáticas /Asociación Norteamericana de Profesores de Matemáticas (NCTM) hace énfasis en desarrollar un ambiente matemático en el aula con las siguientes características:

- Hacia la aceptación de un salón de clases como una comunidad matemática.
- Hacia el uso de la lógica y la evidencia matemática como un medio de verificación, contrapuesto a ver al maestro como la única autoridad para dar las respuestas correctas.
- Hacia el desarrollo del razonamiento matemático; es decir, no ubicar las matemáticas como un conjunto de fórmulas o reglas para memorizar.
- Hacia la resolución de problemas y no sólo dar énfasis a las actividades de encontrar respuestas mecánicamente.
- Hacia la conexión y aplicación de las matemáticas, es decir, no conseguir las como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el aula de clases, se requiere por parte de los docentes, proponer situaciones problemas, cuya solución no sea de manera inmediata para el estudiante, en correspondencia con el autor (Muñoz J. I., 2014) quien considera que “se planteen problemas no rutinarios con el objetivo de que se desarrollen otras formas de pensar matemáticamente como lo son plantear conjeturas, obtener datos importantes del problema, realiza casos particulares o justificar la solución”

Las características del planteamiento de un problema según el autor (Muñoz J. I., 2014), quien se apoya en Santos, son:

1. La existencia de un interés.
2. La no existencia de una solución inmediata.
3. La presencia de diversos caminos o métodos de solución.
4. La atención por parte de una persona para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esta tarea; es decir, un problema está hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

Una de las estrategias que utilizan los docentes de matemáticas al abordar un contenido matemático se limita, principalmente a que los estudiantes desarrollen procesos cuantitativos, como, por

ejemplo, la resolución de operaciones matemáticas y ejercicios rutinarios extraídos de un texto guía. Dichas estrategias en los estudiantes:

Matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (Polya, 1981, pág. 7)

Según el autor Polya (1981) para abordar una situación problemas se deben tener en cuenta las siguientes cuatro fases:

1. Comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide.
2. Tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan.
3. Poner en ejecución el plan.
4. Volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

**Comprender el problema:** Mediante preguntas como: “¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?” el estudiante debe contextualizar el problema. Generalmente esta etapa es de las más complicadas por superar, puesto que muchas veces un joven inexperto busca expresar procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.

1. **Concebir un plan:** En esta fase, Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento, se está en los preámbulos de emplear alguna metodología. Esta es la forma en que se construye el conocimiento según Polya: sobre lo que alguien más ha realizado.
2. **Ejecución del plan:** Toda vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados. Desde luego que el tiempo para resolver un problema es relativo, en muchas ocasiones, es necesario un ir y venir entre la concepción y la ejecución del plan para obtener resultados favorables.

- 3. Examinar la solución obtenida:** Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: “¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?”

### **Inclusión de las herramientas TIC:**

Como estrategia para fortalecer la comprensión y apropiación de manera significativa del concepto de área de figuras compuestas y sombreadas se implementó como recurso didáctico el uso de herramientas TIC, como GeoGebra, que es un software matemático gratuito, el cual se puede incorporar en los diferentes niveles de educación y permite al estudiante interactuar de manera más directa con objetos matemáticos abstractos, desde sus diferentes representaciones, como la vista gráfica y algebraica. Por otra parte, también facilita la construcción de figuras optimizando tiempo y posibles márgenes de error. Del mismo modo, conduce a que el estudiante desempeñe un rol activo en su proceso de aprendizaje, a través de su exploración, siendo un proceso dinámico, que va más allá del uso de papel y lápiz.

La incorporación de herramientas TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, “favorecen una penetración más profunda en el contenido que se estudia mediante una actividad matemática más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero, además, contribuyen a activar y motivar a los alumnos hacia el estudio” (Alvarez, 2014)

Actualmente, los avances de la tecnología han tenido gran impacto en la sociedad, en particular en el campo de la educación, considerada como:

Una disciplina encargada del estudio de los medios, materiales, portales web y plataformas tecnológicas al servicio de los procesos de aprendizaje; en cuyo campo se encuentran los recursos aplicados con fines formativos e instruccionales, diseñados originalmente como respuesta a las necesidades e inquietudes de los usuarios. (Cañizález & Beltrán, 2017, pág. 33)

Los continuos avances de la tecnología, según Tellería, en quien se apoyan (Cañizález & Beltrán, 2017), “dan origen a diferentes procesos de comunicación que estimulan interacciones diversas

que impulsan al sistema educativo a ofrecer nuevas alternativas para la formación, redimensionan los procesos de comunicación, de enseñanza, del aprendizaje y de la investigación”

Lo que conlleva a que los docentes deben estar a la expectativa de los posibles cambios que impliquen dichos avances de la tecnología en los procesos educativos, y buscar estrategias metodológicas que estén en concordancia las características de los estudiantes, quienes son considerados actualmente como nativos digitales, a quienes define el investigador estadounidense Marc Prensky, en quien se apoya el autor (Domínguez, 2011) “como aquellas personas que han crecido con la red, es decir, nacieron en un mundo ya digital donde las nuevas tecnologías se desarrollaban rápidamente, y los distinguía de los inmigrantes digitales llegados más tarde a las TICs”

Algunos docentes considerados como inmigrantes digitales, no debemos ser ajenos a la realidad emergida de la evolución de la tecnología, razón suficiente para enriquecer nuestros entornos de aprendizaje, a través de la reflexión de nuestras prácticas educativas, con el fin de transformarlas, de acuerdo a las necesidades de la educación y las características de nuestros estudiantes, lo anterior encaminado hacia la mejora de los procesos de aprendizaje, puesto que, “las TIC están transformando los escenarios educativos tradicionales, al tiempo que están haciendo aparecer otros nuevos” (Coll, 2004).

La geometría activa según el MEN, se trata de una apuesta que conduce hacia el aprendizaje significativo, direccionado a que el estudiante pueda establecer diferentes acciones, como lo son: manipular, modelar, explorar y representar un objeto geométrico. De este modo, “el trabajo con la geometría activa puede complementarse con distintos programas de computación que permiten representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional” (Rodríguez, 2013).

### **Enseñanza de la geometría:**

En el proceso de enseñanza de la geometría, se evidencia vacíos conceptuales y limitaciones, en cuanto a la comprensión de los objetos geométricos que se abordan, lo que se debe según las autoras (Peña & Escudero, 2008), “al tipo de enseñanza que han tenido. Asimismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende, en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es

Geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña”

Lo anterior, conduce a que los docentes replanteen sus prácticas educativas, a través de la innovación y transformación de las mismas, con el propósito de que los estudiantes desarrollen habilidades de razonamiento geométrico y se apropien de manera significativa de los conocimientos abordados, ya que los docentes:

Identifican a la Geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola sólo a las cuestiones métricas; para otros docentes, la principal preocupación es dar a conocer a los alumnos las figuras o relaciones geométricas con dibujos, su nombre y su definición, reduciendo las clases a una especie de glosario geométrico ilustrado. (Peña & Escudero, 2008)

Para transformar la enseñanza de la geometría, los docentes deben replantear la forma en cómo conciben la geométrica y las actividades vinculadas al desarrollo de los contenidos geométricos a abordar. Del mismo modo, cuestionarse respecto a la importancia de su enseñanza y su aplicabilidad en la cotidianidad, la cual según (Peña & Escudero, 2008) “la encontramos en nuestro entorno inmediato, basta con mirarlo y descubrir que en él se encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos: la Geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la Geometría es la Matemática del espacio”

Se trae a colación el siguiente ejemplo:

Una habitación: es muy probable que tenga forma de prisma rectangular con sus caras, aristas y vértices; las paredes y los techos generalmente son rectangulares; las paredes son perpendiculares al techo y éste es paralelo al piso; si hay alguna ventana lo más seguro es que tenga forma de una figura geométrica con lados que son segmentos de recta; al abrir y cerrar la puerta se forman diferentes ángulos; si el piso está cubierto de mosaicos, éstos tienen forma de una o varias figuras geométricas que cubren el plano sin dejar huecos ni empalmarse y en él se pueden observar diversas transformaciones geométricas: rotaciones, traslaciones y simetrías. (Peña & Escudero, 2008)

Para aterrizar en el proceso de la enseñanza de la geometría, se debe reconocer que en dicho proceso se interactúa con objetos abstractos, es decir que no se pueden percibir, a través de los sentidos, como, por ejemplo, las figuras geométricas, como: el triángulo, el cuadrado, el trapecio, entre otras, lo que conlleva a que los estudiantes presenten dificultad en la comprensión conceptual de los mismos y la competencia argumentativa en la resolución de situaciones problema que involucran su aplicabilidad. Además de que algunos docentes en la educación básica y primaria aún siguen conservando el modelo pedagógico tradicional, en el cual el estudiante cumple un rol pasivo y el docente cumple un rol protagónico, lo cual genera:

Obstáculos cognitivos que impiden encontrar las líneas de conexión entre lo concreto y lo abstracto, conduciendo el pensamiento por la línea operativa. El estudiante sólo cultiva la capacidad de manipular representaciones visuales, dejando por fuera la visualización abstracta, la argumentación y la justificación formal, propias de la geometría como rama de las matemáticas. (Recalde & Murillo, 2016)

### **Ambientes de aprendizaje:**

Atendiendo al problema que en este trabajo se aborda y el objetivo a cumplir, se tiene en consideración la exploración de diferentes ambientes aprendizaje, definidos como “el escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje, un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores” (Duarte, 2003). En este sentido, los ambientes de aprendizaje cumplen con una caracterización flexible, es decir que pueden ser adaptados a las necesidades de la población estudiantil y al cumplimiento del objetivo de aprendizaje a alcanzar, es decir que no son estáticos.

Según la autora (Duarte, 2003) un individuo “aprende a través de un proceso activo, cooperativo, progresivo y autodirigido, que apunta a encontrar significados y construir conocimientos que surgen, en la medida de lo posible, de las experiencias de los alumnos en auténticas y reales situaciones”

Entre las necesidades identificadas en los estudiantes para estructurar un ambiente de aprendizaje dinámico en la práctica educativa, se tuvo en cuenta la planeación de actividades o tareas de investigación, entendidas como “aquéllas en las que el alumno indaga acerca de las características,

propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados. Probablemente es en este tipo de tareas donde se aprecia de mejor manera el enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la Geometría” (Peña & Escudero, 2008, pág. 38).

### **Constructivismo:**

La transformación de las prácticas educativas en miras de diseñar ambientes de aprendizajes diferentes a los tradicionales, desde una postura constructivista implica realizar por parte de los docentes un proceso reflexivo de las prácticas educativas, para identificar posibles obstáculos y dificultades presentadas por parte de los estudiantes en su proceso de aprendizaje, y al mismo tiempo, identificar qué estrategias de enseñanza se pueden implementar para minimizar las dificultades en el proceso de asimilación de manera significativa de los contenidos disciplinare. Lo anterior puesto que:

Una postura constructivista no sólo permite advertir las dificultades que suelen tener los alumnos para aprender, sino también aporta una guía para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje más eficientes, empleando un proceso de enseñanza donde el protagonista central es el alumno, considerando sus intereses, habilidades para aprender y necesidades en el sentido más amplio. (Castillo, 2008)

Desde la postura del constructivismo en el desarrollo de las prácticas, el docente debe planificar actividades o situaciones problema que de manera implícita tengan una intencionalidad basada en la construcción de saberes nuevos de manera significativa, en donde los ambientes de aprendizaje juegan un papel fundamental, ya que deben ser acorde a las necesidades de los estudiantes, además de ser el escenario en donde ocurren las interacciones entre el estudiante, el docente y saberes previos y nuevos. “Indistintamente, sea cual fuere la práctica pedagógica que asuma cada docente, lo relevante del modelo constructivista radica en que el verdadero artífice en la construcción del conocimiento no es el profesor ni la computadora, sino el alumno” (Castillo, 2008).

### **Rol del docente**

La tarea del docente en el constructivismo es diseñar ambientes de aprendizaje, en búsqueda de que el proceso de aprendizaje sea, como lo plantea Marcelo (2001), a quien toma como referencia (Castillo, 2008):

**Activo:** Los alumnos no pueden permanecer pasivos, a la espera de que el conocimiento les venga dado, sino tienen que ser partícipes en la construcción del conocimiento y desarrollar habilidades como la capacidad de búsqueda, análisis y síntesis de la información.

**Autónomo:** Se debería propiciar la capacidad de aprender en forma autónoma. Ello significa que no hay que ofrecerlo todo; es preciso que haya áreas de conocimiento que indaguen los propios alumnos.

**Adaptado:** A las posibilidades y necesidades de formación de diferentes alumnos.

**Colaborativo:** El alumno, además de adquirir conocimientos, tiene que desarrollar habilidades para relacionarse con los demás: saber escuchar, respetar a los demás, saber comunicar las ideas, etc.

**Constructivo:** La nueva información se elabora y construye sobre la anterior, contribuyendo a que el alumno alcance un verdadero aprendizaje.

**Orientado a metas:** Los objetivos de aprendizaje se hacen explícitos y el alumno tiene facilidad para elegir el camino que quiere seguir para alcanzar estas metas.

**Diagnóstico:** Se inicia con un diagnóstico para conocer el punto de partida de los alumnos, de forma que se puedan ir haciendo evaluaciones y comprobar el progreso en su aprendizaje.

**Reflexivo:** Se favorece la reflexión si los alumnos tienen la oportunidad de ir tomando conciencia sobre cómo aprenden, a fin de introducir mejoras en dichos procesos.

**Centrado en problemas y casos:** Estrategias adecuadas para conseguir que el alumno se involucre en el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo cual ofrece nuevas alternativas para transmitir y facilitar el conocimiento, así como mejorar la calidad de la formación.

### **2.3 Marco conceptual**

La geometría es la rama de las matemáticas que “estudia las formas de las figuras y los cuerpos geométricos” (Godino & Ruiz, 2002), por lo que es posible hallar mediante la observación múltiples ejemplos de formas geométricas en la naturaleza, en las construcciones, en las espirales

de las conchas marinas o caracoles, en las celdas de los panales de las abejas, etc. Por lo anterior, es posible decir que la geometría hace parte de la cotidianidad del ser humano, y por lo tanto resulta fundamental, que los estudiantes conozcan un poco más acerca de ella, pues ha contribuido enormemente a solucionar problemas relacionados con las matemáticas, sobre todo, aquellos referentes a superficies, longitud o volumen presentes también en el diario vivir de las personas.

De manera particular, la geometría permite determinar el área de una superficie, lo que ha sido relevante desde la antigüedad, “el problema de la determinación del área de las figuras se remonta a la antigüedad. Surgió en relación con la actividad práctica del hombre” (Pogorélov, 1974). Por lo anterior es posible decir que se reafirma el hecho de que la geometría y en particular el concepto de área ha estado, está y estará presente en el contexto de las personas. De allí la importancia de estudiarla para desarrollar habilidades en la solución de problemas no sólo matemáticos, sino también cotidianos.

Por lo expuesto anteriormente y de manera particular, se considera necesario e importante mencionar algunos conceptos geométricos y matemáticos relacionados con el área de las figuras planas principales alrededor de los cuales se desarrolló la temática de la práctica, por lo que a continuación se relaciona cada uno de ellos.

### **Área de una figura**

El área es “la medida de una superficie” (Restrepo, Sierra, & Villegas, 2015). De manera intuitiva y apoyando la idea en (Tumbajoy, 2020), “a cada figura que se encuentra en un plano (o en la superficie de un cuerpo sólido) le asociamos una magnitud llamada área”.

Por otro lado, para hallar el área de una figura plana, es necesario contar con una unidad de medida, la cual corresponde a un cuadrado, de allí que las unidades del área sean cuadradas.

### **Medición del área de una figura**

“Para hallar el área de una figura plana que denotamos  $A$ , debemos ver cuántas unidades cuadradas o partes de esta “cabén” en la figura”. (Restrepo, Sierra, & Villegas, 2015). En otras palabras, encontrar el área de una figura plana, es conocer el número de unidades cuadradas o de cuadrados que es posible colocar en la superficie de la figura, sin que sobre ni falte ningún espacio de la figura por “rellenar”.

Sin embargo, este proceso en muchas ocasiones no resulta ser sencillo, pues existen figuras como el triángulo o el trapecio en donde no es posible colocar los cuadrados completos si no una parte de ellos. Por esta razón se “miden algunos de los elementos de la figura y se realizan operaciones aritméticas entre los valores obtenidos” (Restrepo, Sierra, & Villegas, 2015) como se verá a continuación:

### Área de un rectángulo

Considere el rectángulo ABCD que se muestra en la figura 1, cuyos lados miden  $b$  y  $h$ .

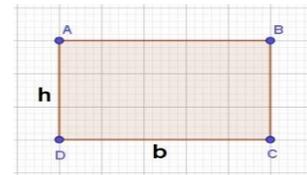


Figura 1. Rectángulo ABCD

Se observa que en el rectángulo es posible encontrar  $b \cdot h$  unidades cuadradas o cuadrados. Así, sabiendo que en un rectángulo “uno cualquiera de los lados es la base y el lado consecutivo es la altura” (Restrepo, Sierra, & Villegas, 2015), se sigue que el área de un rectángulo cualquiera está determinada por,  $A = b \cdot h$ .

Es importante decir que todos los siguientes conceptos matemáticos y la idea de explicación de estos, fueron tomados de (Restrepo, Sierra, & Villegas, 2015).

### Área de un cuadrado

Teniendo en cuenta el área de un rectángulo cualquiera, descrita anteriormente y sabiendo que, en un cuadrado, todos los lados son congruentes, es posible deducir la fórmula del área de un cuadrado de la siguiente manera.

Considere el cuadrado de la figura 2, cuyo lado mide  $l$ .

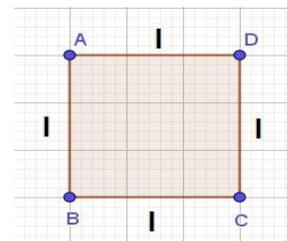


Figura 2. Cuadrado ABCD de lado  $l$

Sabiendo que el área de un rectángulo  $(AR) = b \cdot h$ , se sigue que,  $b = h = l$ , entonces el área de un cuadrado  $(AC) = l \cdot l = l^2$ .

## Área de un paralelogramo

Considere el paralelogramo ABCD de lados  $a$ ,  $b$  y altura  $h$  como se muestra en la figura 3.

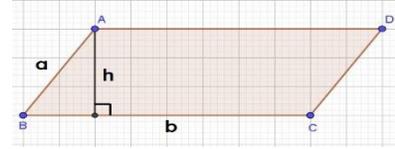


Figura 3. Paralelogramo ABCD de lados  $a$ ,  $b$  y altura  $h$

Para calcular el área del paralelogramo, es necesario realizar algunas construcciones adicionales como se muestra en la figura 4:

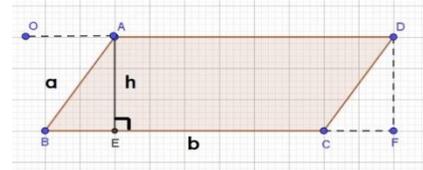


Figura 4. Construcciones adicionales en el paralelogramo ABCD.

Se construye un segmento perpendicular desde el vértice D hasta la prolongación del lado BC y se denomina E al pie la altura del paralelogramo, trazada desde el vértice A hasta el lado BC. Observe que el área del paralelogramo (AP), corresponde la diferencia entre la suma del área del rectángulo AECD (AR) con el triángulo BEA (AT1) y el triángulo CFD (AT2), esto es:

$$AP = (AR + AT1) - AT2. \quad (1)$$

Por otro lado, se tiene que ADEF es un rectángulo, ya que  $\overline{AE} \parallel \overline{DF}$  y ambos segmentos son perpendiculares a  $\overline{BC}$ .

También se puede decir que,  $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ , por ser lados opuestos de un paralelogramo y  $\overline{AE} \cong \overline{DF}$  por ser lados opuestos de un rectángulo. (2)

$$\angle OAB \cong \angle ADC. \quad (\text{ángulos correspondientes entre paralelas}) \quad (3)$$

$$m \angle OAB + m \angle BAE = 90^\circ \quad (4) \quad (\text{con } m = \text{medida del ángulo})$$

$$m \angle ADC + m \angle CDF = 90^\circ \quad (5)$$

$$m \angle OAB + m \angle BAE = m \angle ADC + m \angle CDF \quad (\text{igualando 4 y 5}) \quad (6)$$

$$m \angle BAE = m \angle CDF \quad (\text{de 3 y 6})$$

Así teniendo en cuenta lo anterior y por el criterio LAL, se concluye que el  $\Delta ABE \cong \Delta CDF$ , lo cual implica que sus áreas son iguales, por lo tanto, si se considera el área del  $\Delta CDF$  y del  $\Delta ABE$  como  $n$  y el área del rectángulo AECD como  $m$ , reemplazando en (1), se tiene que:

$$AP = (n + m) - n$$

$$AP = m$$

y como m representa el área de un rectángulo, por el apartado anterior se concluye finalmente que

$$AP = b \cdot h$$

### Área de un triángulo

Considere el  $\Delta ABC$  de lados a, b y c y sea h la altura del triángulo trazada desde el vértice B hasta el  $\overline{AC}$  como se muestra en la figura 5.

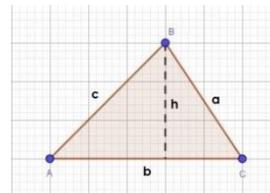


Figura 5. Triángulo ABC

Como en el caso anterior, es necesario realizar una construcción adicional, de la siguiente manera; se traza el segmento  $\overline{BD}$  el cual es paralelo al segmento  $\overline{AC}$  y  $\overline{CD}$  paralelo a  $\overline{AB}$  como se muestra en la figura 6.

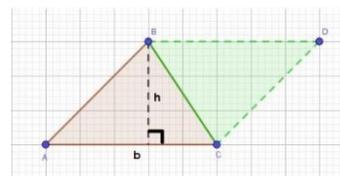


Figura 6. Construcción auxiliar sobre el triángulo ABC

Observe que ABCD es un paralelogramo cuya altura es h y  $\overline{BC}$  es una diagonal que divide el paralelogramo en dos triángulos congruentes (por propiedades de los paralelogramos). Por lo anterior es posible deducir que el área del triángulo  $\Delta ABC$  corresponde a la mitad del área del paralelogramo ABCD, esto es:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2}A_{ABCD}$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2}b \cdot h$$

## Área de un rombo

Considere el rombo ABCD, con diagonales  $\overline{AC}$  y  $\overline{BD}$  y G el punto de intersección de las diagonales como se muestra en la figura 7.

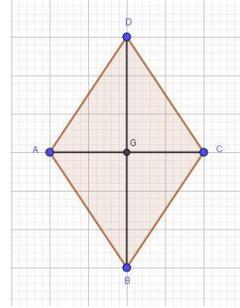


Figura 7. Rombo ABCD.

Suponga además los siguientes datos, donde  $m$  corresponde a la medida de cada segmento así:

$$m\overline{AC} = l$$

$$m\overline{DG} = n$$

$$m\overline{BG} = t$$

$$m\overline{BD} = r$$

Observe además que el área del rombo, corresponde a la suma de las áreas de los triángulos  $\Delta ACD$  y  $\Delta ABC$ , esto es:

$$A_{ABCD} = A_{ACD} + A_{ABC} \quad (1)$$

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}(l \cdot n) + \frac{1}{2}(l \cdot t) \quad (\text{del área de un triángulo y sabiendo que las diagonales de un rombo son perpendiculares}). \quad (2)$$

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}l(n + t) \quad (\text{factorizando en (2)}) \quad (3).$$

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}l \cdot r$$

Por lo tanto, el área de un rombo corresponde a la mitad del producto de sus diagonales.

## Área de un trapecio

Considere el trapecio ABCD con  $a$  la base mayor,  $b$  la base menor y  $h$  la altura como se muestra en la figura 8.

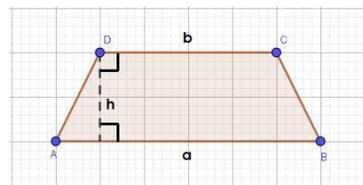
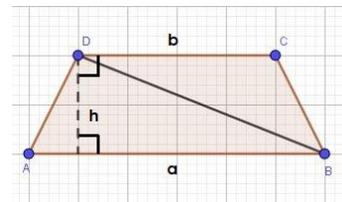


Figura 8. Trapecio ABCD



Al trazar la diagonal  $\overline{BD}$ , se forman dos triángulos  $\Delta ABD$  de base  $a$  y altura  $h$  y  $\Delta DBC$  de base  $b$  y altura  $h$ , como se muestra en la figura 9.

Figura 9. Construcción auxiliar sobre el trapecio ABCD

Observe que el área del trapecio corresponde a la suma de las áreas de los triángulos,  $\Delta ABD$  y  $\Delta DBC$ , esto es:

$$A_{ABCD} = A_{\Delta ABD} + A_{\Delta DBC} \quad (1)$$

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}a \cdot h + \frac{1}{2}b \cdot h \quad (\text{definición del área de un triángulo}) \quad (2)$$

$$A_{ABCD} = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h \quad (\text{factorizando (2)}).$$

### Área de un círculo

Considere el círculo de centro  $O$  y radio  $r$  como se muestra en la figura 10.

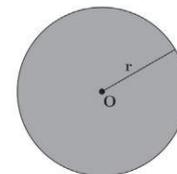


Figura 10. Círculo de centro  $O$  y radio  $r$

Para hallar el área de un círculo, consideramos un polígono regular de  $n$  lados, inscrito en la circunferencia de centro  $O$  y radio  $r$ . La distancia de  $O$  a cada lado del polígono se llama **apotema** del polígono y lo denotamos por  $a$ .

Si trazamos los radios de la circunferencia a cada vértice del polígono inscrito, este queda dividido en  $n$  triángulos, que tienen como base el lado del polígono y como altura  $a$ , como se muestra en la figura 11.

Si los lados del polígono regular tienen como medida  $l$ , el área del polígono es:

$$\begin{aligned}
A_{ABCDEFGH} &= A_{\Delta AOB} + A_{\Delta BOC} + A_{\Delta COD} + \dots + A_{\Delta HOA} \\
&= \frac{1}{2}\overline{AB}a + \frac{1}{2}\overline{BC}a + \frac{1}{2}\overline{CD}a + \dots + \frac{1}{2}\overline{HA}a \\
&= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \dots + \overline{HA})a
\end{aligned}$$

Donde  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \dots + \overline{HA}$  es el perímetro del polígono

$$= \frac{1}{2}(l + l + l + \dots + l)a$$

Donde  $l$  se repite  $n$  veces

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}(nl)a \\
&= \frac{1}{2}P_{ABCDEFGH}a
\end{aligned}$$

Como se observa en la figura 11, a medida que se aumenta el número de lados del polígono inscrito, se observa que  $a$  se va aproximando a  $r$ ,  $P_{ABCDEFGH}$  se va aproximando a la longitud  $L$  de la circunferencia y la región del plano limitada por el polígono se va acercando cada vez más a la región encerrada por la circunferencia.

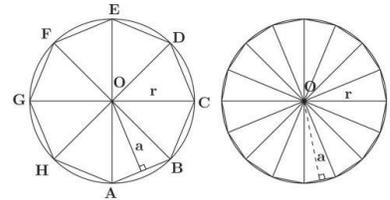
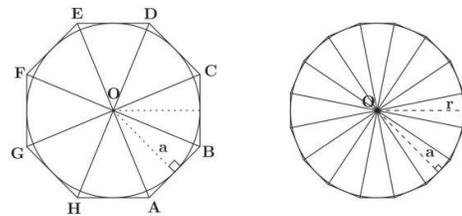


Figura 11. Polígono inscrito en una circunferencia

De manera similar si se considera un polígono de  $n$  lados circunscrito a la circunferencia y se aumenta el número de lados, como se observa en la figura 12, la región encerrada por el polígono va disminuyendo a medida que  $n$  aumenta y se va aproximando a la región encerrada por el círculo.



Entonces el área del círculo que se denota  $A$ , es el número real al que se aproximan las áreas de los polígonos regulares inscritos y circunscritos a ella cuando se incrementa indefinidamente el número de sus lados, esto es  $A = \frac{1}{2}Lr$ , como  $L = 2\pi r$ , entonces

$$A = \frac{1}{2}Lr = \frac{1}{2}(2\pi r)r = \pi r^2$$

### **Herramienta tecnológica usada: GeoGebra**

GeoGebra es un software matemático y dinámico que dispone de varias herramientas educativas para trabajar en geometría, álgebra o cálculo. Dispone de herramientas que permite la construcción de objetos matemáticos de forma ágil, permitiendo a los estudiantes estudiar y visualizar elementos matemáticos abstractos y que en ocasiones pueden resultar difíciles de imaginar. Del mismo modo, GeoGebra permite a los docentes crear ambientes de aprendizaje diferentes y atractivos que permite que los procesos de enseñanza y aprendizaje resulten más significativos y provechosos.

Para el presente trabajo, se utiliza la herramienta para abordar el tema correspondiente al cálculo del área de figuras compuestas y sombreadas con estudiantes de grado séptimo. Los estudiantes construyen las figuras, observan, indagan y proponen soluciones de los ejercicios y problemas propuestos. Gracias a la inclusión de esta herramienta al aula de clase, se evidenció un notable aumento en el interés y participación de los estudiantes en clase, además de una mejoría en su rendimiento académico en general.

Por otro lado, es importante mencionar que esta herramienta ha sido utilizada en diferentes trabajos e investigaciones gracias a su versatilidad, fácil manejo, gran acogida por parte de los estudiantes y beneficios que se ha demostrado que trae para el aprendizaje. Entre algunos de los trabajos que se pueden mencionar, se encuentran los siguientes: “GeoGebra en la argumentación de situaciones de proporcionalidad directa en contexto” de Olivia Alexandra Pérez Rodríguez (Rodríguez, 2019); “Diferencias entre el aprendizaje de la geometría con y sin la utilización de las TIC”, de ocho estudiantes de la Universidad de Antioquía (Alzate, Castañeda, Gonzales, & otros, 2010); “Implementación de GeoGebra como herramienta didáctica para fortalecer las competencias matemáticas en la resolución de problemas de perímetro y área de figuras planas en estudiantes de grado séptimo” de Jhon Jairo Díaz Montalvo (Díaz, 2020) y el trabajo llamado “Estrategia mediada

por el software GeoGebra para el mejoramiento de la capacidad de identificación y comprensión de los conceptos de área y perímetro de polígonos en estudiantes de grado 7” de Ellen Karina Ávila Ponce (Ponce, 2020). Las características principales de estas investigaciones y los resultados obtenidos fueron descritos a grandes rasgos, en los antecedentes del presente trabajo.

### **3 Capítulo II: El problema de investigación**

#### **3.1 Descripción de la realidad problemática**

Uno de los componentes dentro del plan de estudios de matemáticas es la geometría, la cual es trabajada por los estudiantes, desde la educación preescolar hasta la media académica, pues así lo establecen los estándares básicos de aprendizaje dispuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). En este sentido, aprender geometría permite, desarrollar y fortalecer el razonamiento lógico, interpretación y solución de diferentes situaciones problema a través de argumentos válidos y sólidos que sustenten la misma. Dichas situaciones problema pueden ser netamente matemáticas o de diferente índole, pues la geometría está presente en la cotidianidad, ejemplo de esto son las grandes construcciones, el arte, la tecnología, etc.

Pese a la marcada presencia de la geometría en la vida de las personas, se han detectado algunas fallas en los procesos de enseñanza – aprendizaje de la misma. A raíz de esto se ha realizado diferentes investigaciones con el propósito de contribuir a minimizar o eliminar dichas fallas que permitan contribuir a la mejora continua de los procesos de enseñanza y aprendizaje en los diferentes establecimientos educativos alrededor de los conocimientos geométricos.

La geometría posee un cuerpo teórico formal, construido por un conjunto de teoremas, axiomas y principios establecidos y demostrados, que permiten resolver de manera coherente y lógica los ejercicios o problemas propios de esta rama. Dentro de dichos fundamentos teóricos, están presentes diferentes fórmulas que permiten hallar por ejemplo perímetro, área y volumen de figuras y cuerpos geométricos y por ende solucionar situaciones problema alrededor de estas temáticas. Durante el proceso de enseñanza, se puede caer en el error de utilizar dichas fórmulas de manera escueta, esto puede ser causante de quitarle a los estudiantes la oportunidad de razonar, interpretar y argumentar ya que, “los alumnos memorizan las fórmulas para resolver problemas mecanizados sin conocer el por qué y el para qué de las mismas” (Muñoz & Torres, 2007).

Una consecuencia de lo expuesto anteriormente es que los estudiantes perciban la geometría como algo alejado de su realidad y por ende poco importante ya que, no les resulta familiar ni aplicable a su cotidianidad, “esta situación deja entrever que la enseñanza de la disciplina no está logrando los objetivos deseados, pues la geometría se puede considerar como un instrumento reflexivo que le permite al ser humano resolver problemas de diferente índole” (Araya & Alfaro, 2010). Esto quizá sea una razón por la cual es posible evidenciar dificultades en los estudiantes al momento de abordar las temáticas correspondientes a la geometría, lo cual se ve reflejado en sus bajas calificaciones en pruebas estandarizadas tanto internas como externas, siendo ejemplo de estas últimas la prueba ICFES o competencias matemáticas como las Olimpiadas.

Ante la realidad descrita anteriormente, es necesario buscar alternativas que permitan subsanarla, garantizando que el aprendizaje resulte significativo, cercano y aplicable al contexto de los estudiantes. Es indispensable buscar estrategias que despierten la curiosidad e interés de los educandos, por conocer más acerca de la geometría. Una de las posibles alternativas para lograr esto, es a inclusión de la tecnología a las aulas de clase, ya que esta permite entre otras cosas crear ambientes de aprendizaje diferentes a los convencionales, además de permitirles a los estudiantes indagar, explorar y visualizar objetos matemáticos abstractos que posiblemente sean difíciles de imaginar. Esto hace que los estudiantes descubran la cercanía de la geometría a su entorno y la utilidad de esta al momento de resolver problemas presentes en su cotidianidad. Así se esperaría entonces que el estudiantado tenga la oportunidad de fortalecer su capacidad, interpretativa y argumentativa a la hora de resolver situaciones problema propios de la geometría.

### **3.2 Delimitación de la investigación**

Teniendo en cuenta lo descrito anteriormente, se realiza la planeación, ejecución y análisis de una hoja de trabajo, desarrollada con dos grupos de estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán. Para llevar a cabo el desarrollo de las actividades, se incluye el software GeoGebra en uno de los grupos participantes en la investigación como herramienta mediadora en los procesos de enseñanza y aprendizaje del tema correspondiente al cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas. Con el otro grupo de estudiantes se trabaja metodología convencional.

Al finalizar la ejecución de las actividades propuestas en la hoja de trabajo, se espera tener registro suficiente para analizar las contribuciones que ofrece el software GeoGebra como herramienta

didáctica en la apropiación del contenido temático referente al cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas y la solución de situaciones problema a través de la presentación de argumentos válidos y sólidos en los que se evidencie un avance significativo en la competencia argumentativa de los estudiantes.

Lo anterior permite, encontrar pautas de mejoramiento de nuestras propias prácticas educativas y las de otros docentes, o también reformularlas si se considera pertinente. Es así como el presente trabajo de investigación, parte del interrogante,

**¿Cómo puede contribuir una herramienta como GeoGebra, al fortalecimiento de la competencia argumentativa de los estudiantes al momento de resolver ejercicios y problemas de áreas de figuras compuestas y sombreadas?**

### **3.3 Población y muestra**

Para el desarrollo de la investigación, la población es el Colegio Nuestra Señora de Fátima, establecimiento educativo que se encuentra ubicado en la comuna ocho de la ciudad de Popayán en el departamento del Cauca y que hace parte de los Colegios de la Policía Nacional de Colombia. Esta Institución trabaja con calendario A, es de carácter público con régimen especial, la población que se atiende es mixta y cuenta con educación preescolar y primaria que asisten en la jornada de la tarde y educación básica y media académica, que asiste en la jornada de la mañana.

La Institución Educativa, se destaca año tras año por ocupar los primeros puestos a nivel municipal en las pruebas de estado ICFES y el primer puesto entre los colegios de la Policía a nivel Nacional, gracias a la organización y metodología de trabajo establecido en la misma, los cuales están guiadas por la misión, visión, principios y valores del colegio, descritas en el Plan de Estudios Institucional (PEI) (NUSEFA, 2023), relacionadas a continuación.

Misión Colegios Policía Nacional: ofrecer un servicio educativo de alta calidad en los niveles de preescolar, básica y media cimentado en una filosofía humanista, con el fin de contribuir al desarrollo personal, familiar y social de la comunidad Policial.

Visión Colegios Policía Nacional: Al 2030 seremos una Institución preparada para responder ante el cambio social a nivel local y global como resultado de transformaciones estructurales que generen cultura y conciencia de futuro responsable en la ciudadanía.

Principios Colegios Policía Nacional: Definimos los principios éticos como verdades universales que sirven de premisas para fundamentar y orientar tanto la doctrina institucional como el quehacer en el desarrollo de las funciones docentes; los principios éticos que orientan el quehacer de los Colegios de la Policía Nacional son: vida, dignidad, equidad y coherencia de conformidad con el artículo 3 literal d de la resolución 00003 del 01 de enero del 2019 “por la cual se adopta las definiciones estratégicas y el Marco estratégico Institucional 2019 – 2023 de la Policía Nacional”.

Valores Colegios Policía Nacional: Entendemos por valores éticos, las formas de ser y de actuar de los servidores públicos docentes que consideramos altamente deseables como atributos y cualidades, por cuanto posibilitan la aplicación de los Principios y los Fundamentos éticos y el cabal cumplimiento de los mandatos constitucionales y legales en el desempeño de la función pública de docente. Los valores éticos de los Colegios de la Policía Nacional son establecidos en el artículo 3 literal e de la resolución 00003 del 01 de enero de 2019 “Por la cual se adopta las definiciones estratégicas y el Marco estratégico Institucional 2019 – 2023 de la Policía Nacional” vocación policial, honestidad, compromiso, honor policial, disciplina y solidaridad.

Dentro de este contexto educativo, se trabaja con una muestra de cuarenta estudiantes de grado séptimo, los cuales están divididos en dos cursos, séptimo A y séptimo B. Cada uno cuenta con un máximo de veinte estudiantes, cuyas edades oscilan entre los diez y doce años.

### **3.4 Planteamiento del problema**

La educación en general ha tenido algunos cambios en relación con la noción que se tenía de la misma, tiempo atrás. Hoy en día las exigencias educativas son cada vez más, pues se debe responder a las necesidades de una sociedad actual completamente diferente a la de hace algunos años. Esto lleva a que los docentes deban buscar estrategias que les permitan satisfacer adecuadamente las necesidades de los estudiantes de la nueva era y que les permita tener un aprendizaje real, significativo y aplicable a sus propias necesidades y a las de la sociedad actual.

Por lo anterior, es un reto para los docentes en general y específicamente para los docentes de matemáticas, estudiar estrategias innovadoras, creativas y útiles que permitan mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes, de acuerdo con las características y necesidades del estudiantado de la actualidad. Tener estudiantes receptivos, críticos y con habilidades matemáticas aplicables a su entorno es un proceso que requiere tiempo y dedicación, ya que “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje

enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas y posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006).

Por otro lado, en los estándares básicos de competencias establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, especifican que se debe procurar formar estudiantes matemáticamente competentes, entendiendo esto como la formación integral de individuos. Es decir, al desarrollo y aplicación de habilidades y competencias aplicadas en la solución de situaciones problema presentes en su cotidianidad.

Es así como la competencia argumentativa juega un papel fundamental a la hora de formar estudiantes matemáticamente competentes, pues si bien es cierto, el conocimiento procedimental debe ser valorado, también es importante que los estudiantes forjen o fortalezcan habilidades para argumentar acerca de las razones por las cuales hacen uno u otro procedimiento, ya que hay una estrecha relación entre lo procedimental y lo argumentativo. La combinación efectiva de estos dos elementos posibilita que los procesos de aprendizaje de los estudiantes adquieran una mayor significación y profundidad con el tiempo.

De manera particular, la experiencia docente en la enseñanza de las matemáticas ha permitido evidenciar algunas dificultades en la apropiación y aplicación de lo referente al cálculo del área de figuras compuestas. Esto se ve reflejado en el bajo rendimiento de la mayoría de los estudiantes a nivel interno (Colegio) y externo (pruebas tipo ICFES y competencias matemáticas como Olimpiadas).

Teniendo en cuenta lo anterior, se ve necesario establecer estrategias para que los estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán, logren mejorar y/o fortalecer la capacidad de argumentación al momento de resolver ejercicios o problemas relacionados con el cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas. Con el propósito de lograr lo anteriormente descrito, se incluye en las actividades a desarrollar, el software GeoGebra como herramienta mediadora en los procesos de enseñanza aprendizaje, teniendo en cuenta la pregunta problema,

**¿Cómo puede contribuir una herramienta como GeoGebra, al fortalecimiento de la competencia argumentativa de los estudiantes al momento de resolver ejercicios y problemas de áreas de figuras compuestas y sombreadas?**

### **3.5 Objetivos de la investigación**

#### **Objetivo general:**

identificar las contribuciones de la incorporación del software GeoGebra como herramienta didáctica, para fortalecer la competencia argumentativa de los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas de áreas de figuras geométricas compuestas y sombreadas.

#### **Objetivos específicos:**

- Identificar el aporte de GeoGebra en el proceso de aprendizaje y fortalecimiento de la competencia argumentativa, respecto al tema de áreas de figuras compuestas y sombreadas.
- Identificar las fortalezas y debilidades de implementar el software Geogebra en la enseñanza del cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas.
- Analizar las diferencias entre una clase de geometría convencional y una haciendo uso del software GeoGebra.

### **3.6 Hipótesis de la investigación**

Uno de los aspectos que se deben fortalecer en los estudiantes es la competencia argumentativa, ya que uno de los fines de la educación es “formar ciudadanos críticos y reflexivos comprometidos y capaces de razonar” (Gamboa, 2010). Además de ser un proceso inherente al aprendizaje en las distintas áreas de conocimiento, esto lo apoya (Ruiz, Tamayo, & Márquez, 2015) al mencionar que “es una de las competencias que debe asumirse de manera explícita en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las ciencias”. En este sentido, uno de los deberes docentes debe estar enfocado en la adquisición y/o fortalecimiento de habilidades de los estudiantes para exponer argumentos válidos a partir de razonamientos analíticos que les permita defender sus ideas respecto a determinado tema y esto debe ocurrir en todos los niveles de escolaridad.

Una metodología que puede contribuir a lograr lo expuesto anteriormente en los estudiantes y particularmente en aquellos que cursan su educación básica y media académica, es la del trabajo cooperativo. Esta metodología consiste básicamente en la formación de equipos de trabajo de máximo cuatro personas. En cada uno de los equipos, existen roles (líder, secretario, relator y supervisor). Así cada estudiante integrante del equipo tiene la oportunidad de aportar desde sus

habilidades para “procurar obtener resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para todos los demás miembros del equipo” (Johnson, Johnson, & Holubec, 1999).

Este tipo de metodología propicia ambientes en donde los estudiantes fortalecen habilidades comunicativas y argumentativas al mismo tiempo que aprenden acerca de determinado tema. Cada integrante del equipo aprende a exponer sus puntos de vista, amparados en argumentos que desde su perspectiva resultan ser sólidos y coherentes, de manera respetuosa y responsable. Esto además fortalece la capacidad comunicativa, la empatía y el trabajo en equipo, habilidades que son fundamentales dentro de las exigencias de una sociedad actual.

Por otro lado, no es posible dejar el componente tecnológico a un lado, ya que en la actualidad el mundo y su funcionamiento giran en torno a la tecnología. Es así como los docentes de hoy en día tienen entre otras cosas, el reto incluir la tecnología en las actividades realizadas al interior del aula. La inclusión de las TIC a los procesos formativos y el adecuado uso de estas, pueden convertirse en una potente herramienta para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, por la versatilidad que estas ofrecen y porque los estudiantes actuales están familiarizados con ellas. Además, estas pueden permitir la creación de ambientes de aprendizaje diferentes a los tradicionales y que estén acorde a las necesidades de los estudiantes de la nueva era.

Por lo anteriormente expuesto, la hipótesis planteada para el presente trabajo es el mejoramiento significativo de la competencia argumentativa de un grupo de estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán, en la solución de ejercicios y problemas relacionados con el cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas, siendo el software GeoGebra la herramienta tecnológica y mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la presente práctica. Se pretende además comprobar que GeoGebra resulta ser una herramienta eficaz y potente como mediadora en dichos procesos formativos y en este tema en particular.

### **3.7 variables e indicadores**

Teniendo en cuenta la manera en cómo se aborda el presente trabajo y la intención con la cual se realiza la investigación, la variable de estudio corresponde a observar medir y evaluar el mejoramiento o no, en la capacidad de argumentación de un grupo de estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán, al momento de proponer una

solución a un problema planteado referente al cálculo de áreas de regiones compuestas y sombreadas.

Para lo anterior, se realiza un comparativo del antes y el después de la ejecución de un conjunto de actividades diseñadas para orientar el tema arriba mencionado, haciendo uso para esto de la metodología de trabajo comparativo y apoyando las actividades con el software GeoGebra como herramienta mediadora en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Es importante mencionar que, a fin de lograr alcanzar el indicador, se trabaja con un total de cuarenta y un estudiantes de grado séptimo, los cuales se dividieron en dos grupos, uno de control con el que se realizan actividades de manera no convencional e incluyendo del software GeoGebra y el otro con el que se trabaja de manera convencional haciendo uso de elementos tradicionales.

Con los dos grupos se trabajan y desarrollan las mismas actividades. Iniciando con una prueba de diagnóstico que permita identificar las ideas previas de los estudiantes, así como también la profundidad de sus conocimientos previos relacionados con área. Una vez recolectada la información se ejecuta un conjunto de actividades elaboradas a partir de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica. Las actividades son desarrolladas con los dos grupos, en cada una de ellas se observa, el comportamiento de los estudiantes, las actitudes frente al tema, los avances o dificultades presentadas. De este modo, se realiza una evaluación constante y continua durante todo el proceso.

Es importante mencionar que, en la hoja de trabajo diseñada, se aborda inicialmente lo correspondiente al área de figuras compuestas y en un segundo grupo de actividades se desarrolló lo referente a las áreas sombreadas. En cada uno de estos temas se realiza una evaluación escrita. Se espera que estas evaluaciones sean es un indicador que nos permita comparar los resultados iniciales y finales obtenidos después de haber realizado la implementación y constatar el mejoramiento o no de la competencia argumentativa de los estudiantes en cuanto a solución de situaciones problemas relacionados con el cálculo de áreas compuestas y sombreadas. Del mismo modo se espera poder comparar los resultados de los dos grupos, para verificar la eficacia y pertinencia del software GeoGebra en la enseñanza de esta temática.

### **3.8 Justificación e importancia del estudio**

En matemáticas resulta fundamental realizar procesos de sistematización, los docentes de esta área debemos asumir el reto de hacerlo, con el propósito de buscar estrategias que faciliten el acercamiento del conocimiento matemático con los estudiantes, ya que en esta área del conocimiento se trabaja con objetos abstractos, intangibles y que en muchas ocasiones no son fáciles de imaginar y por lo tanto, desde mi experiencia como docente he evidenciado que, causa dificultades en los procesos de aprendizaje.

Por lo anterior, sistematizar una experiencia como esta, es relevante tanto para los docentes como para los estudiantes; para los primeros porque puede resultar una experiencia que permita enriquecer sus prácticas educativas e identificar nuevas estrategias para llevar a cabo en el aula y para los estudiantes porque se espera, les permita aplicar sus saberes previos y la herramienta GeoGebra, en la solución de situaciones problemas, potenciando así su capacidad de interpretar, razonar y proponer.

Los resultados de una sistematización como la anterior, pueden resultar fundamentales y decisivos en términos de pertinencia e impacto de GeoGebra en los procesos de enseñanza – aprendizaje. Si los resultados encontrados son positivos, podrían ser usados o adaptados no solo para la clase de matemáticas, sino también para cualquier otra área del conocimiento. Por el contrario, si los resultados obtenidos no son los esperados, la experiencia de sistematización proporcionará herramientas que permitan a los docentes mejorar sus prácticas educativas y replantear nuevas estrategias en búsqueda de mejorar los procesos de enseñanza – aprendizaje.

## **4 Capítulo III: Metodología**

Partiendo de que es importante generar aprendizaje profundo, y que además “Se espera que los estudiantes puedan construir conocimiento significativo y funcional, que les dé la posibilidad de enfrentar las situaciones más diversas en su vida cotidiana y profesional” (Vrancken, Engler, & Müller, 2018), el enfoque metodológico de este estudio se sustenta en la Investigación Basada en el Diseño (IBD). “Se entiende por investigación basada en diseño un tipo de investigación orientado hacia la innovación educativa cuya característica fundamental consiste en la introducción

de un elemento nuevo para transformar una situación” (Crosetti & Ibañez, 2016). Este enfoque sirve como punto de encuentro entre las propuestas teóricas y la práctica alrededor de la enseñanza de conceptos, en este caso de la geometría.

La IBD se distingue por su enfoque continuo en el desarrollo de soluciones, la colaboración activa entre investigadores y usuarios, la evaluación cualitativa de los resultados y el doble papel que juega el profesor en estas investigaciones: profesor-investigador. En este contexto, la propuesta se enfocará en la creación de hojas de trabajo, su aplicación en un experimento comparativo, esto se aclarará más adelante, y el análisis de las producciones de los estudiantes alrededor de las hojas de trabajo.

esta investigación de corte educativo permite generar resultados que pueden ser aplicables a situaciones similares ya sea en matemáticas u otras áreas de conocimiento, formando así no solo nuevos aportes para otros docentes sino también para quienes realizan la investigación.

La Investigación Basada en el Diseño (IBD) es un enfoque de investigación educativa que se desarrolla en el contexto del aula y se distingue por sus fases de desarrollo: diseño, implementación y evaluación de los diseños aplicados, en este caso hojas de trabajo. Tiene un doble propósito: en primer lugar, busca crear innovaciones educativas fundamentadas en la teoría, con el fin de mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes. En segundo lugar, aspira a generar teoría a partir del análisis de los resultados obtenidos durante la aplicación de dichas secuencias, lo que contribuye a refinar las premisas teóricas iniciales y obtener una comprensión más profunda y precisa de los desafíos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje en el entorno educativo.

Como se mencionó anteriormente, la principal virtud de esta aproximación de investigación radica en su capacidad para cerrar la brecha entre la teoría y la práctica en el ámbito educativo. A diferencia de otros métodos de investigación que pueden parecer alejados de la realidad cotidiana del aula, la IBD permite que la innovación y la investigación se nutran mutuamente en cada ciclo de implementación. En este proceso, las ideas teóricas se ponen a prueba en la práctica, y los resultados y observaciones obtenidas en el aula suministran información valiosa que puede emplearse para ajustar y mejorar tanto la teoría como las prácticas educativas.

Además, la IBD promueve la colaboración activa entre investigadores, docentes y estudiantes, ya que se basa en un enfoque participativo y colectivo. Los docentes desempeñan un papel

fundamental en la concepción y ejecución de las secuencias de enseñanza y aprendizaje, lo que les permite adaptarse a las necesidades específicas de sus estudiantes y contextos educativos. Por otro lado, los estudiantes son una parte integral del proceso, ya que sus vivencias y perspectivas se toman en cuenta y contribuyen a la creación de nuevos conocimientos.

Al combinar de forma interconectada la teoría y la práctica, la IBD tiene el potencial de generar conocimientos con aplicabilidad directa y relevante para la mejora de la educación. Al mismo tiempo, al producir teoría a partir de los resultados obtenidos en las implementaciones, contribuye al progreso del conocimiento en el campo de la enseñanza y el aprendizaje.

Con respecto a las fases que componen la investigación basada en el diseño, se presentan y describen de manera general, las fases establecidas para el diseño, implementación y evaluación de los resultados del presente trabajo de investigación educativa.

#### **4.1 Fases de investigación.**

##### **4.1.1 Fase 1: Antecedentes de la investigación, marco teórico y conceptual.**

La primera fase corresponde a lo abordado en el capítulo 1 del presente trabajo. En este capítulo se inició presentado algunos de los antecedentes de la investigación, los cuales corresponden a investigaciones educativas, en las que se trabajaron temas similares al desarrollado en el presente proyecto investigativo. En cada una de ellas se menciona de manera general su metodología y los resultados más relevantes de la mismas. Del mismo modo, en este capítulo se presentaron todos los fundamentos teóricos que sustentan la presente investigación, tales como modelo pedagógico, estándares básicos de aprendizaje en matemáticas, ambientes de aprendizaje, rol del docente y del estudiante e incorporación de herramientas TIC. Finalmente, se desarrolló el marco conceptual correspondiente a los contenidos disciplinares de la unidad académica tales como, definiciones, teoremas y demostraciones matemáticas.

##### **4.1.2 Fase 2: El problema de investigación.**

La fase dos se encuentra descrita en el segundo capítulo de este trabajo. Para esta fase, se presentó inicialmente una descripción de manera general acerca de la realidad problemática, para después acotar esta realidad y llevarla al contexto educativo dentro del cual se desarrolló el presente trabajo de investigación. Dentro de dicho contexto se describieron con mayor detalle la población y muestra de estudiantes participantes. Teniendo en cuenta lo anterior, se presentó el problema de

investigación, los objetivos de la misma, las hipótesis de investigación, variables e indicadores y la justificación del estudio.

### **4.1.3 Fase 3: fase de Diseño de intervención**

La intervención se inicia con la primera etapa en la cual se realiza una prueba diagnóstica para identificar tanto los conocimientos de los estudiantes frente al tema, como las posibles primeras dificultades evidentes que podría presentar el estudiantado al abordar la temática correspondiente. A partir de los resultados obtenidos en esta primera etapa, se da paso a la segunda etapa en la cual, se construyen un conjunto de actividades, para los dos grupos, grupo TIC y grupo de control para ser desarrolladas dentro del aula. En una tercera etapa, se realiza una prueba que permita conocer el avance de un grupo con respecto al otro. Finalmente, en una cuarta etapa, se realiza un análisis de los resultados obtenidos, a partir de los cuales se generan conclusiones y observaciones finales. En el apartado 3.2, se encuentran descritas a mayor detalle las actividades desarrolladas.

#### **4.1.3.1 Las hojas de trabajo.**

Las actividades que se diseñaron se configuraron en lo que se conoce como hojas de trabajo, el diseño y construcción de esta hoja de trabajo implica la implementación de una estrategia pedagógica integral y enriquecedora para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje en este caso de conceptos propios de la geometría como lo es el área. Dicho enfoque se ha fundamentado en una serie de componentes que han sido cuidadosamente tenidos en cuenta:

En primer lugar, se ha puesto un énfasis especial en la selección y secuenciación apropiada de los contenidos. Esto implica la identificación de los conocimientos clave y su organización de manera lógica y progresiva. El objetivo es asegurar que los estudiantes puedan construir su comprensión de manera sólida y significativa. Además, se ha considerado la importancia de conectar estos contenidos con la realidad de los estudiantes, de modo que el aprendizaje resulte relevante e interesante.

Un segundo componente fundamental es la gestión en el aula, diseñado para promover la participación activa de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Se fomenta la exploración, el descubrimiento y la aplicación de los conocimientos a través de estrategias como el trabajo en grupos, el aprendizaje basado en problemas y la utilización de recursos tecnológicos. Todo esto se lleva a cabo con el propósito de fomentar la competencia de argumentar y comunicar.

Se ha dado un énfasis significativo a la utilización de recursos didácticos variados y actualizados. Esto conlleva la elección y adaptación de materiales y herramientas pertinentes, accesibles y motivadores para los estudiantes. Libros de texto, materiales digitales, recursos audiovisuales, software educativo GeoGebra y otros recursos se emplean para enriquecer la experiencia de aprendizaje y atender los ritmos de aprendizaje de los estudiantes.

La evaluación formativa también juega un papel fundamental en esta propuesta. Desde la parte de diagnóstico hasta la evaluación final de los aprendizajes, se busca promover una evaluación continua y contextualizada que permite retroalimentar el proceso de aprendizaje de los estudiantes y realizar los ajustes necesarios.

A continuación, se presenta la hoja de trabajo construida sobre la cual se llevó a cabo el presente proyecto. Dicha hoja de trabajo se titula Argumentando y comunicando matemáticas, a través del cálculo de áreas de figuras compuestas y sombreadas, organizada en las siguientes partes

### **1. Prueba diagnóstica: Identificando saberes previos**

Se construye y aplica una prueba escrita con el fin de identificar los saberes previos, las nociones o ideas que tienen los estudiantes del tema a trabajar y las falencias en la competencia argumentativa en la solución de situaciones problema. Los resultados de esta primera parte son el insumo para la construcción y ejecución del resto de actividades y será un punto de referencia para la comparación de resultados al finalizar el proyecto de investigación.

### **2. Actividades – áreas de figuras compuestas: Descubriendo, calculando y aplicando las áreas de figuras compuestas.**

Se construyen y aplican un conjunto de actividades relacionadas con el cálculo de áreas de figuras compuestas, las cuales son desarrolladas con diferentes metodologías, las cuales se explican con mayor detalle en la fase cuatro.

### **3. Evaluación – áreas de figuras compuestas: Descubriendo lo aprendido**

Con el propósito de conocer los avances de los estudiantes después de desarrolladas las actividades, se construye y aplica un cuestionario escrito, el cual es desarrollado de manera individual por el estudiantado.

#### **4. Actividades – áreas de figuras sombreadas: Descubriendo, calculando y aplicando las áreas sombreadas.**

Se construyen y aplican un conjunto de actividades referentes al cálculo de áreas de figuras compuestas

#### **5. Evaluación – áreas de figuras sombreadas: Demostrando mis habilidades**

Se construye y aplica un cuestionario escrito, el cual es desarrollado de manera individual por los estudiantes, en el que se espera evidenciar los aprendizajes obtenidos luego de realizadas las actividades correspondientes al cálculo de áreas de figuras sombreadas.

##### **4.1.4 Fase 4: Aplicación del diseño en el experimento comparativo.**

La aplicación de la fase de investigación basada en el diseño se realiza a través de un experimento comparativo, en el cual se tienen en cuenta dos escenarios para abordar el proceso de enseñanza aprendizaje de la temática, correspondiente al cálculo de áreas de figuras geométricas compuestas y sombreadas en la educación básica secundaria. Inicialmente, se etiquetan dos cursos de grado séptimo, como grupo de control y grupo TIC, atendiendo al tipo de estrategias metodológicas que se pretenden implementar, con el propósito de realizar el experimento comparativo con relación a la apropiación de manera significativa de los conceptos geométricos a abordar y por ende el desarrollo de la competencia argumentativa en la resolución de situaciones problema, haciendo uso de un proceso de enseñanza de manera convencional, sin incorporación de ningún tipo de material didáctico; respecto a un proceso de enseñanza innovador, en donde se incorporan las TIC, como una herramienta didáctica, para fomentar el interés de los estudiantes por su proceso de aprendizaje, de una manera dinámica.

La clasificación de los estudiantes en dos grupos (de control y TIC), se llevó a cabo, no con el objetivo de dejar en desventaja a un grupo respecto al otro, en cuanto a la apropiación de los contenidos académicos de la unidad a abordar, puesto que antes del desarrollo de la práctica educativa, se plantearon unos objetivos, alineados a los estándares básicos de aprendizaje de matemáticas, para ambos grupos de trabajo; sino con el propósito de realizar un paralelo o comparación entre los resultados de aprendizaje obtenidos, a través de la implementación de herramientas TIC y las metodologías tradicionales en el proceso de enseñanza aprendizaje, en el

grupo TIC y en el grupo de control respectivamente. Lo que no significa que las metodologías tradicionales, no permitan desarrollar ciertas competencias y habilidades en los estudiantes.

**Implementación de actividades:** las actividades propuestas en la aplicación del diseño, tanto en el grupo de control como en el grupo TIC, en cuanto a su estructura fueron diseñadas de manera similar. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, los estudiantes no contaban con los mismos materiales didácticos para desarrollarlas. De manera explícita, la presentación de la hoja de trabajo por parte del docente a los estudiantes en ambos grupos, en medida de lo posible se trataron de aplicar a la par, en miras de realizar un análisis progresivo, en cuanto a los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo de control y del grupo TIC, para poder llevar a cabo el experimento comparativo. Del mismo modo, cada uno de los momentos de aplicación de las hojas de trabajo estuvo dirigido por el docente, encargado de realizar la respectiva retroalimentación o aclarar dudas, respeto a las indicaciones a seguir en el desarrollo de dichas hojas de trabajo.

### **Recolección de la información**

La etapa de recolección de información se realizó a lo largo del segundo periodo académico del año lectivo 2023, en aproximadamente 11 semanas de clase, con una intensidad horaria de 5 horas de clase semanales, cada una con una duración de 60 minutos, hora reloj para abordar los contenidos correspondientes a Geometría. Los instrumentos utilizados para la recopilación de información, fueron: evidencias fotográficas, con autorización de los directivos de la institución y padres de familia, la hoja de trabajo, las entregas digitales de los talleres realizados en línea, como cuestionarios y actividades en GeoGebra, además de entregables físicos.

#### **4.1.5 Fase 5: Análisis de los datos**

En esta fase se realizó un tipo de análisis cualitativo de los datos recopilados, a través de los diferentes instrumentos utilizados para tal fin. De la información recolectada a lo largo del desarrollo de la práctica educativa, para el análisis se tienen en cuenta las siguientes actividades inscritas en la hoja de trabajo, la prueba diagnóstica y dos evaluaciones, la primera correspondiente a la temática de áreas compuestas de figuras geométricas y la segunda a la temática de áreas sombreadas.

Con el fin de analizar los avances obtenidos en ambos grupos, al final del desarrollo de la unidad temática, se partió de los vacíos conceptuales, falencias en la competencia argumentativa en la resolución de situaciones problema, encontrados en la prueba diagnóstica. En este sentido, para

solventar dichas dificultades se continua con la retroalimentación de las mismas y en conjunto la inclusión de conceptos nuevos necesarios para desarrollar la unidad temática. Finalmente, se realizan dos evaluaciones, correspondientes al cálculo de áreas de figuras geométricas compuestas y sombreadas, con el propósito de comparar los resultados obtenidos con los de la prueba diagnóstica, enfocándonos principalmente en el desarrollo y fortalecimiento de la capacidad argumentativa de los estudiantes para abordar una situación problema.

El análisis de dichos datos se realizó de la siguiente manera:

1. Identificar aciertos y desaciertos que presentaban los estudiantes antes de abordar la unidad temática, en cuanto a la comprensión y asimilación de conceptos geométricos y su manera de comunicar, a través de argumentos coherentes y sólidos, los procedimientos realizados para abordar situaciones problema de su contexto.
2. Revisión de los datos recopilados en la hoja de trabajo presentados por los estudiantes, tanto del grupo de control como del grupo TIC y registro de los mismos en una sola tabla, la cual contiene la pregunta realizada, la rúbrica de evaluación de acuerdo al objetivo de dicha pregunta, el resultado obtenido por los dos grupos, el cual se realiza con un conteo y la asignación del porcentaje equivalente al mismo.

Dicho registro se incluye en la misma tabla, con el propósito de realizar un análisis del experimento comparativo entre los resultados obtenidos en ambos grupos, para extraer conclusiones respecto al impacto de una de las metodologías aplicadas.

3. Los datos registrados en la tabla se representan en una gráfica estadística, utilizando un diagrama de barras que permite comparar dos categorías, en este caso los resultados obtenidos en el grupo de control y el grupo TIC.
4. Selección de registros fotográficos de las actividades desarrolladas en la hoja de trabajo, por parte del estudiante de ambos grupos, para realizar una descripción de los resultados obtenidos, siguiendo el diseño del experimento comparativo.
5. Teniendo en cuenta lo anterior, se realiza el análisis comparativo entre los resultados obtenidos en el grupo de control y el grupo TIC, de manera porcentual.

## **4.2 Diseño de intervención: hoja de trabajo**

### **Estructura de la hoja de trabajo.**

A continuación, se presenta la estructura curricular y de diseño bajo la cual se construyó cada parte de la hoja de trabajo, sus objetivos y la descripción de las actividades que se desarrollan dentro de cada parte.

### **PARTE 1: Diagnóstico -Identificando saberes previos**

Antes de iniciar con el desarrollo de la unidad temática, cálculo de área de figuras geométricas compuestas y sombreadas, con los estudiantes de grado séptimo del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán, se diseñó una prueba diagnóstica, la cual incluye dos tipos de preguntas, abiertas y cerradas, con el objetivo de recopilar información, con base a la apropiación de saberes previos por parte de los estudiantes, con relación a la temática a abordar en la práctica educativa. Dichas preguntas, permiten al docente realizar un análisis de tipo cuantitativo y cualitativo, puesto que exigen de manera directa, por parte del estudiante una respuesta, desde su concepción y percepción de un objeto, en este caso el concepto de áreas de figuras geométricas, en donde el estudiante debe argumentar sus respuestas, a partir de la organización y comunicación de sus ideas.

Así mismo, la aplicación y análisis de la prueba diagnóstica, le permite al docente identificar vacíos conceptuales o dificultades, en cuanto a la apropiación y asimilación de un concepto, por parte de los estudiantes, sobre los cuales debe trabajar para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, en miras de obtener buenos resultados al finalizar dicho proceso. Del mismo modo, el análisis de dicha prueba, le facilita o le provee al docente herramientas a tener en cuenta en la ejecución de los planes de acción, que debe tomar con respecto a las posibles dificultades encontradas en la prueba diagnóstica, es decir que juega un papel importante en la planeación de las actividades a desarrollar a lo largo de la intervención directa en el aula de clase.

#### **Presentación de la prueba:**

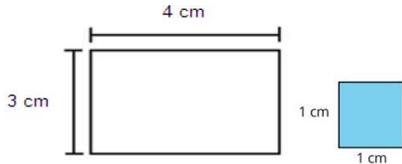
De manera más explícita, la prueba diagnóstica se aplicó a dos grupos de estudiantes del grado séptimo, denominados por el docente como, grupo de control y grupo TIC, ambos grupos conformados por 20 estudiantes. En cuanto a la prueba, esta consiste en el diseño de 7 preguntas abiertas y dos preguntas cerradas, las cuales el estudiante debe responder en un tiempo estimado de dos horas reloj, es decir un bloque de clase, si ninguna intervención por parte del docente, excepto si se trata de dudas respecto a la estructuración o enunciado de la pregunta.

## Cuestionario para la prueba diagnóstica:

A continuación, se enuncia cada una de las preguntas planteadas en la prueba diagnóstica, en miras de cumplir con un objetivo propuesto de aprendizaje:

**Pregunta N° 1**

Observe el siguiente rectángulo:



*Figura 13. Pregunta 1 – prueba diagnóstica*

*Si se quisiera llenar el rectángulo con cuadrados, como el de la figura, ¿Cuántos cuadrados cree que es posible colocar en el rectángulo de tal modo que este quede completamente lleno? Explica tu respuesta.*

La pregunta es diseñada con el objetivo de que el estudiante en un primer momento, a partir de la observación directa de la figura presentada y haciendo uso de las medidas de longitud de esta, pueda establecer una relación entre la figura dada y el patrón de medida propuesto, para logra cubrir el interior de la figura. Esta pregunta permite identificar si el estudiante tiene ideas cercanas al concepto de área de una figura plana, en este caso por medio de la medición indirecta de la superficie. La pregunta es abierta con el propósito de conocer los argumentos planteados por el estudiante para explicar e identificar el análisis y uso de los datos proporcionados en dicha situación, además de verificar el uso de sus saberes previos.

**Pregunta N° 2**

*¿Qué figuras geométricas conoces?*

La pregunta es realizada con el objetivo de obtener información respecto a la percepción que tiene el estudiante acerca del concepto de figuras geométricas y cuáles reconoce como esta, más allá de obtener un concepto preciso de dicho objeto de enseñanza.

**Pregunta N° 3**

*Dibuja un cuadrado, cuya área sea 36 centímetros cuadrados*

En esta pregunta, se incluye de manera explícita el uso del concepto de área de una figura geométrica, en donde el estudiante debe relacionar dicho concepto con la representación gráfica de un cuadrado, es decir, tener una concepción clara de sus características y del procedimiento para calcular su área. En este sentido, el estudiante debe realizar un proceso inverso al que generalmente se le plantea (se le dan las longitudes y se le pide calcular el área).

**Pregunta N° 4**

Observa las siguientes imágenes y luego responde.



The image shows two square frames. The left frame is a square with side length 4cm, containing three flowers. The right frame is a square with side length 8cm and height 2cm, containing three clouds with rain.

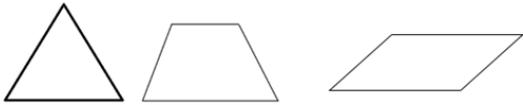
*Figura 14. Pregunta 4 – prueba diagnóstica*

*¿Las imágenes tienen la misma área? Justifica tu respuesta.*

La pregunta es abierta, ya que el objetivo principal es que el estudiante, a través de la observación y análisis de las imágenes presentadas, con sus respectivas medidas de longitud, puede extraer información y argumentar su respuesta, reconociendo que, a pesar de ser figuras geométricas diferentes, en cuanto a su forma y características, el cálculo del área de las mismas puede o no variar e incluso ser igual. Del mismo modo, lo anterior permite verificar si el estudiante se ha apropiado de manera significativa del concepto de área, de lo que es variable y lo que permanece invariable, lo que implica que pueda utilizarla en diferentes contextos.

**Pregunta N° 5**

Identifique en las siguientes figuras la base y la altura.



The image shows three geometric shapes: a triangle, a trapezoid, and a parallelogram.

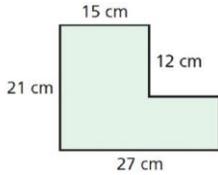
*Figura 15. Pregunta 5 – prueba diagnóstica*

Esta pregunta, no implica por parte del estudiante un respuesta argumentativa, ni tampoco una respuesta precisa, en donde proporcione la definición formal del concepto de altura y base de una

figura geométrica. Lo que se busca es reconocer si el estudiante identifica los conceptos de altura y base, sin necesidad de tener una definición rigurosa y está en la capacidad de trazar la altura y la base figuras geométricas básicas, lo cual es necesario para el cálculo del área de las mismas.

**Pregunta N° 6**

Observe la siguiente figura



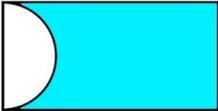
*Figura 16. Pregunta 6 – prueba diagnóstica*

Si se le solicita encontrar el área total de la figura, ¿cómo lo haría? Explique la estrategia que utilizaría para responder a lo solicitado

El punto 6 de la prueba diagnóstica, corresponde a una pregunta abierta, relacionada con el cálculo del área de figuras geométricas compuestas, cuyo propósito más allá de encontrar el valor numérico del área de la figura en cuestión, es identificar las estrategias que utilizan los estudiantes explicar y argumentar, cómo calcular dicha área, como por ejemplo, a través de la descomposición en figuras geométricas sencillas conocidas (cuadrados y rectángulos), lo cual también implica encontrar el valor de la medida de longitud de uno de los lados desconocido, a partir de los datos proporcionados.

**Pregunta N° 7**

Observe la siguiente figura



*Figura 17. Pregunta 7 – prueba diagnóstica*

Si se le solicita encontrar el área de la región, ¿cómo lo haría? Escriba su estrategia

Esta pregunta al igual que la del punto anterior, corresponde a una pregunta abierta, relacionada con el cálculo del área de figuras geométricas compuestas sombreadas, cuyo propósito más allá de encontrar el valor numérico del área de la figura en cuestión, es el de identificar las estrategias para

explicar o argumentar si es posible o no, para calcular el área de la figura sombreada, es decir reconocer si el estudiante está en la capacidad de argumentar o refutar, si los datos presentados en la figura, son suficientes, para cumplir con lo que se le plantea.

**Pregunta N° 8**

*Considera que encontrar el área de una figura es útil para solucionar problemas de la vida cotidiana. ¿Por qué?*

La pregunta está diseñada de tal manera que el estudiante, a través de sus vivencias o experiencias adquiridas en el día a día desde su cotidianidad, bien sea en el ámbito educativo o personal, realice un análisis de la percepción que tiene del aprendizaje de los conceptos relacionados con la asignatura de geometría, y a través de su competencia comunicativa y argumentativa, dé a conocer su punto de vista con base a la enseñanza del concepto del área de figuras geométricas y su aplicabilidad en situaciones problema de la vida cotidiana.

**Pregunta N° 9**

Qué actividades le gustaría que se hicieran en clase para aprender a calcular el área de una figura geométrica

Con base a la pregunta 9, la cual da la posibilidad al estudiante de plantear actividades que sean atractivas o de su interés para su proceso de aprendizaje, en cuanto a la unidad temática relacionada con el cálculo de áreas de figuras geométricas, esta tiene como objetivo identificar cómo conciben los estudiantes el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, además de descubrir cuáles son los ambientes de aprendizaje que les atraen, para tenerlos en cuenta en el diseño de las actividades a desarrollar posteriormente.

Una vez aplicada y analizada la prueba diagnóstica se procede a construir y aplicar las actividades para los dos grupos de trabajo. En las tablas uno y dos que se muestran a continuación, se muestran de manera general las actividades realizadas para trabajar el cálculo de áreas compuestas y sombreadas y la duración de estas con cada uno de los grupos.

<b>ACTIVIDADES REALIZADAS GRUPO TIC</b>			
Nombre de la actividad	Partes de la actividad/Instrumentos	Actividades	Duración

<b>Área de figuras compuestas</b>	<b>Primera parte:</b> adquisición de conocimientos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retroalimentación de conceptos</li> <li>• Familiarización con el software GeoGebra</li> <li>• Desarrollo de ejercicios guiados</li> </ul>	Dos semanas
	<b>Segunda parte:</b> Aplicación de conocimientos adquiridos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de ejercicios en clase haciendo uso de GeoGebra</li> </ul>	Una semana
<b>Evaluación- área de figuras compuestas</b>	<b>Cuestionario Escrito</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Examen individual escrito para conocer los avances de los estudiantes en la primera parte</li> </ul>	Dos horas
<b>Área de figuras sombreadas</b>	<b>Desarrollo de la temática.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación de la temática a trabajar</li> </ul>	Dos semanas
	<b>Actividades realizadas por equipos de trabajo en GeoGebra.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de actividades encaminadas a fortalecer habilidades argumentativas.</li> <li>• Actividades en equipo para fortalecer el aprendizaje entre pares</li> </ul>	Una semana
<b>Evaluación área de figuras sombreadas</b>	<b>Cuestionario escrito</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Examen escrito individual para conocer los avances del tema.</li> </ul>	Dos horas

Tabla 1. Resumen de actividades grupo TIC

<b>ACTIVIDADES REALIZADAS GRUPO DE CONTROL</b>			
Nombre de la actividad	Partes de la actividad/Instrumentos	Actividades	Duración
<b>Área de figuras compuestas</b>	<b>Primera parte:</b> adquisición de conocimientos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retroalimentación de conceptos</li> <li>• Presentación de la temática a trabajar con metodología convencional</li> <li>• Desarrollo de ejercicios y problemas en clase</li> </ul>	Tres semanas y media.
	<b>Segunda parte:</b> Aplicación de conocimientos adquiridos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de las actividades propuestas haciendo uso del libro guía y de material impreso.</li> </ul>	Dos semanas
<b>Evaluación- área de figuras compuestas</b>	<b>Cuestionario Escrito</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Examen escrito individual para conocer los avances de los estudiantes en la primera parte.</li> </ul>	Dos horas
<b>Área de figuras sombreadas</b>	<b>Desarrollo de la temática.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentación de la temática a trabajar utilizando metodología convencional.</li> </ul>	Tres semanas
	<b>Actividades realizadas en clase</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de ejercicios utilizando el libro guía y material impreso</li> </ul>	Una semana

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollo de ejercicios y problemas de manera individual</li> </ul>	
<b>Evaluación área de figuras sombreadas</b>	<b>Cuestionario escrito</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Examen escrito individual para conocer los avances del tema.</li> </ul>	Dos horas

*Tabla 2. Resumen de actividades grupo de control.*

**Actividades áreas compuestas: Descubriendo, calculando y aplicando las áreas de figuras compuestas.**

## **ACTIVIDAD 1**

### **Presentación de la actividad**

En la primera parte de la actividad 1, se ve necesario realizar una retroalimentación de los conceptos de área y perímetro, tanto para el grupo TIC como para el grupo de control. Lo anterior, debido a que, en los resultados obtenidos de la prueba diagnóstica, se logra identificar una notable dificultad al momento de diferenciar estos dos temas. La retroalimentación de saberes se realiza de manera convencional con los dos grupos, sin embargo, para el grupo de control se hace más énfasis en el cuerpo teórico del tema y las fórmulas que se deben utilizar para el cálculo de áreas de figuras planas, esto ya que la clase es orientada de manera convencional y esta es la manera como bajo esta metodología se oriente el tema correspondiente a áreas de figuras planas.

Antes de continuar con la descripción de los objetivos de cada una de las preguntas de las actividades desarrolladas, es importante mencionar que, cada pregunta o actividad se realiza con el mismo objetivo para el grupo TIC y para el grupo de control, sin embargo, la metodología al momento de presentarlo y desarrollarlo con los estudiantes es diferente con cada grupo.

### **Puntos abordados en la actividad.**

**Primer punto**

*Grupo TIC: Haciendo uso del software GeoGebra, ubique sobre el plano cartesiano los siguientes puntos.*

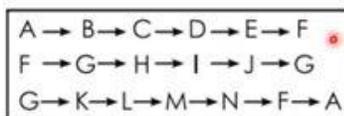
*Grupo de control: Haciendo uso de la regla, construya un plano cartesiano. Luego ubique sobre él, los siguientes puntos.*

A (2,6); B (1,7); C (1,9); D (2,8); E (3,9); F (3,7); G (9,7); H (9,9); I (10,11); J (10,9); K (9,3); L (8,5); M (4,5); N(3,3).

El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes, recuerden la manera correcta de ubicar puntos en el plano cartesiano a partir de la identificación correcta de ejes cartesianos y parejas ordenadas.

**Segundo punto**

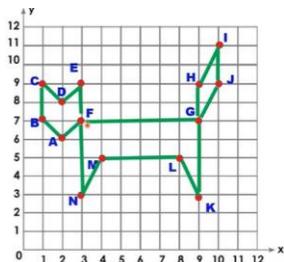
*Grupo TIC: Haciendo uso de la herramienta “segmento”, una los puntos como se indica en el siguiente cuadro:*



*Figura 18. Segundo punto – actividad áreas de figuras compuestas grupo TIC*

*Grupo de control: Haciendo uso de la regla, una los puntos ubicados en el plano cartesiano. (Esta actividad es completamente guiada por la docente).*

El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes logren construir de manera correcta la figura oculta en los puntos ubicados en el plano cartesiano del anterior punto, a partir de una secuencia de puntos. Para ello, deben hacer uso de segmentos y seguir la secuencia establecida. Al finalizar la actividad, los estudiantes deben presentar la siguiente figura:



*Figura 19. Construcción esperada segundo punto actividad 1.*

**Tercer punto**

Se requiere calcular el área total de la figura resultante, ¿Cómo lo haría? (Se plantea el ejercicio para los dos grupos)

Esta pregunta se realiza con el propósito de conocer argumentos, opiniones o puntos de vista o ideas que permitan la solución al interrogante hecho. Aquí se acude a la creatividad y argumentación de los estudiantes.

***Cuarto punto***

Siga las instrucciones descritas a continuación:

1. Divida la figura anterior en figuras geométricas conocidas, triángulo, rectángulo, cuadrado, trapecio, etc.
2. Calcule el área de cada una de las figuras que le resultaron, luego de realizar el paso 4.
3. Sume el resultado de todas las áreas y escriba el resultado final

Con estas instrucciones se espera que los estudiantes resuelvan el ejercicio planteado al inicio, contrasten con las propuestas que hicieron en el tercer punto y permitan a las docentes establecer diferencias entre sus respuestas antes de la instrucción y después de la instrucción. Se espera que este análisis permita tener un primer panorama acerca de la forma como los estudiantes argumentan al momento de resolver la pregunta y los posibles cambios que pueden generarse en sus argumentos o respuestas, después de emitidas las instrucciones.

## **ACTIVIDAD 2**

### **Presentación de la actividad 2**

Esta actividad es realizada por los estudiantes de manera individual. El grupo TIC trabaja con GeoGebra en línea (<https://www.geogebra.org/classroom/wyy92f9j>)<sup>2</sup> y el grupo de control, trabaja de manera convencional en el aula de clase. La actividad consta de cuatro preguntas descritas a continuación:

### **Puntos abordados en la actividad**

Se plantean dos preguntas relacionadas con perímetro

---

<sup>2</sup> Enlace de la actividad propuesta en GeoGebra en Línea

### Primera pregunta

Grupo TIC:

juandavidca201105@gmailcom

< 3/25 >

Esto es solo una vista previa y

Tarea 1: Lea atentamente y escoja la opción que usted considere correcta

Andrés ha homeado un pastel de forma rectangular y desea adornarlo colocando cinta solo alrededor del pastel. Para saber cuantos centímetros de cinta necesita, Andrés debe calcular

Marca todas las que correspondan

- A  El área del pastel  
B  El perímetro del pastel

REVISA TU RESPUESTA (3)

Figura 20. Pregunta 1. Actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC

Grupo de control:

Para celebrar el día del género se decora el tablero del salón encerrándolo con cinta roja. Si se quiere saber la cantidad de cinta que será necesaria para realizar lo anterior, ¿Qué se debe calcular, área o perímetro? Explique

### Segunda pregunta

Grupo TIC:

Tarea 2: Lea y resuelva

¿Cuál es el perímetro de un cuadrilátero cuyas medidas son, 10cm, 8 cm, 3cm y 5cm?

Marca todas las que correspondan

- A  600cm  
B  40cm  
C  26 cm  
D  Ninguna de las anteriores

Figura 21. Pregunta 2. Actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC

Grupo de control:

¿Cuál es el perímetro de un rectángulo que tiene 8cm de largo y 4 cm de ancho?

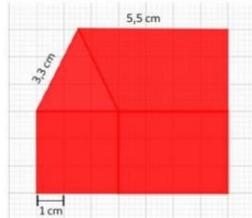
El objetivo de las dos primeras preguntas es conocer el avance de los estudiantes frente a la claridad del concepto de perímetro. Esto ya que en la prueba diagnóstica se evidencia dificultades o vacíos conceptuales frente a este tema. Con esta pregunta, se espera visualizar dicho avance a través de las respuestas correctas que emitan los estudiantes y del cálculo correcto de perímetro.

### Tercera pregunta

Encuentre el área de la siguiente figura. (La pregunta es formulada exactamente igual para los dos grupos)

juandavidca201105@gmailcom

< 3/25 >



Encuentre el área de la figura compuesta, haciendo uso de GeoGebra

Figura 22. Pregunta 3 actividad 2 de áreas de figuras compuestas

El objetivo de esta pregunta es conocer las estrategias que los estudiantes plantean para dar solución al ejercicio. Conocer que tan ceñidos son a las instrucciones del docente o si por el contrario establecen estrategias diferentes a la ya estudiada previamente que consiste en dividir la figura en varias que les sean familiares, como se realizó en la primera actividad.

Una particularidad encontrada en los resultados de la prueba diagnóstica es que dada una figura con un área determinada y cambiar de posición la figura, los estudiantes no identifican que, pese al cambio en la forma de la figura, el área de esta sigue siendo la misma. Por lo anterior, en la cuarta pregunta se hace uso del tangram, de la siguiente forma:

### Cuarta pregunta grupo TIC

Encuentre el área del cuadrado. Luego arme las figuras del libro (libro guía de los estudiantes) y encuentre también el área de las figuras. ¿Cambia el área cuando cambia la forma?

thais shariith hoyos rincón

< 10/25 >

Edo en solo una sola pieza y se

Tarea 3: Encuentre el área del cuadrado. Luego arme las figuras del libro y encuentre también el área de las figuras. ¿cambia el área cuando cambia la forma?

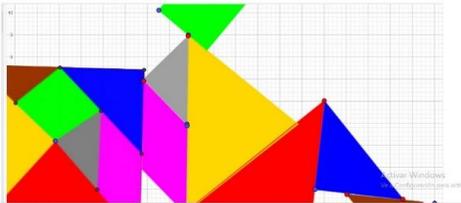


Figura 23. Pregunta 4 actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo TIC

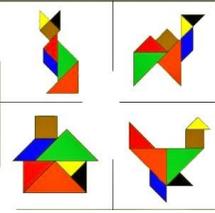
*Cuarta pregunta grupo de control*

Se entrega el material impreso.



*Figura 24. Tangram utilizado con el grupo de control*

- Calcule el área del cuadrado del tangram. (La docente proporciona todas las medidas necesarias de las fichas).
- Construya las siguientes figuras haciendo uso de las fichas del tangram y encuentre el área para cada una de ellas.
- Al armar las diferentes figuras, ¿El área de estas cambia o se mantiene igual? Explique.



*Figura 25. Pregunta 4 actividad 2 de áreas de figuras compuestas grupo de control*

El objetivo de esta última actividad es conocer si la dificultad evidenciada en la prueba diagnóstica, fue superada de manera total o parcial o si por el contrario tal dificultad persiste.

**Evaluación – áreas de figuras compuestas: Descubriendo lo aprendido**

**Presentación de la evaluación**

Con el fin de conocer los avances de los estudiantes frente a la primera parte de la temática abordada, se realiza con los dos grupos de trabajo la evaluación correspondiente. Esta evaluación se realiza haciendo uso de un cuestionario (el mismo para los dos grupos), el cual consta de nueve preguntas cuyo objetivo se describe a continuación.

**Cuestionario evaluación área de regiones compuestas**

**Pregunta 1**

Observe la figura

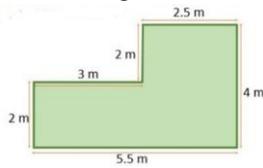


Figura 26. Pregunta 1 cuestionario – área de figuras compuestas.

Andrés realizó lo siguiente:

$$2m + 3m + 2m + 2.5m + 4m + 5.5m = 19m$$

El valor encontrado por Andrés corresponde a:

- A. Perímetro
- B. Área
- C. Volumen
- D. Ninguna de las anteriores

El objetivo con el cual se realiza esta pregunta es, identificar la asociación de perímetro que hacen los estudiantes a partir de una figura geométrica plana para verificar así sus avances después de las actividades desarrolladas y comparar estos resultados con los obtenidos en la prueba diagnóstica.

**Pregunta 2**

Con el procedimiento realizado por Andrés, se puede determinar:

- A. Medida de la superficie
- B. Medida total del contorno de la figura
- C. Medida de la altura de la figura
- D. Ninguna de las anteriores

La pregunta dos se relaciona con la pregunta uno y el objetivo es conocer las relaciones que establecen los estudiantes entre los conceptos de perímetro o área y sus posibles definiciones intuitivas de la segunda pregunta.

**Pregunta 3**

Se desea encontrar el área de la siguiente figura:

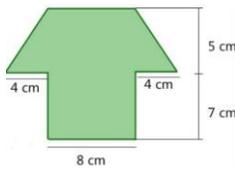


Figura 27. Pregunta 3 cuestionario – área de figuras compuestas

Un procedimiento posible puede ser:

- A. Sumar las medidas de sus lados
- B. Descomponer la figura dada en figuras conocidas, calcular por separado el área de cada figura y finalmente sumar para encontrar el área total.
- C. Multiplicar las medidas de todos los lados
- D. Ninguna de las anteriores

El objetivo de esta pregunta es conocer en primer lugar, si la confusión identificada en la prueba diagnóstica frente a los conceptos de área y perímetro fue superada de manera total o parcial o si por el contrario aún persiste. Y en segundo lugar verificar la pertinencia de las actividades desarrolladas en relación con el aprendizaje de los estudiantes de los dos grupos.

**Pregunta 4**

Observe la siguiente figura



Figura 28. Pregunta 4 cuestionario – área de figuras compuestas

¿Las imágenes tienen la misma área? Escriba la razón de su respuesta.

Una de las particularidades encontradas en la actividad de diagnóstico, es la asociación incorrecta que hacen los estudiantes del área de una figura con la forma de esta. Con el propósito de trabajar en esta parte, se utilizó con los estudiantes el tangram, por lo que el objetivo de esta pregunta es comprobar si esta dificultad fue o no superada por parte de los estudiantes y conocer la pertinencia del instrumento utilizado para superar tal dificultad.

**Pregunta 5**

Encuentre el área de la figura del punto 3.

El objetivo de esta pregunta es conocer la capacidad de comunicación que alcanzaron los estudiantes de los dos grupos después de las actividades desarrolladas. Además de conocer a través de los procedimientos presentados por los estudiantes las estrategias que plantean para resolver la pregunta.

**Pregunta 6**

Observe la siguiente figura, luego responda las preguntas 6 y 7.

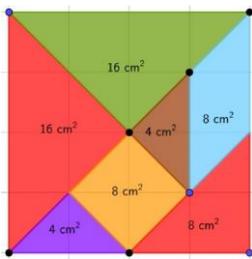


Figura 29. Pregunta 6 cuestionario – área de figuras compuestas

¿qué procedimiento sigue para encontrar el área total del cuadrado?

El objetivo de la pregunta es conocer las estrategias planteadas por los estudiantes para dar respuesta al interrogante y la relación de estas frente a las actividades desarrolladas en clase, es decir si son exactamente iguales a las propuestas en clase o se presentan algunas nuevas y/o diferentes.

**Pregunta 7**

Al utilizar las fichas del tangram anterior para construir una nueva figura, como la que se muestra a continuación, ¿cómo es el área de la nueva figura en comparación al área del cuadrado, se conserva o cambia? Explique



Figura 30. Pregunta 7 cuestionario – área de figuras compuestas

Al solicitar en la pregunta 7 la explicación de la pregunta, se busca conocer los argumentos presentados por el estudiantado con relación al área de una figura y la forma de la misma, en donde no hay variación de las medidas de la figura inicial.

**Pregunta 8**

Una casa de campo tiene un jardín de forma rectangular de 30 m de largo por 25 m de ancho. En el jardín hay una piscina de forma cuadrada de 10 m de lado. ¿Cuál es el área del jardín alrededor de la piscina? Para resolver el problema puede seguir los pasos descritos a continuación:

- realiza un bosquejo de la situación planteada.
- Coloca las medidas correspondientes.
- Determina cuantas áreas tiene que calcular.
- Explique cómo calcula el área de la región solicitada

Esta pregunta se realiza con el propósito de conocer el nivel de interpretación de la información suministrada, lo cual se refleja en las construcciones del esquema realizado por los estudiantes a partir de las instrucciones dadas en los literales a, b y c de la pregunta. En las respuestas obtenidas del literal d, se espera conocer los argumentos presentados por el estudiantado y el nivel de validez de los mismos frente a lo solicitado en la pregunta.

**Pregunta 9**

La superficie de una mesa está formada por una parte central cuadrada de 1m de lado y dos semicírculos adosados en dos lados opuestos.

- ¿Considera que son suficientes los datos que da el problema
- Describe el paso a paso a realizar para encontrar el área de la figura (no es necesario resolver el problema).



Figura 31. Pregunta 9 cuestionario – área de figuras compuestas

El objetivo de la pregunta nueve es conocer los argumentos que proponen los estudiantes y verificar, por un lado, los avances de los estudiantes en comparación con el inicio del proceso y,

por otro lado, la pertinencia de las diferentes actividades desarrolladas frente a los niveles de argumentación de los estudiantes.

**Actividades – áreas de figuras sombreadas: Descubriendo, calculando y aplicando las áreas sombreadas.**

### **ACTIVIDAD 1:**

#### **Presentación de la actividad 1:**

La actividad propuesta a los estudiantes con relación a la temática, cálculo de áreas de figuras sombreadas, se aplicó a dos grupos de estudiantes del grado séptimo, denominados por el docente como, grupo de control y grupo TIC, cada grupo conformado por 20 estudiantes, con la diferencia, de que en uno se abordó haciendo uso del software GeoGebra en línea y con el otro grupo aplicando la metodología convencional, haciendo uso de tablero, marcadores y regla, respectivamente. En cuanto a la estructura de la prueba, esta consiste en el diseño de 4 ejercicios, los cuales se desarrollarán a lo largo de cuatro sesiones de clase, uno por cada sesión y en equipos de trabajo, conformados por 4 estudiantes.

#### **Cuestionario de la actividad 1**

##### **Ejercicio 1: Exploración:**

**Grupo Tic Link de acceso:** Para acceder a este ejercicio se le facilita a cada estudiante un link y código de acceso a GeoGebra en línea

<https://www.geogebra.org/classroom/mspheu6k>

**Código de acceso:** MSPH EU6K

### Tarea 1

Mueva las figuras, siguiendo las instrucciones descritas abajo.

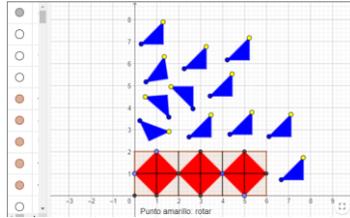


Figura 32. Tarea 1 – áreas sombreadas grupo TIC

- Utilice el punto amarillo para rotar las figuras y el punto azul para trasladarlas
- Con los triángulos azules, arme nuevamente los rombos, de tal forma que le queden iguales a los rombos rojos que ya están armados.

El objetivo de la tarea 1, es que el estudiante explore y se familiarice con el software matemático GeoGebra, y los diferentes movimientos que se pueden realizar en el plano cartesiano, con una figura geométrica, de manera precisa, los movimientos de rotación y traslación, a partir de instrucciones convencionales dadas por el docente, de tal manera que ubique todos triángulos flotantes sobre los rombos de color rojo, que se encuentran en la parte inferior.

### Tarea 2

Si tuvieras que encontrar el área de los rombos rojos, ¿Cómo lo harías? Describe tu estrategia

En la tarea 2, se propone una pregunta abierta, de modo que cada equipo de trabajo, plantee y explique una estrategia para calcular el área total de los rombos, inscritos en el rectángulo, es decir que la pregunta no se centra en obtener como respuesta un valor cuantitativo, sino cualitativo, en donde cada equipo organice sus ideas y describa su plan de acción.

### Ejercicio 2: De preparación y desarrollo de habilidades:

Link de acceso: <https://www.geogebra.org/classroom/nh62khx3>

Código: NH62 KHX3

### Tarea 3

Siga las instrucciones que encuentra después de la figura

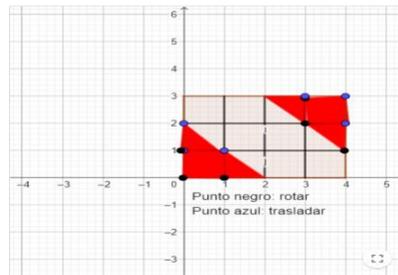


Figura 33. Tarea 3 – áreas sombreadas grupo TIC

1. Utilice el botón azul para trasladar las figuras y el negro para rotarlas. (en caso de necesitar mover las figuras).
2. Si la medida de cada cuadrado (rosa) es de 2cm de lado. ¿Cuál es la medida del área que está en color rojo?
3. Describa la estrategia que realizó para encontrar el área en el punto 2

El ítem 1, es planteado como una opción, a la cual puede recurrir el equipo de trabajo para desarrollar los siguientes los ítems 2 y 3, es decir es una posibilidad que puede considerar el estudiante.

En el ítem 2 se plantea una pregunta cerrada, que de manera explícita le sugiere al equipo de trabajo dar a respuesta cuantitativa, que tiene como objetivo analizar el procedimiento que realizan los estudiantes para encontrar el área de la figura sombreada, a partir de la visualización y análisis de una gráfica, de la cual pueden extraer datos que les sean útiles y fortalecer su capacidad creativa, para ejecutar una estrategia.

El objetivo del ítem 3, es que el equipo de trabajo pueda comunicar de forma argumentativa, la estrategia implementada en el punto anterior, para calcular el área de la región sombreada, a través de una descripción detallada de los procedimientos realizados, y verificar la apropiación de sus saberes previos y nuevos, con relación al objeto de estudio.

### Ejercicio 3: De aplicación

Link de acceso: <https://www.geogebra.org/classroom/shctgq6h>

Código: SHCT GQ6H

#### Tarea 4

Observa la figura

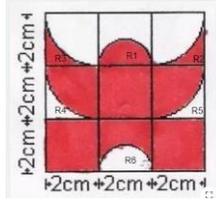


Figura 34. Tarea 4 – áreas sombreadas grupo TIC

- Describe una estrategia que utilizaría para calcular el área de color rojo.
- Si fuera posible mover las regiones,  $R1$ ,  $R2$ ,  $R3$ ,  $R4$ ,  $R5$  y  $R6$ , ¿Cuáles serían los movimientos que haría?
- Calcule el área de la región de color rojo y escriba el resultado

En el ítem a, los integrantes del equipo de trabajo, a través de la observación directa e interpretación de la figura en cuestión, deberán buscar y describir paso a paso una estrategia que les permita calcular el área de la región sombreada, evocando sus conocimientos previos y nuevos, en cuanto a las características de figuras geométricas básicas y los diferentes movimientos de rotación y traslación, que se pueden realizar en el plano cartesiano, en aras de construir una nueva figura, en este caso un rectángulo, para poder aplicar fórmulas matemáticas conocidas.

En el ítem b, se espera que el equipo de trabajo, a través de la observación directa, logre relacionar el área que ocupa cada una de las regiones nombradas en la figura y pueda realizar un intercambio entre pares, realizando movimientos de rotación y traslación en el plano.

El ítem c, es diseñado con el objetivo de que el equipo de trabajo, logre relacionar, organizar y ejecutar los procesos descritos en los ítems anteriores, para encontrar el área de la región solicitada, a partir de las medidas de longitud del cuadrado, en el cual se encuentran inscritas las figuras geométricas sombreadas.

#### . Ejercicio 4: De cierre

Link de acceso: <https://www.geogebra.org/classroom/smeywxdp>

Código: SMEY WXDP

### Tarea 5

Resuelva el problema planteado, teniendo en cuenta la imagen.

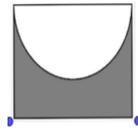


Figura 35. Tarea 5 –áreas sombreadas grupo TIC

- Si la medida del lado del cuadrado es 3cm. ¿Cómo se calcularía el área de la región de color gris?
- Si la medida del lado del cuadrado es 3cm. Encuentre el área de la región de color gris
- ¿Cómo se calcularía el área de la región gris, si la medida del cuadrado fuera  $L$ ?

En el ítem a, a partir de la ilustración gráfica y los datos proporcionados en la situación planteada, se espera que el estudiante este en la capacidad de comunicar de manera argumentativa, los procesos a ejecutar para calcular el área de la región sombreada, a través de la descomposición de la figura, identificando que en el cuadrado, se encuentra inscrito un semicírculo, cuyo diámetro coincide con la medida de longitud del lado del cuadrado, el cual es un dato que puede extraerse de la observación e interpretación de la gráfica, para encontrar el área de dicho círculo, la cual se debe restar al área total del cuadrado, para obtener como resultado, solo la medida del área que ocupa la región de color gris.

En el ítem b, la actividad está diseñada en miras de que el estudiante, ejecute cálculos matemáticos para encontrar el valor numérico del área de la región solicitada, lo que incluye de manera implícita realizar una interpretación de los datos proporcionados en la situación, pero de manera cuantitativa, más allá de explicar o justificar en detalle el proceso a seguir.

El diseño de la pregunta del ítem c, se enfoca en el analizar la capacidad que tiene el estudiante, para abstraer posibles conjeturas y plantear procedimientos algorítmicos, sin posibles datos numéricos, en donde entran en acción procesos relacionados con estrategias de ensayo y error o suposición y sustitución de datos aleatorios.

### Tarea 6

Utiliza la gráfica para responder la pregunta que se plantea al final

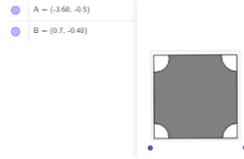


Figura 36. Tarea 6 – áreas sombreadas grupo TIC

Si la medida del lado del cuadrado es 4cm y el radio de las circunferencias es 1cm. ¿Cuál es el área de la región de color gris? Describe su procedimiento.

Se espera que el equipo de trabajo, logre a partir de la información gráfica y los datos numéricos proporcionados en la situación problema, diseñar y ejecutar una estrategia que le permita encontrar el área de la región sombreada, a partir del uso de conceptos abordados previamente, entre ellos, los elementos de una circunferencia, las fórmulas matemáticas para calcular áreas de figuras geométricas básicas, como cuadrado y el círculo y los movimientos que se pueden ejecutar en el plano cartesiano.

**Nota:** El cuestionario de la actividad 1, para el grupo de control, se entregará de manera física.

### Cuestionario de la actividad 1

**Grupo de control:** Se trabaja de manera convencional mostrando el área de una región sombreada, en donde el estudiante debe calcular dicha área, haciendo uso de los datos proporcionados en cada figura y las fórmulas para calcular el área de las mismas.

### Ejercicio 1:

Encontrar el área sombreada de la siguiente figura:

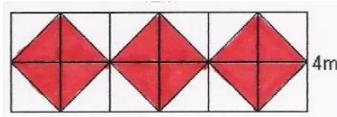


Figura 37. Ejercicio 1 – áreas sombreadas grupo de control

**Ejercicio 2:**

Encontrar el área sombreada de la siguiente figura:

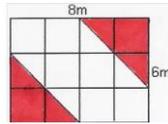


Figura 38. Ejercicio 2 – área sombreadas grupo de control

**Ejercicio 3:**

Encontrar el área sombreada de la siguiente figura:

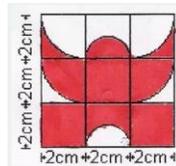


Figura 39. Ejercicio 3 – áreas sombreadas grupo de control

**Ejercicio 4:**

Observa la imagen

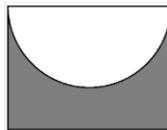


Figura 40. Ejercicio 4 – áreas sombreadas grupo de control

- a) Encontrar la medida del área gris, si se sabe que el lado del cuadrado mide 3cm.
- b) ¿Cuál sería el área de la región gris, si el lado del cuadro midiera L? Describe.

**Evaluación – áreas de figuras sombreadas: Demostrando mis habilidades**

**Presentación de la evaluación:**

La evaluación de la temática de regiones sombreadas, se aplicó a los dos grupos de trabajo séptimo, denominados por el docente como, grupo de control y grupo TIC. Dicha evaluación consta de cuatro preguntas estructuradas de diferente manera; cuatro de ellas fueron preguntas abiertas y una cerrada.

## Cuestionario de la evaluación:

### Pregunta 1:

Se quiere sacar el área de la región sombreada de la figura.

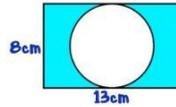


Figura 41. Pregunta 1 – cuestionario áreas sombreadas.

Describe un procedimiento que le puede permitir calcular dicha área.

En la pregunta se pretende que el estudiante, realice una interpretación de la gráfica, a través de la visualización directa y los datos entregados de manera explícita en la misma. De tal modo que, este en la capacidad de identificar las figuras geométricas que se abordan (circunferencia y rectángulo) y logre relacionar la medida de longitud del ancho del rectángulo, con la medida de longitud del diámetro de la circunferencia inscrita en él, es decir consiga extraer nuevos datos que le pueden ser útiles, para comprender mejor la situación problema y describir una estrategia, que le permita encontrar el área de la región sombreada; más allá de dar un valor cuantitativo.

### Pregunta 2:

En un examen de matemáticas se solicita a los estudiantes calcular el área de la siguiente región sombreada.

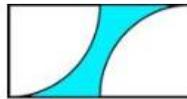


Figura 42. Pregunta 2 – cuestionario áreas sombreadas

- Ana afirma que no es posible calcular el área de la región sombreada, pues no hay medidas.
- Sergio afirma que se podría unir los cuartos de la circunferencia para obtener la mitad de la circunferencia, y después teniendo las medidas, se puede encontrar el área del rectángulo y restarle la de la mitad de la circunferencia.
- Julián afirma que hay dos semicircunferencias, entonces teniendo las medidas, se puede encontrar el área de las dos semicircunferencias, sumarlas y luego aplicar fórmulas para completar el procedimiento.

¿Cuál o cuáles estudiantes tienen la razón? Explique.

El objetivo de la situación problema planteada, está orientado en miras de que el estudiante, de manera inicial analice e interprete la gráfica presentada y poniendo en práctica sus conocimientos o saberes conceptuales, respecto a la temática abordada, desde su percepción plantee una posible

solución a la misma, la cual debe utilizar para seleccionar, uno de los tres procedimientos que describen una alternativa de solución diferente a la situación presentada, teniendo en cuenta que dicha selección debe ser justificada.

**Pregunta 3:**

Encuentre el área de la región sombreada que se muestra a continuación.

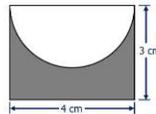


Figura 43. Pregunta 3 – cuestionario áreas sombreadas

La pregunta tiene como objetivo que el estudiante, a partir de la representación gráfica de una situación problema, logre analizar e interpretar los datos que aparecen de manera explícita en dicha gráfica, y a partir de los mismo, extraer datos nuevos, que contribuyan en la búsqueda de la respuesta de tipo cuantitativo. Es decir, deben recurrir a sus saberes previos y nuevos, como, por ejemplo, a la aplicabilidad de algoritmos, relacionados con el uso de fórmulas, para calcular el área de las figuras geométricas, que se pueden apreciar en la gráfica.

**Pregunta 4:**

Se quiere calcular el área de un terreno cuadrado de lado 4m, en cuyo centro hay una piscina de forma circular y diámetro 4m.

Realice lo siguiente:

- Construya una gráfica del problema
- Escriba las medidas correspondientes en el problema
- Describa el procedimiento que seguirá para resolver el problema
- Resuelva el problema y escriba su respuesta.

En la situación problema planteada el estudiante debe interpretar la información suministrada, y posterior a ello, representarla de manera gráfica, lo que implica que debe manejar conceptos básicos, como, por ejemplo, reconocer las características de las figuras geométricas que se incluyen en la situación, (cuadrado, círculo) con sus respectivas fórmulas para calcular su área, describiendo el paso a paso a seguir. Debe además describir y ejecutar el paso a paso para encontrar el área.

## 5 Capítulo IV: Presentación y Análisis de resultados

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos en las tres pruebas escritas desarrollados con los dos grupos de trabajo, grupo TIC y grupo de control, se elabora para las preguntas de selección múltiple con única respuesta, una tabla en la que aparece la pregunta, las opciones de respuesta, la cantidad de estudiantes y los porcentajes correspondientes a los mismos, en cada uno de los grupos; a partir de estos resultados se realiza el análisis correspondiente de cada pregunta.

Dentro de las pruebas realizadas, se incluyen preguntas abiertas que permitan evidenciar resultados referentes a los procesos de comunicación y argumentación de los estudiantes al momento de resolver un ejercicio o problema referente al tema trabajado. Con el propósito de realizar un análisis completo de los resultados obtenidos y que además se maneje en el mismo esquema de las preguntas de selección múltiple con única respuesta, se construye una rúbrica para cada una de las preguntas, en donde se especifican unas categorías en las que es posible ubicar a los estudiantes de acuerdo con las respuestas obtenidas en las pruebas.

Para completar el análisis y mostrar un panorama más claro de los resultados obtenidos, se construye además para cada una de las tablas, la gráfica estadística correspondiente, en la que es posible evidenciar y comparar los porcentajes obtenidos en los dos grupos. A Continuación, se presenta la tabulación, ilustración e interpretación de los resultados obtenidos en la aplicación de las tres pruebas escritas para el grupo TIC y de control, prueba diagnóstica, examen escrito de área de figuras compuestas y examen escrito de figura de áreas sombreadas.

### 5.1 análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.

Antes de iniciar a realizar el análisis de la prueba diagnóstica presentada por los dos grupos, denominados grupo de control y grupo TIC, es importante aclarar que se realiza la misma prueba en ambos grupos, y además en ese momento de la práctica educativa, aún no se habían implementado recursos digitales con ninguno de los grupos mencionados, es decir que solo se hace el distintivo de los nombres.

#### PREGUNTA N° 1:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observa el siguiente rectángulo:	<b>Opción 1:</b>	4	20%	3	15%

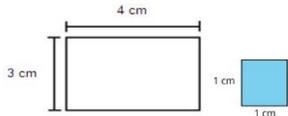
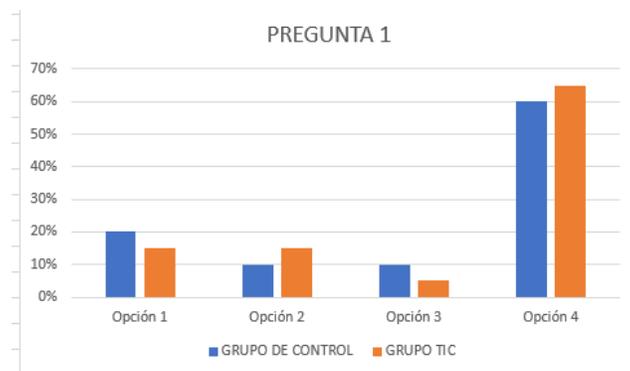
 <p>Si se quisiera llenar el rectángulo con cuadrados, como el de la figura, ¿Cuántos cuadrados cree que es posible colocar en el rectángulo de tal modo que este quede completamente lleno? Explica tu respuesta.</p>	La respuesta es correcta y coherente en cuanto a su argumentación				
	<b>Opción 2:</b> La respuesta es correcta, pero falta claridad en su argumentación	2	10%	3	15%
	<b>Opción 3:</b> La respuesta es correcta, pero no se argumenta.	2	10%	1	5%
	<b>Opción 4:</b> La respuesta es incorrecta, no utiliza las medidas de longitud dadas en la figura	12	60%	13	65%

Tabla 3. Conteo y porcentaje pregunta 1 – prueba diagnóstica

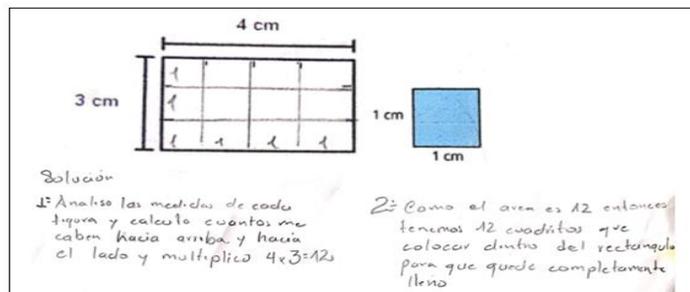


Gráfica 1. Gráfico de barras pregunta 1 – Prueba diagnóstica

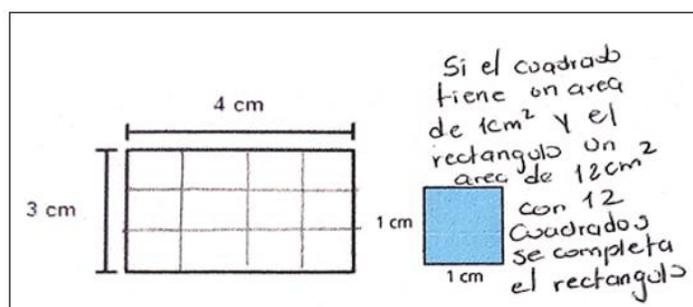
Tanto de la tabla de información y del gráfico estadístico, se puede inferir que, el porcentaje de estudiantes que logra resolver la situación planteada de manera correcta, apoyando su respuesta con argumentos claros y coherentes, haciendo uso de las medidas de longitud de la figura y estableciendo una relación entre esta y el patrón de medida presentado, para lograr cubrir el interior de la figura, está por debajo del 50% del total de estudiantes, tanto en el grupo de control como en el grupo TIC, con un porcentaje de 20% y 15% respectivamente. De esto se puede inferir que la

mayoría de estudiantes, no logran realizar el primer paso expuesto por (Polya, 1981), según el cual deben en primer lugar comprender el problema para después abordarlo.

A continuación, se presenta la evidencia fotográfica de la respuesta de dos estudiantes:

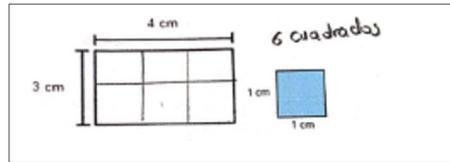
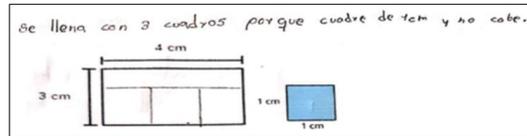


Fotografía 1. Evidencia 1 respuesta 1 – prueba diagnóstica



Fotografía 2. Evidencia 2 respuesta 1 – prueba diagnóstica.

También se puede afirmar que, los estudiantes que no logran establecer una relación entre la unidad de medida y la figura geométrica presentada con sus respectivas medidas, supera el 50% del total de estudiantes, tanto en el grupo de control como en el grupo TIC. En las evidencias fotográficas que se presentan a continuación, se puede observar que los estudiantes no utilizan de manera correcta la información dada, respecto a las medidas de longitud de las figuras, puesto que, se puede inferir que se guían por el tamaño que tiene la unidad de medida, sin analizar su área y la del rectángulo que se desea cubrir. En este caso podría suceder que si bien, los estudiantes conocen algunos conceptos geométricos presentan dificultad para utilizarlos en la solución de una situación problema, (López & Esteves, 2008).

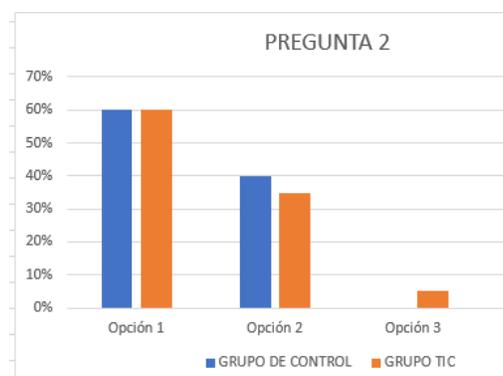


Fotografía 3. Evidencia 3 respuesta 1 – prueba diagnóstica

**PREGUNTA N° 2:**

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
¿Qué figuras geométricas conoces?	<b>Opción 1:</b> Reconoce al menos 4 de las figuras geométricas básicas: cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo.	12	60%	12	60%
	<b>Opción 2:</b> Reconoce más de cinco figuras geométricas.	8	40%	7	35%
	<b>Opción 3:</b> No responde	0	0%	1	5%

Tabla 4. Conteo y porcentaje pregunta 2 – prueba diagnóstica



Gráfica 2. Gráfico de barras pregunta 2 – Prueba diagnóstica

Al realizar el análisis de las respuestas dadas por los dos grupos, denominados grupo TIC y grupo de control, se deduce que más del 50% de los estudiantes de ambos grupos, tiene una percepción clara de la representación de una figura geométrica; de manera explícita el 60% del total de estudiantes, en ambos grupos reconocen cuatro de las figuras geométricas básicas.

Por otra parte, se evidencia un porcentaje alto de estudiantes que conocen más de cinco figuras geométricas, el cual se encuentra distribuido, de la siguiente manera: el 40% en el grupo de control y 35% en el grupo TIC

Por último, podemos afirmar que el porcentaje de estudiante que no resuelven el interrogante planteado, no supera en 5% del total de estudiantes, es decir que de manera general se puede inferir que, el mayor número de estudiantes de cada grupo tiene clara la percepción de una figura geométrica.

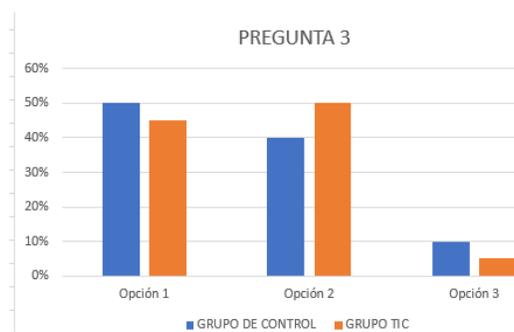
Con los resultados anteriores nuevamente se evidencia que para la gran mayoría de los estudiantes es familiar lo referente a las figuras geométricas por lo que parafraseando a (López & Esteves, 2008), se podría decir que pese a conocer algunos de los conceptos geométricos, presentan dificultad en su aplicación al momento de resolver problemas.

### PREGUNTA N° 3:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Dibuja un cuadrado, cuya área sea 36 centímetros cuadrados	<b>Opción 1:</b> Dibuja un cuadrado, que cumple con la	10	50%	9	45%

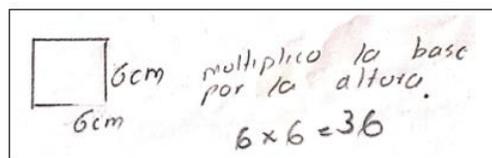
	consigna solicitada.				
	<b>Opción 2:</b> Dibuja el cuadrado, pero no cumple con la consigna, ya que confunde el concepto de área y perímetro	8	40%	10	50%
	<b>Opción 3:</b> No responde.	2	10%	1	5%

Tabla 5. Conteo y porcentaje pregunta 3 – prueba diagnóstica



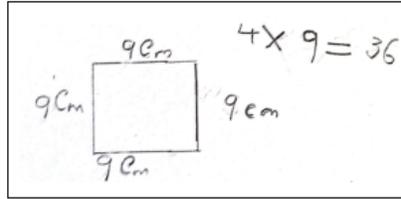
Gráfica 3. Gráfico de barras pregunta 3 – Prueba diagnóstica

Al comparar los resultados obtenidos en el grupo de control y el grupo TIC, podemos concluir que el 50% y el 45% del total de estudiantes de cada grupo respectivamente, sigue la consigna de la situación planteada, utilizando los datos proporcionados y la noción de los procedimientos o la aplicabilidad de las fórmulas, para encontrar el área de una figura geométrica. A continuación, se adjunta una fotografía en donde se evidencia el procedimiento realizado por un estudiante.



Fotografía 4. Evidencia 1 respuesta 3 – prueba diagnóstica

Por otra parte, se evidencia un porcentaje alto de estudiantes de ambos grupos que, confunde el concepto de perímetro y área, es decir que no se han apropiado de manera significativa de los mismos, para ser más precisos, el 40% del grupo de control y el 50% el grupo TIC. A continuación, se adjunta una fotografía en donde se evidencia el procedimiento realizado por un estudiante.



Fotografía 5. Evidencia 2 respuesta 3 – prueba diagnóstica

Concluyendo con el análisis de los resultados obtenidos, podemos afirmar que la mitad del grupo de control, es decir el 50% de los estudiantes presentan falencias en la apropiación del concepto de área y en el grupo TIC el 55%, superando el 50% de total de estudiantes. Es decir que la falencia es bastante notoria, por lo que apoyándose en (López & Esteves, 2008), se puede afirmar que los estudiantes tienen una noción de área pero presentan dificultad para aplicarla.

#### PREGUNTA N° 4:

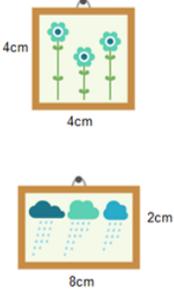
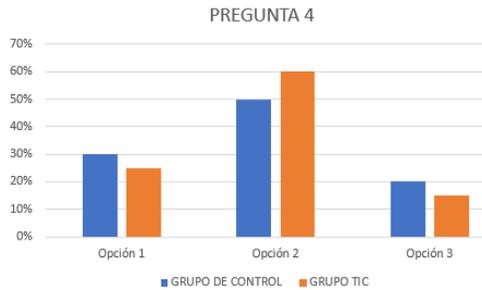
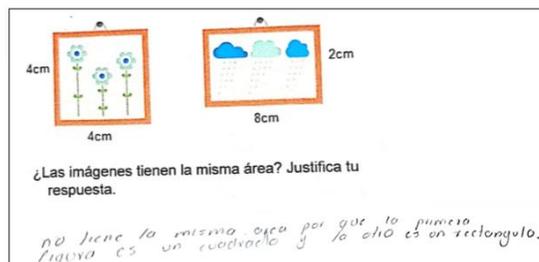
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observa las siguientes imágenes y luego responde.  ¿Las imágenes tienen la misma área? Justifica tu respuesta.	<b>Opción 1:</b> Relaciona correctamente los datos de las figuras, lo cual se evidencia en su argumentación	6	30%	5	25%
	<b>Opción 2:</b> Relaciona incorrectamente la noción de área, con la forma de la figura.	10	50%	12	60%
	<b>Opción 3:</b> No responde.	4	20%	3	15%

Tabla 6. Conteo y porcentaje pregunta 4 – prueba diagnóstica



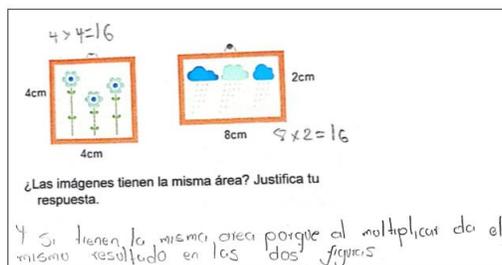
Gráfica 4. Gráfico de barras pregunta 4 – Prueba diagnóstica

En el análisis de los resultados obtenidos por parte de los estudiantes respecto a la pregunta en cuestión, se puede observar que existe un número significativo de estudiantes que presentan dificultad en la interpretación y asimilación del concepto de área de figura geométrica, debido a que argumentan que, al tratarse de figuras geométricas diferentes, en cuanto a sus características y forma, el valor numérico asignado a su área debe ser diferente. De manera más explícita el 50% y el 60% del total de estudiantes del grupo de control y del grupo TIC respectivamente, presentan argumentos similares a la descripción anterior, como se puede apreciar en la siguiente evidencia fotográfica, en donde se infiere que el estudiante concluye que las figuras no tienen la misma área, por tratarse de dos figuras diferentes



Fotografía 6. Evidencia 1 respuesta 4 – prueba diagnóstica

Continuando con el análisis, la opción 1 de la gráfica, corresponde al total de estudiantes del grupo de control y el grupo TIC, que dan una respuesta acertada a la situación planteada con argumentos válidos y coherentes con relación al tema en cuestión, pero como se puede observar el porcentaje está por debajo del 50% del total de estudiantes en ambos grupos, es decir que el resultado obtenido, nos permite inferir que no hay apropiación del concepto de área de figuras geométricas en la gran mayoría de los estudiantes. A continuación, se presenta una evidencia fotográfica, en la cual el estudiante justifica su respuesta y de manera implícita deja entre ver que utiliza la fórmula para calcular el área del cuadrado y el rectángulo.



Fotografía 7. Evidencia 2 respuesta 4 – prueba diagnóstica

**PREGUNTA N° 5:**

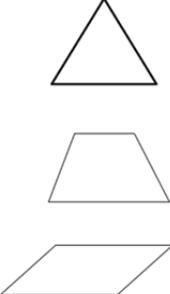
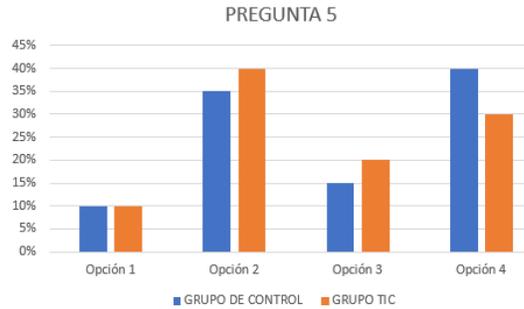
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado de grupo de control	Porcentaje de grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Identifique en las siguientes figuras la base y la altura. 	<b>Opción 1:</b> Reconoce la base y la altura de una figura geométrica.	2	10%	2	10%
	<b>Opción 2:</b> Reconoce la base, pero no la altura de una figura geométrica.	7	35%	8	40%
	<b>Opción 3:</b> Reconoce la altura, pero no base de una figura geométrica.	3	15%	4	20%
	<b>Opción 4:</b> No reconoce ni la base, ni la altura de una figura geométrica.	8	40%	6	30%

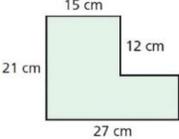
Tabla 7. Conteo y porcentaje pregunta 5 – prueba diagnóstica



Gráfica 5. Gráfico de barras pregunta 5 – Prueba diagnóstica

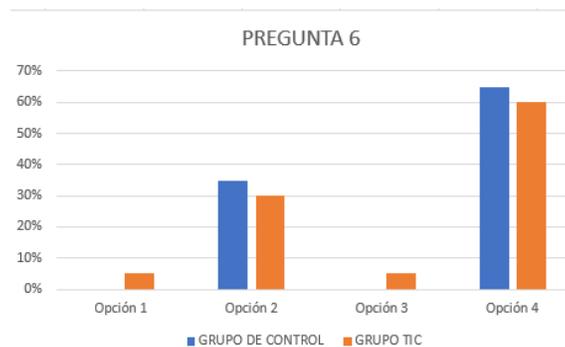
De manera similar en el grupo de control y en el grupo TIC, se puede observar que solo el 10% del total de estuđinates logró identificar la base y la altura de las figuras geométricas presentadas. Por otro lado, se puede inferir de la opción 1, 2 y 3 en ambos grupos que, la gran mayoría de estuđiantes presenta dificultad en la identificación de la altura de las figuras geométricas y de la opción 4 se puede afirmar que menos del 50% del total de estuđiantes del grupo de control y del grupo TIC, no reconocen ni la base, ni la altura de una figura geométrica, siendo mayor el porcentaje en el primer grupo mencionado, con una diferencia del 10%, respecto al segundo.

#### PREGUNTA N° 6:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observe la siguiente figura  Si se le solicita encontrar el área total de la figura, ¿cómo lo haría? Escriba su estrategia	<b>Opción 1:</b> Describe con argumentos coherentes, una estrategia para calcular el área de la figura ilustrada.	0	0%	1	5%
	<b>Opción 2:</b> Describe con argumentos poco contundentes, su estrategia para calcular el área de la figura ilustrada.	7	35%	6	30%
	<b>Opción 3:</b> No presenta argumentos al	0	0%	1	5%

	momento de calcular el área de la figura ilustrada, sólo se limita a dar un valor cuantitativo del área.				
	<b>Opción 4:</b> No responde	13	65%	12	60%

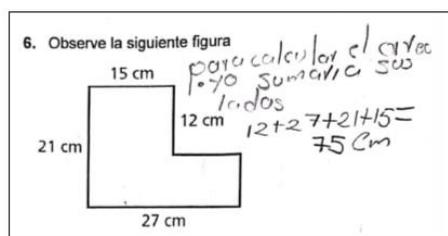
Tabla 8. Conteo y porcentaje pregunta 6 – prueba diagnóstica



Gráfica 6. Gráfico de barras pregunta 6 – Prueba diagnóstica

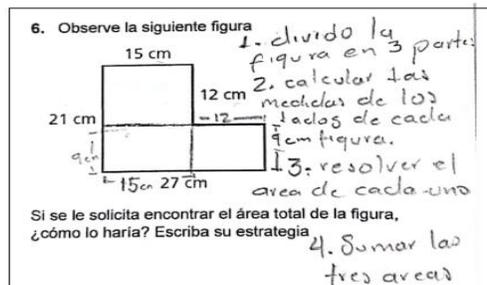
De manera general en el análisis de los resultados obtenidos en la pregunta 6, se puede observar que la mayor parte de los estudiantes, tanto del grupo de control como del grupo TIC, superan el 50% del total de estudiantes que no realizaron la situación problema planteada, para mayor precisión el porcentaje corresponde al 65% y el 60% respectivamente.

También se puede apreciar que menos del 50% en ambos grupos, realizaron la situación problema, pero su argumentación para justificar los procedimientos realizados, fue poco coherente, debido a que confunden el concepto de perímetro con el área de una figura geométrica, como se muestra en la siguiente evidencia fotográfica:



Fotografía 8. Evidencia 1 respuesta 6 – prueba diagnóstica

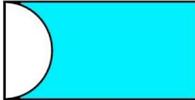
Por otra parte, sólo en el grupo TIC el 5% de estudiantes dio una respuesta acertada, a partir de argumentos coherentes, especificando la descomposición de la figura ilustrada en figuras conocidas, más sencillas (cuadrado y rectángulo), haciendo uso correcto de las medidas de longitud dadas. Enseguida mediante una evidencia fotográfica se muestra la descripción de la estrategia realizada por un estudiante, para calcular el área de la figura compuesta:



Fotografía 9. Evidencia 2 respuesta 6 – prueba diagnóstica

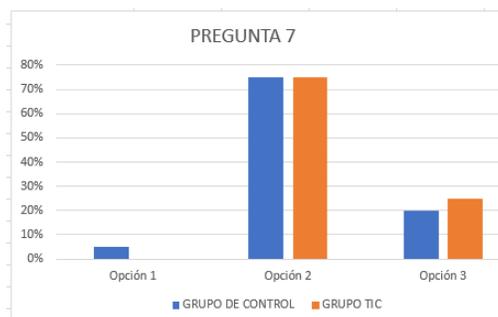
Por el alto porcentaje de estudiantes que se abstienen de emitir una respuesta y parafraseando a (Polya, 1981), se puede inferir que los estudiantes presentan dificultad al momento de abordar la situación problema, esto puede deberse a la falta de interpretación y comprensión de la información suministrada en el mismo, lo que hace que les resulte difícil abordar el resto del problema.

## PREGUNTA N° 7

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observe la siguiente figura:  Si se le solicita encontrar el área de la región, ¿cómo lo haría? Escriba su estrategia	<b>Opción 1:</b> Argumenta de manera clara y coherente su estrategia, para abordar la situación planteada.	1	5%	0	0%
	<b>Opción 2:</b> Se evidencia poca coherencia y solidez en sus argumentos, para abordar la	15	75%	15	75%

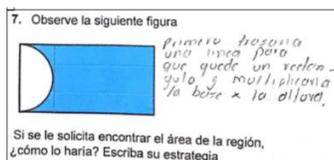
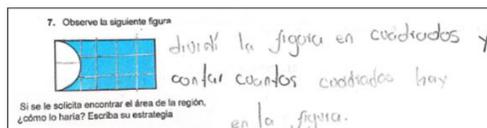
	situación problema.				
	<b>Opción 3:</b> No hay respuesta	4	20%	5	25%

Tabla 9. Conteo y porcentaje pregunta 7 – prueba diagnóstica



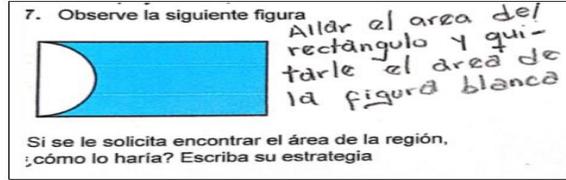
Gráfica 7. Gráfico de barras pregunta 7 – Prueba diagnóstica

A partir de los resultados obtenidos podemos deducir que el 75% del total de estudiantes, tanto en el grupo de control como en el grupo TIC presentan dificultad en el momento de explicar o refutar con argumentos coherentes y sólidos el procedimiento a realizar para resolver una situación planteada, en este caso el cálculo del área de una figura compuesta sombreada, como se puede apreciar en las siguientes evidencias fotográficas:



Fotografía 10. Evidencia 1 respuesta 7 – prueba diagnóstica

Sin embargo, se resalta que el 5% del total de estudiantes del grupo de control, describe con argumentos coherentes y sólidos, el procedimiento a ejecutar, para encontrar el área solicitada. En la siguiente evidencia fotográfica se puede apreciar que el estudiante identifica dos figuras geométricas, un rectángulo, el cual menciona de manera explícita y otra figura, a la cual no le asigna un nombre y calcula el área sombreada quitando el área de dicha figura al área total del rectángulo.



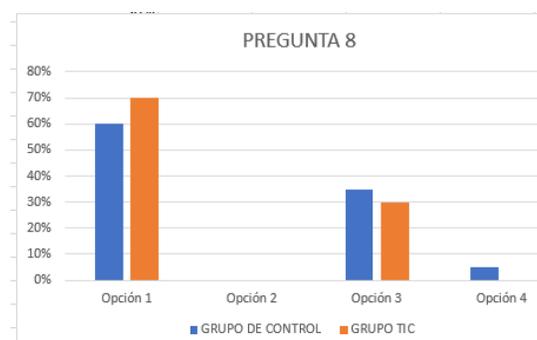
Fotografía 11. Evidencia 2 respuesta 7 – prueba diagnóstica

Para agregar, también se puede inferir que menos del 50% del total de estudiantes en ambos grupos, no realiza la explicación del procedimiento a realizar para el cálculo del área de la región solicitada, es decir no dan respuesta alguna. Este caso es similar al anterior, sin embargo aunque el porcentaje de estudiantes que no emiten una respuesta es inferior, podría decirse que existen estudiantes que no comprenden como abordar el problema, lo que corresponde a lo expuesto por (Polya, 1981).

**PREGUNTA N° 8:**

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Considera que aprender a encontrar el área de una figura es útil para solucionar problemas de la vida cotidiana. ¿Por qué?	<b>Opción 1:</b> Responde sí, y además argumenta su respuesta	12	60%	14	70%
	<b>Opción 2:</b> Responde no, y argumenta su respuesta.	0	0%	0	0%
	<b>Opción 3:</b> Responde sí, pero no argumenta	7	35%	6	30%
	<b>Opción 4:</b> Responde no, pero no argumenta	1	5%	0	0%

Tabla 10. Conteo y porcentaje pregunta 8 – prueba diagnóstica



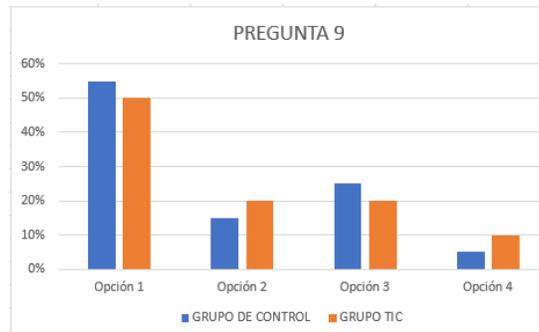
Gráfica 8. Gráfico de barras pregunta 8 – Prueba diagnóstica

Como se puede observar en la gráfica, la gran mayoría de estudiantes de igual manera en el grupo de control y el grupo TIC, responden que, si es importante aprender a calcular el área de una figura geométrica para resolver situaciones cotidianas, sin embargo, no todos dan a conocer su punto de vista o explican de manera explícita el porqué de su respuesta, sólo el 60% del grupo de control y el 70% del grupo TIC argumentan su respuesta, desde sus vivencias. Por otro lado, solo el 5% del grupo de control da como respuesta un no, a la pregunta planteada, pero no justifica el por qué.

### PREGUNTA N° 9:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Qué actividades le gustaría que se hicieran en clase para aprender a calcular el área de una figura geométrica	<b>Opción 1:</b> Uso de recursos tecnológicos	11	55%	10	50%
	<b>Opción 2:</b> Juegos	3	15%	4	20%
	<b>Opción 3:</b> Actividades convencionales	5	25%	4	20%
	<b>Opción 4:</b> Actividades lúdicas	1	5%	2	10%

Tabla 11. Conteo y porcentaje pregunta 9 – prueba diagnóstica



Gráfica 9. Gráfico de barras pregunta 9 – Prueba diagnóstica

Respecto a la pregunta, enfocada en indagar en los estudiantes su preferencia, en cuanto a la elección de actividades de su interés para abordar la temática del cálculo de áreas de figuras geométricas, predominó en el grupo de control y en el grupo TIC, la selección de actividades en donde se puedan incorporar recursos tecnológicos, con un porcentaje del 60% en el grupo de control y del 50% en el grupo TIC, y menos del 50% de los estudiantes en ambos grupos seleccionaron, juegos, actividades convencionales y actividades lúdicas

## 5.2 Análisis - examen área de figuras compuestas grupo de control y grupo TIC.

A Continuación, se presenta la tabulación, ilustración e interpretación de los resultados obtenidos en la aplicación del examen correspondiente a áreas de figuras compuestas para el grupo de control.

### PREGUNTA 1

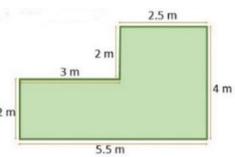
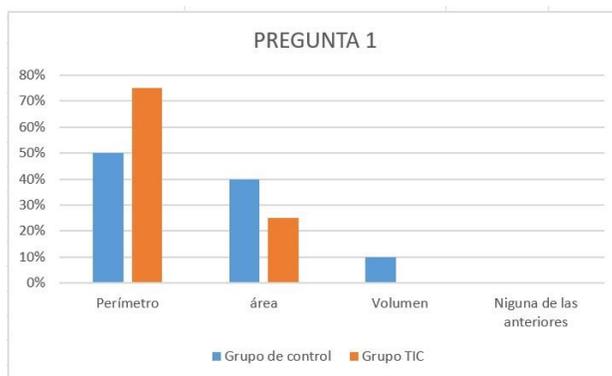
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observe la figura:  Andrés realizó lo siguiente: $2m + 3m + 2m + 2.5m + 4m + 5.5m = 19m$ El valor encontrado por Andrés corresponde a:	A. Perímetro	10	50%	15	75%
	B. Área	8	40%	5	25%
	C. Volumen	2	10%	0	0%
	D. Ninguna de las anteriores	0	0%	0	0%

Tabla 12. Conteo y porcentaje pregunta 1 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 10. Gráfico de barras pregunta 1 – examen área de figuras compuestas

Los resultados muestran en primer lugar que, pese a que en el grupo de control la mitad de los estudiantes responden de manera correcta, los estudiantes del grupo TIC, los superan con un 25% más, lo cual puede indicar que las estrategias usadas con los estudiantes de este último grupo, fueron en efecto, pertinentes y generaron un impacto importante en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, frente a los estudiantes con quienes se utilizaron metodología y estrategias convencionales, es decir se lograron buenos resultados frente a la asociación correcta del concepto de perímetro a partir de una figura geométrica el grupo TIC.

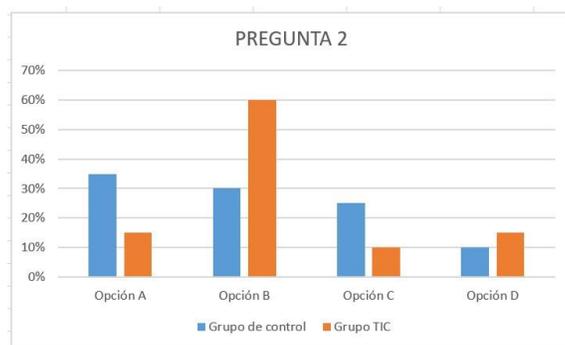
Por otro lado, el 40% de los estudiantes del grupo de control contestaron la opción B, frente al 25% de los estudiantes del grupo TIC, lo que supone una diferencia significativa del 15% entre los dos grupos. De estos resultados, es posible deducir que, pese a que se presentan respuestas incorrectas en los dos grupos, en el grupo de control, el número de estudiantes es mayor, en comparación con el grupo TIC. Del mismo modo, se evidencia que en el grupo TIC, ningún estudiante escogió la opción C, correspondiente al volumen, esto podría indicar que los estudiantes de este grupo, tiene bastante claro que los conceptos trabajados se representan solo en dos dimensiones, no en tres, contrario a lo que sucedió con el grupo de control en donde hay un porcentaje del 10% que escogieron esta opción. Finalmente, se evidencia que ningún estudiante dejó sin responder esta pregunta del cuestionario.

Los resultados muestran que al igual que en el estudio realizado por (Alzate, Castañeda, Gonzales, & otros, 2010), los resultados dan indicios de un avance significativos de los estudiantes del grupo TIC frente a los estudiantes del grupo de control en cuanto a la capacidad de presentar argumentos o ideas coherentes y solidas que sustenten las respuestas presentadas.

## PREGUNTA 2

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Con el procedimiento realizado por Andrés, se puede determinar:	A. Medida de la superficie	7	35%	3	15%
	B. Medida total del contorno de la figura	6	30%	12	60%
	C. Medida de la altura de la figura	5	25%	2	10%
	D. Ninguna de las anteriores	2	10%	3	15%

Tabla 13. Conteo y porcentaje pregunta 2 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 11. Gráfico de barras pregunta 2 – examen área de figuras compuestas

Esta pregunta es de tipo teórica y como se puede observar las opciones de respuesta, no corresponden a definiciones matemáticas formales, sino más bien a nociones intuitivas del concepto de perímetro de una figura geométrica. En este sentido, la respuesta correcta corresponde a la opción B. En los resultados mostrados tanto en la gráfica como la tabla se observa una marcada diferencia en los dos grupos. Mientras que en el grupo TIC, el 60% de los estudiantes logra la respuesta correcta, en el grupo de control solo lo hace el 30%, es decir la mitad.

Por otro lado, en el grupo de control se evidencia una persistencia mucho más marcada en la confusión presentada en la prueba diagnóstica de los conceptos de área y perímetro. En este sentido, los resultados muestran que el 35% de los estudiantes de este grupo, siguen presentando esta

dificultad, frente al 15% de estudiantes del grupo TIC. Al igual que en los resultados de la pregunta anterior, pese a que en ambos grupos se registraron estudiantes con respuestas incorrectas, los resultados muestran que, en su mayoría, los porcentajes del grupo de control resultan ser mayores en comparación de los estudiantes del grupo TIC.

A la luz de lo anterior, es posible inferir que la metodología correspondiente a la investigación basada en el diseño según la cual es, “ un tipo de investigación orientado hacia la innovación educativa cuya característica fundamental consiste en la introducción de un elemento nuevo para transformar una situación” (Crosetti & Ibañez, 2016) , es acertada en este proyecto de investigación, ya que los resultados muestran un significativo avance en el aprendizaje de los estudiantes del grupo intervenido con la herramienta tecnológica.

### PREGUNTA 3

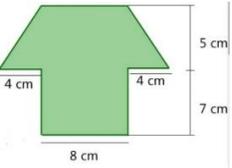
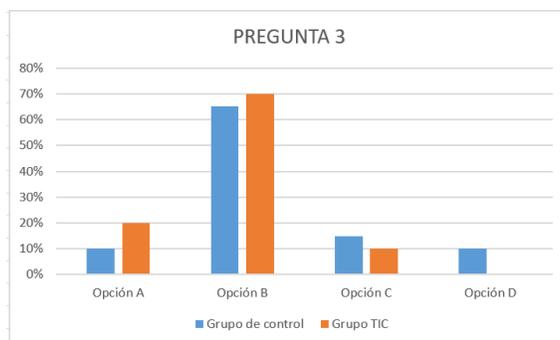
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
<p>Se desea encontrar el área de la siguiente figura:</p>  <p>Un procedimiento posible puede ser:</p>	A. Sumar las medidas de sus lados	2	10%	4	20%
	B. Descomponer la figura dada en figuras conocidas, calcular por separado el área de cada figura y finalmente sumar para encontrar el área total.	13	65%	14	70%
	C. Multiplicar las medidas de todos los lados	3	15%	2	10%
	D. Ninguna de las anteriores	2	10%	0	0%

Tabla 14. Conteo y porcentaje pregunta 3 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 12. Gráfico de barras pregunta 3 – examen área de figuras compuestas

La respuesta correcta en la tercera pregunta es la opción B. Para este caso, aunque existe una diferencia en el porcentaje del grupo TIC y del grupo de control, este solo es del 5%. Una posible razón para este resultado puede ser que dentro de las actividades propuestas con el grupo de control se utilizó material didáctico, específicamente el tangram, por lo que al parecer este tipo de estrategias también pueden ser útiles en los procesos de enseñanza aprendizaje, sin embargo, es evidente que si de pertinencia y eficacia al momento de enseñar algunos de los conceptos matemáticos tales como área y perímetro.

Otro resultado importante en esta pregunta es que solo el 10% de los estudiantes del grupo de control, escogieron la opción A frente al 20% del grupo TIC, lo cual puede ser un indicio de que no siempre las clases convencionales suponen resultados negativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con respecto a las opciones C y D, se evidencia que, en los dos grupos aún persisten estudiantes con algunas dificultades en los conceptos abordados, evidenciándose para estas dos opciones de respuesta, un porcentaje mayor para el grupo de control, frente a lo mostrado en el grupo TIC.

Con el propósito de realizar un esquema similar al trabajado hasta el momento y teniendo en cuenta que las siguientes preguntas del cuestionario no son de selección múltiple con única respuesta, se elabora una rúbrica para cada pregunta, en la que se evalúa las diferentes respuestas obtenidas por los estudiantes y que además permite generar un porcentaje para realizar también el análisis cuantitativo de cada una de las preguntas del cuestionario.

A diferencia de la prueba diagnóstica, este resultado muestra que los estudiantes reconocen el procesos que permite calcular el área de manera correcta, por lo que se puede decir que logran no solo reconocer el conocimiento teórico si no también establecer su aplicabilidad en la solución de

una situación problema, lo cual coincide con el estudio realizado por (Rodriguez, 2019) en cuanto al avance de la competencia argumentativa de los estudiantes.

#### PREGUNTA 4

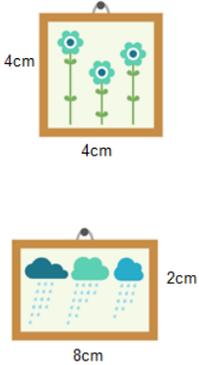
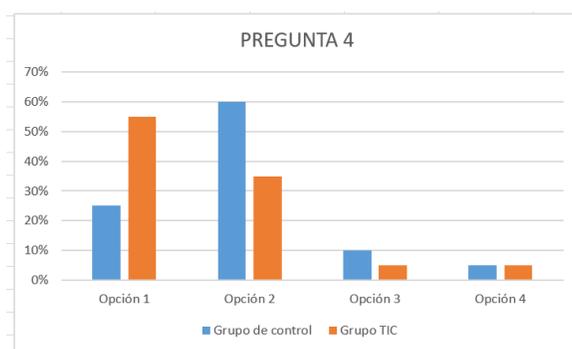
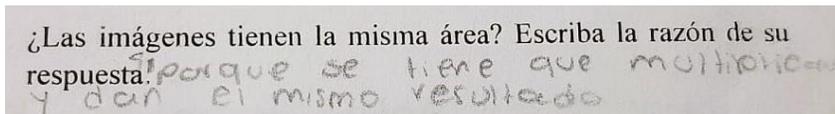
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
<p>Observe la siguiente figura</p>  <p>¿Las imágenes tienen la misma área? Escriba la razón de su respuesta.</p>	<p><b>Opción 1.</b> Responde de manera correcta y presenta argumentos válidos y coherentes con su respuesta.</p>	5	25%	11	55%
	<p><b>Opción 2.</b> Responde de manera correcta, sin embargo, falta solidez en sus argumentos.</p>	12	60%	7	35%
	<p><b>Opción 3.</b> Responde de manera incorrecta, presentado argumentos no válidos u omitiendo los mismos.</p>	2	10%	1	5%
	<p><b>Opción 4.</b> No responde</p>	1	5%	1	5%

Tabla 15. Conteo y porcentaje pregunta 4 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 13. Gráfico de barras pregunta 4 – examen área de figuras compuestas

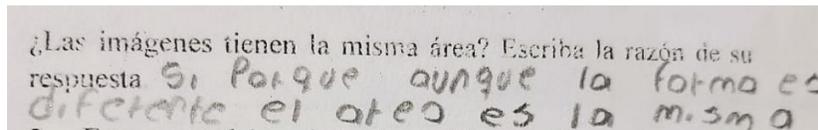
Los resultados de esta pregunta muestran que más de la mitad de los estudiantes del grupo TIC, logran responder de manera correcta presentado además argumentos válidos y coherentes, por lo que su habilidad de comunicación y argumentación se fortalece en comparación con el grupo de control en donde solo el 25% de los estudiantes logra obtener estos resultados. A continuación, se muestra un ejemplo de la respuesta de un estudiante ubicado en este grupo.



¿Las imágenes tienen la misma área? Escriba la razón de su respuesta. Si porque se tiene que multiplicar y dan el mismo resultado

Fotografía 12. Evidencia 1 respuesta 4 – examen áreas de figuras compuestas

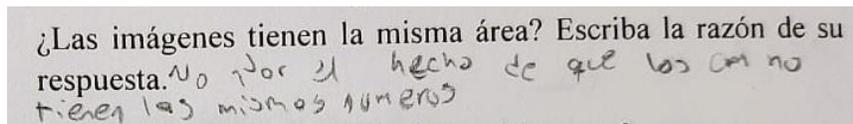
Del mismo modo, se evidencia que el 60% de estudiantes del grupo de control es capaz de presentar una respuesta correcta, sin embargo, presenta debilidades al momento de argumentar, como se muestra en la siguiente evidencia fotográfica. Este resultado es muy importante ya que permite pensar en el hecho de que, al utilizar una metodología convencional, el aprendizaje al parecer es más algorítmico que analítico, es decir los estudiantes están en capacidad de resolver la pregunta de manera correcta, pero presentan dificultades al momento de argumentar sus procedimientos.



¿Las imágenes tienen la misma área? Escriba la razón de su respuesta. Si porque aunque la forma es diferente el área es la misma

Fotografía 13. Evidencia 2 respuesta 4 – examen áreas de figuras compuestas

Los resultados de esta pregunta, también muestra que hay estudiantes de los dos grupos que presentan dificultades tanto en la respuesta como en la argumentación o simplemente no responden a la pregunta, sin embargo, el porcentaje de estudiantes para este caso es siempre mayor o igual, en el grupo de control en comparación con el grupo TIC, a continuación, se muestra el ejemplo de un estudiante ubicado en esta categoría. Esto permite inferir que los resultados no son siempre definitivos.



¿Las imágenes tienen la misma área? Escriba la razón de su respuesta. No por el hecho de que los cm no tienen los mismos números

Fotografía 14. Evidencia 3 respuesta 4 – Examen áreas de figuras compuestas.

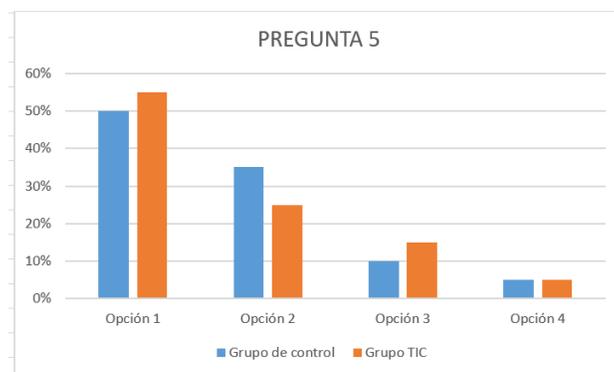
Los resultados permiten comprobar lo encontrado en la investigación realizada por (Alzate, Castañeda, Gonzales, & otros, 2010), en donde se evidencian diferencias claras entre los

estudiantes del grupo TIC con respecto a los estudiantes del grupo de control, frente a la presentación de respuestas correctas.

### PREGUNTA 5

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Encuentre el área de la figura del punto 3.	<b>Opción 1.</b> Encuentra de manera correcta el área de la figura.	10	50%	11	55%
	<b>Opción 2.</b> Se evidencia dificultades procedimentales para hallar el área de la figura, por lo que el resultado presentado es incorrecto.	7	35%	5	25%
	<b>Opción 3.</b> Escribe un valor numérico incorrecto y no presenta procedimiento.	2	10%	3	15%
	<b>Opción 4.</b> No responde	1	5%	1	5%

Tabla 16. Conteo y porcentaje pregunta 5 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 14. Gráfico de barras pregunta 5 – examen área de figuras compuestas

Los resultados de esta pregunta muestran que el 55% de estudiantes del grupo TIC, logran comunicar de manera correcta la respuesta, frente al 50% de los estudiantes del grupo de control, existiendo una diferencia mínima del 5% en los dos grupos de estudio. Una posible razón para que la diferencia no sea tan marcada, puede estar en el hecho de que con el grupo de control se realizaron actividades con el tangram, donde los estudiantes armaron y desarmaron diferentes figuras geométricas para encontrar el área de las mismas. A continuación, se muestra una evidencia fotográfica de un estudiante ubicado en esta categoría.

Solucion  
 PUNTO 3  
 El area total se encuentra descomponiendo la figura en un trapecio y un rectangulo entonces seria asi  

$$\text{Area del trapecio} = \frac{(16 + 8) \times 5}{2} = 60 \text{ cm}^2$$
  

$$\text{Area del Rectangulo} = 8 \times 7 = 56 \text{ cm}^2$$
  
 entonces seria  $60 \text{ cm}^2 + 56 \text{ cm}^2 = 116 \text{ cm}^2$

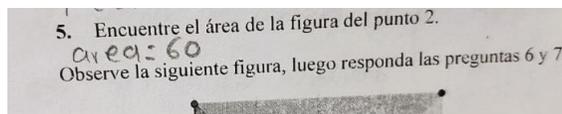
Fotografía 15. Evidencia 1 respuesta 5 – examen área de figuras compuestas

Del mismo modo, existe una diferencia del 10% entre los estudiantes que presentan su respuesta con algunos errores en el procedimiento de la misma, evidenciándose más dificultad en el grupo de control con un 35%, en comparación con el grupo TIC, en el que el porcentaje es del 25%. Los resultados y las evidencias, permiten ver errores ya sean numéricos o de interpretación en el procedimiento presentado por los estudiantes. A continuación, se muestra un ejemplo de respuesta de un estudiante ubicado en esta categoría.

Solucion  
 5 Triangulos  $\frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}^2$  como son dos  
 Triangulos seria  $20 \text{ cm}^2$   
 Rectangulo  $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$   
 otro rectangulo  $8 \times 12 = 96 \text{ cm}^2$   
 $20 + 40 + 96 \text{ cm}^2 = 156 \text{ cm}^2$

Fotografía 16. Evidencia 2 respuesta 5 – examen áreas de figuras compuestas

Al igual que en las anteriores preguntas, existen estudiantes en los dos grupos que solo presentan un valor numérico incorrecto en su respuesta o simplemente no responden la pregunta como se muestra en la siguiente evidencia fotográfica, este porcentaje es mayor o igual en el grupo de control frente al grupo TIC.



Fotografía 17. Evidencia 3 respuesta 5 – examen áreas de figuras compuestas.

A partir de los resultados obtenidos se puede inferir que un alto porcentaje de estudiantes, tanto del grupo TIC como del grupo de control, están en la capacidad de abordar una situación problema , a través de diferentes caminos teniendo en cuenta Las características del planteamiento de un problema según el autor (Muñoz J. I., 2014).

### PREGUNTA 6

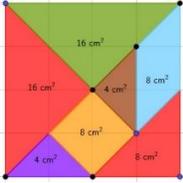
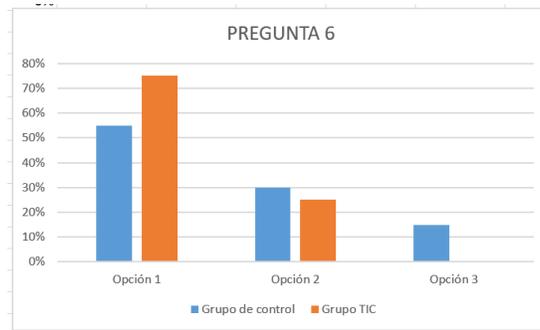
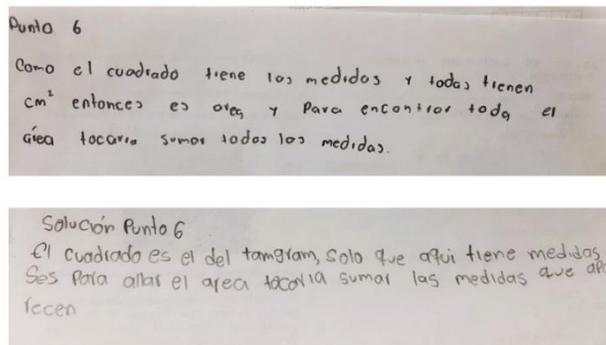
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Observe la siguiente figura, luego responda las preguntas 6 y 7.  <b>Pregunta 6</b> ¿qué procedimiento sigue para encontrar el área total del cuadrado?	<b>Opción 1.</b> Propone un procedimiento coherente y correcto para encontrar el área de la figura.	11	55%	15	75%
	<b>Opción 2.</b> Plantea una propuesta incorrecta para encontrar el área de la figura y no presenta argumentos. Mayer y losada	6	30%	5	25%
	<b>Opción 3.</b> No responde	3	15%	0	0%

Tabla 17. Conteo y porcentaje pregunta 6 – examen área de figuras compuestas



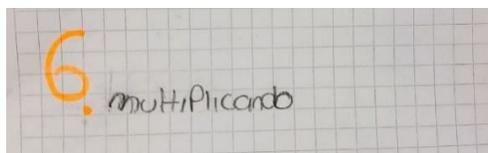
Gráfica 15. Gráfico de barras pregunta 6 – examen área de figuras compuestas

En esta pregunta se evidencia que el 75% de los estudiantes del grupo TIC, logran presentar un procedimiento sólido y correcto, sin embargo, el resultado en el grupo de control es del 55%, es decir más de la mitad de los estudiantes, lo cual es un buen resultado si se considera que este grupo trabaja con metodología convencional, haciendo uso para este caso del tangram como material didáctico. A continuación, se presentan dos evidencias fotográficas en donde se puede apreciar dos tipos de argumentación, la primera corresponde a un estudiante del grupo TIC y la segunda a un estudiante del grupo de control.



Fotografía 18. Evidencia 1 respuesta 6 – examen áreas de figuras sombreadas

Del mismo modo, se evidencian dificultades para plantear una propuesta correcta y coherente en el 30% del grupo de control frente a un 25% del grupo TIC, mostrando una diferencia pequeña del 5%. En este grupo de estudiantes, los estudiantes se limitan a responder con una sola palabra que corresponde a la operación que realizarían para solucionar el problema, sin embargo, sus argumentos son incorrectos o no los presentan como se muestra a continuación.



Fotografía 19. Evidencia 2 respuesta 6 – examen áreas de figuras compuestas

Finalmente, para este caso, en el grupo TIC, respondieron a la pregunta la totalidad de los estudiantes, mientras que del grupo de control un porcentaje del 15% no genera ninguna respuesta. De este resultado puede inferirse que en el grupo TIC, existe más confianza al momento de emitir una respuesta en comparación con el grupo de control.

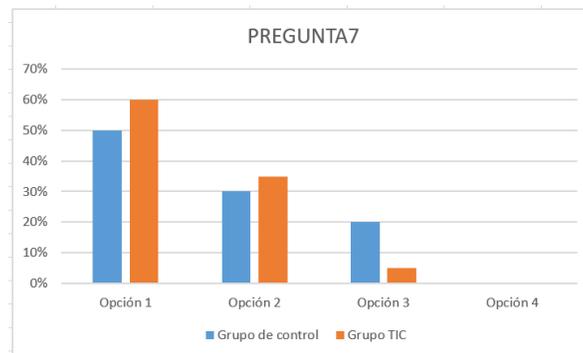
De manera general, se puede evidenciar que los estudiantes del grupo TIC respecto a los estudiantes del grupo de control, presentan menor dificultad al abordar una situación problema, puesto que, al tener la posibilidad de interactuar de manera más directa con los objetos geométricos, a través de un software matemático, les permite explorar diferentes estrategias de solución para abordar un ejercicio planteado en concordancia con el autor (Rodríguez, 2013) en cuanto a la incorporación de tecnología en la enseñanza de la geometría activa.

## PREGUNTA 7

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Al utilizar las fichas del tangram anterior para construir una nueva figura, como la que se muestra a continuación,    ¿cómo es el área de la nueva figura en comparación al área	<b>Opción 1.</b> Responde correctamente, presentado argumentos coherentes y correctos que apoyan su respuesta.	10	50%	12	60%
	<b>Opción 2.</b> Responde correctamente, sin embargo, sus argumentos son poco claros, débiles o no presenta argumentos.	6	30%	7	35%
	<b>Opción 3.</b> Responde de manera incorrecta	4	20%	1	5%

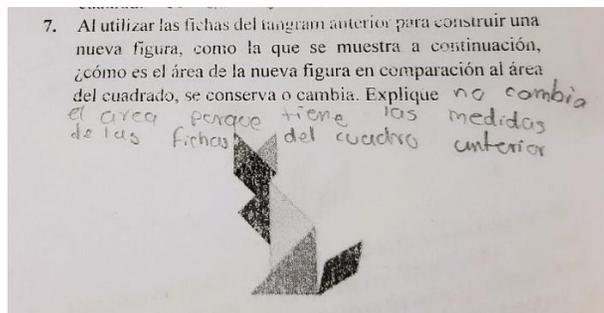
del cuadrado, se conserva o cambia? Explique	y presenta argumentos poco coherentes o no los presenta.				
	<b>Opción 4.</b> No responde	0	0%	0	0%

Tabla 18. Conteo y porcentaje pregunta 7 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 16. Gráfico de barras pregunta 7 – examen área de figuras compuestas

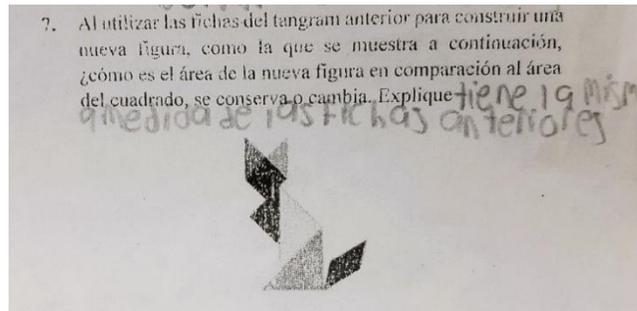
Para esta pregunta se pueden evidenciar resultados similares en los dos grupos, se observa que el 60% de los estudiantes del grupo TIC, presentan una respuesta correcta y la apoyan en argumentos sólidos, correctos y coherentes. En cuanto al grupo de control, el 50% de los estudiantes logran este mismo resultado. Este porcentaje es significativo si se considera las dos metodologías distintas usadas con los dos grupos, por lo tanto, aunque la metodología convencional no tiene tantos beneficios como la metodología que incluye la tecnología, tampoco se puede decir que es completamente inútil. A continuación, se muestra una evidencia fotográfica de los argumentos que presenta un estudiante de esta categoría.



Fotografía 20. Evidencia 1 respuesta 7 – examen áreas de figuras compuestas

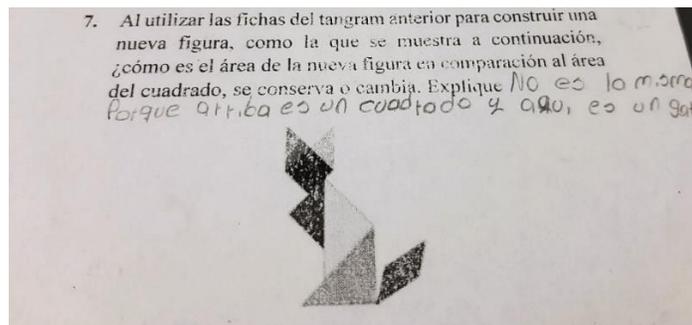
Otro resultado importante, es que el 30% de los estudiantes del grupo de control logran presentar una respuesta correcta, sin embargo, sus argumentos son débiles, poco claros o coherentes, lo

mismo sucede con el 35% de los estudiantes del grupo TIC, lo que reafirma el hecho de que los estudiantes del grupo de control resuelven las actividades propuestas de manera más algorítmica frente a los estudiantes del grupo TIC. A continuación, se muestra una evidencia fotográfica de un estudiante ubicado en esta categoría.



Fotografía 21. Evidencia 2 respuesta 7 – examen áreas de figuras compuestas

Con respecto al porcentaje de respuestas incorrectas el grupo de control registra un total del 20% frente al grupo TIC que tienen un porcentaje del 5%. Aquí la diferencia es significativa, ya que es del 15% entre los dos grupos. Este resultado permite decir que para esta pregunta las actividades realizadas con el grupo TIC, fueron más significativas que las realizadas con el grupo de control. Para esta pregunta, la totalidad de los estudiantes respondieron. A continuación, se muestra un ejemplo del tipo de respuesta que presenta un estudiante ubicado en esta categoría.



Fotografía 22. Evidencia 3 respuesta 7 – examen de áreas de figuras compuestas

Según los resultados obtenidos en ambos grupos, es de resaltar que los estudiantes en su totalidad comunican su estrategia para abordar la situación problema, absteniéndose de dar solo una respuesta cuantitativa como se pudo apreciar en los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, ya que al presentarle a los estudiantes ejercicios diferentes a los rutinarios, a través de preguntas

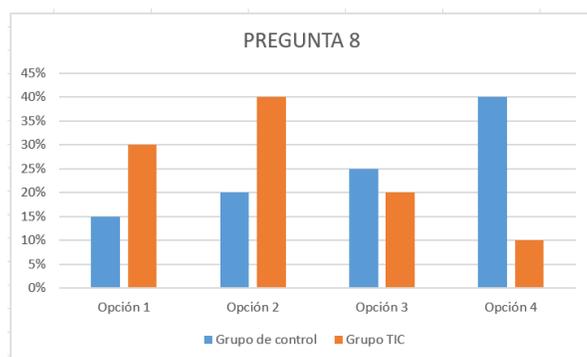
innovadoras, como lo afirma el autor (Polya, 1981) conduce a despertar la curiosidad e interés de los estudiantes.

### PREGUNTA 8

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
<p>Una casa de campo tiene un jardín de forma rectangular de 30 m de largo por 25 m de ancho. En el jardín hay una piscina de forma cuadrada de 10 m de lado. ¿Cuál es el área del jardín alrededor de la piscina? Para resolver el problema puede seguir los pasos descritos a continuación:</p> <p>a. realiza un bosquejo de la situación planteada.</p> <p>b. Coloca las medidas correspondientes.</p> <p>c. Determina cuantas áreas tiene que calcular.</p> <p>d. Explique cómo calcula el área de la región solicitada</p>	<p><b>Opción 1.</b> Interpreta correctamente la información suministrada para construir el esquema correspondiente y presenta argumentos válidos y coherentes para resolver la situación propuesta.</p>	3	15%	6	30%
	<p><b>Opción 2.</b> Interpreta parcialmente la información por lo que su esquema presenta errores y sus argumentos son adecuados pero débiles.</p>	4	20%	8	40%
	<p><b>Opción 3.</b> Se evidencia dificultad para interpretar la información del problema, esto se refleja la construcción de un esquema incorrecto, y la presentación de argumentos incorrectos u</p>	5	25%	4	20%

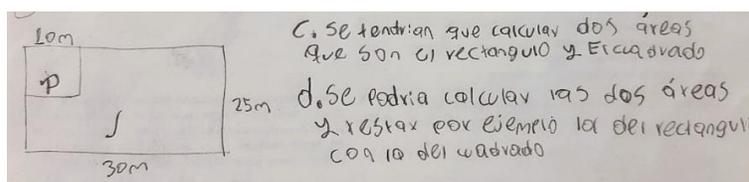
	omisión de los mismos.				
	<b>Opción 4.</b> No responde	8	40%	2	10%

Tabla 19. Conteo y porcentaje pregunta 8 – examen área de figuras compuestas



Gráfica 17. Gráfico de barras pregunta 8 – examen área de figuras compuestas

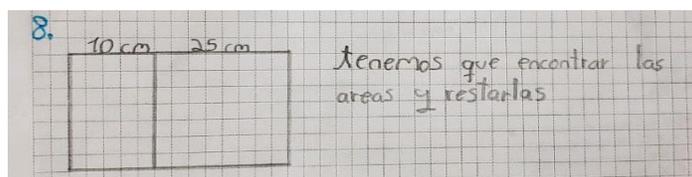
En esta pregunta el 30% de los estudiantes del grupo TIC, logra además de interpretar de manera correcta la información suministrada en el problema, presentar argumentos coherentes y correctos como alternativa de solución al problema propuesto, lo mismo ocurre en el grupo de control, pero solo en el 15% de los estudiantes. Un resultado interesante en esta pregunta es que, pese a que existe diferencia en los porcentajes presentados por los dos grupos, los porcentajes son bajos en los dos, en comparación con los logrados en otras preguntas, por lo que es importante continuar trabajando para mejorar la capacidad e interpretación de los estudiantes en ambos grupos. Se muestra a continuación, una respuesta de un estudiante ubicado en esta categoría.



Fotografía 23. Evidencia 1 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas

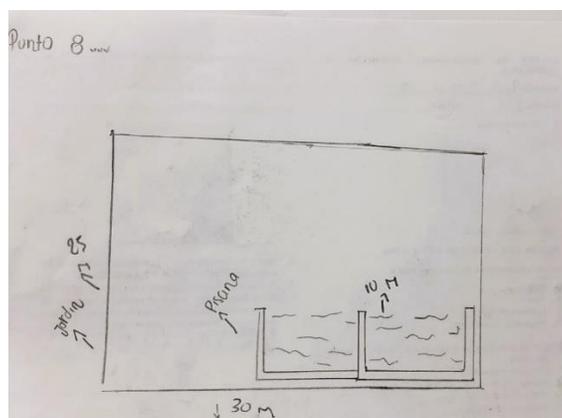
Por otro lado, el 40% de los estudiantes del grupo TIC, construye un esquema parcialmente correcto, sin embargo, sus argumentos son débiles. Este porcentaje es significativo si se compara con el grupo de control, donde para este ítem se obtuvo un porcentaje del 20%. Este resultado, reafirma el anterior y permite ver que si bien, los estudiantes demuestran tener una noción de solución del problema, aún persisten algunos errores en la construcción del esquema y los

argumentos presentados, no son correctos o son débiles. Se muestra a continuación, evidencia de la respuesta de un estudiante ubicado en esta categoría.



Fotografía 24. Evidencia 2 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas

Por otro lado, se evidencia dificultad en la interpretación de información y planteamiento de una posible solución al problema en el 25% de los estudiantes del grupo de control y el 20% del grupo TIC. Si bien los porcentajes no son altos, demuestran que existen estudiantes que tienen aún dificultades en la asimilación de los temas tratados. A continuación, se muestra un ejemplo del tipo de respuestas encontradas en esta categoría.



Fotografía 25. Evidencia 3 respuesta 8 – examen áreas de figuras compuestas

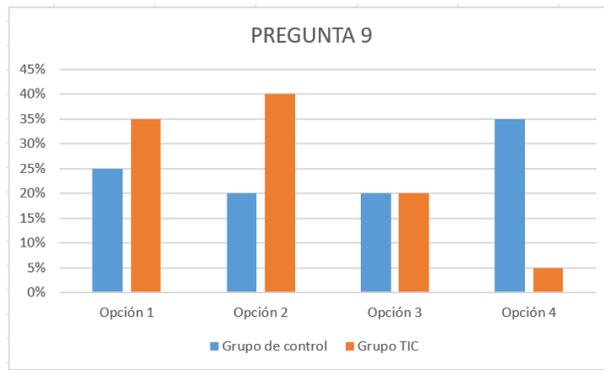
Finalmente, el porcentaje más alto se muestra en el grupo de control, en donde el 40% de los estudiantes no da respuesta a esta pregunta, mientras que en el grupo TIC, este ítem obtuvo un porcentaje del 10% mostrando así una diferencia significativa entre los dos grupos.

Según el planteamiento de la situación problema y como los estudiantes en ambos grupos la abordaron, de manera general se puede inferir un alto porcentaje de estudiantes del grupo de control respecto al grupo TIC presentan falencias, ya que comúnmente están familiarizados con la presentación de ejercicios rutinarios, de memorización y reconocimiento de algunas figuras, en concordancia con los autores (López & Esteves, 2008), restándole importancia a la competencia argumentativa.

## PREGUNTA 9

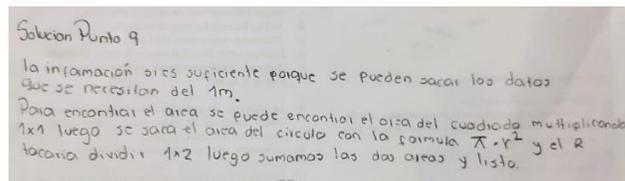
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
<p>La superficie de una mesa está formada por una parte central cuadrada de 1m de lado y dos semicírculos adosados en dos lados opuestos.</p> <p>a. ¿Considera que son suficientes los datos que da el problema</p> <p>b. Describe el paso a paso a realizar para encontrar el área de la figura (no es necesario resolver el problema).</p> 	<p><b>Opción 1.</b> Demuestra a través de la interpretación de información y presentación de argumentos sólidos y coherentes, la apropiación del tema trabajado.</p>	5	25%	7	35%
	<p><b>Opción 2.</b> Demuestra de manera satisfactoria apropiación del tema trabajado. Los argumentos presentados, son parcialmente correctos.</p>	4	20%	8	40%
	<p><b>Opción 3.</b> Se evidencia a través de argumentos poco coherentes falta de apropiación del tema trabajado.</p>	4	20%	4	20%
	<p><b>Opción 4.</b> No responde</p>	7	35%	1	5%

Tabla 20. Conteo y porcentaje pregunta 9 – examen área de figuras compuestas



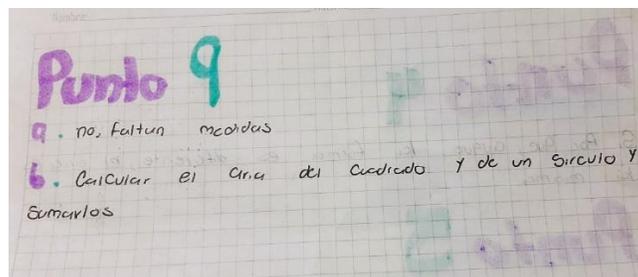
Gráfica 18. Gráfico de barras pregunta 9 – examen área de figuras compuestas

En esta pregunta se observa que el 35% de los estudiantes del grupo TIC, interpreta la información suministrada y presenta argumentos coherentes para solucionar la situación problema, mientras que el grupo de control solo obtuvo un 25% en este ítem, observando así una diferencia del 10% entre los dos grupos. En esta pregunta al igual que la anterior, el porcentaje de estudiantes de los dos grupos, ubicados en esta categoría es bajo, sin embargo, las respuestas obtenidas en esta pregunta, dejan ver la apropiación adecuada del tema trabajado, como se muestra a continuación.



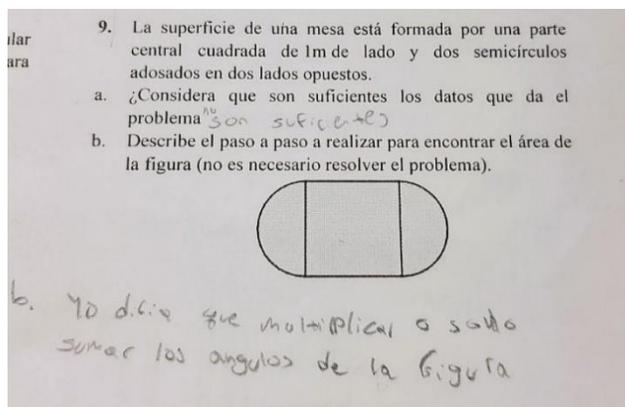
Fotografía 26. Evidencia 1 respuesta 9 –examen áreas de figuras compuestas

Del mismo modo, los resultados muestran que el 40% de los estudiantes del grupo TIC logran apropiarse de manera satisfactoria el tema trabajado, pero presentan algunas dificultades al momento de argumentar sus procedimientos, esta situación también ocurre para el 20% del grupo de control. Este resultado es muy importante, pues deja ver que el camino es el correcto, sin embargo, es importante continuar trabajando, para obtener cada vez mejores resultados. A continuación, se muestra un ejemplo de respuesta de un estudiante que está dentro de esta categoría.



Fotografía 27. Evidencia 2 respuesta 9 – examen áreas de figuras compuestas

Se evidencia también una igualdad en el porcentaje de estudiantes en los cuales se evidencia poca apropiación del tema trabajado, el cual es del 20% para ambos grupos. A continuación, se muestra un ejemplo de respuesta de un estudiante que está en esta categoría.



Fotografía 28. Evidencia 2 respuesta 9 – examen áreas de figuras compuestas

Finalmente, para esta pregunta el 35% de los estudiantes del grupo de control no presenta respuesta para esta pregunta, frente a un 5% en el grupo TIC.

En los resultados obtenidos, podemos evidenciar que los estudiantes de ambos grupos, presentan falencias al momento de abordar una situación problema. Sin embargo, según los resultados la falencia es mas notoria en el grupo de control. Según dichos resultados, se ve la necesidad de incluir en el proceso de enseñanza de geometría ejercicios diferentes a los tradicionales, en donde el estudiante en concordancia con el autor (Muñoz J. I., 2014) “desarrolle otras formas de pensar matemáticamente como lo son plantear conjeturas, obtener datos importantes del problema, realiza casos particulares o justificar la solución”

### 5.3 Análisis examen de regiones sombreadas grupo de control y grupo TIC.

#### PREGUNTA N° 1:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Se quiere sacar el área de la región sombreada de la figura.	<b>Opción 1:</b> Se evidencia coherencia y solidez en sus	11	55%	15	75%

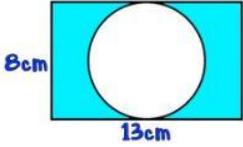
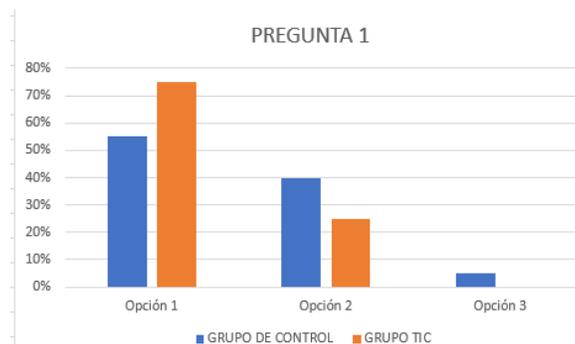
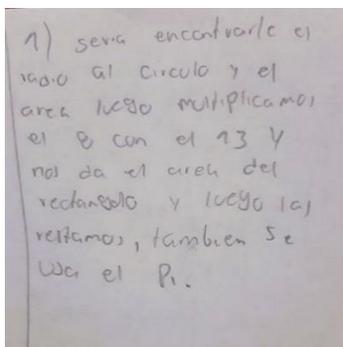
 <p>Describe un procedimiento que le puede permitir calcular dicha área.</p>	argumentos, para abordar la situación problema.				
	<b>Opción 2:</b> Se evidencia poca coherencia y solidez en sus argumentos, para abordar la situación problema.	8	40%	5	25%
	<b>Opción 3:</b> No responde	1	5%	0	0%

Tabla 21. Conteo y porcentaje pregunta 1 – examen áreas sombreadas



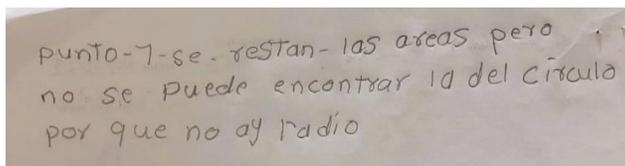
Gráfica 19. Gráfico de barras pregunta 1 – examen áreas sombreadas

Los resultados muestran que el 75% de los estudiantes del grupo TIC, presentan en sus respuestas argumentos sólidos y correctos que permiten dar solución al problema propuesto, frente a un 55% de los estudiantes del grupo de control. Ante estos resultados es importante mencionar que el impacto positivo que pueden tener las herramientas tecnológicas en el aprendizaje de los estudiantes, sobre todo en el fortalecimiento de la habilidad argumentativa, es significativo frente a la metodología convencional.



Fotografía 29. Evidencia 1 respuesta 1 – examen áreas sombreadas

El resultado anterior, también se evidencia en la opción 2, en la que el 40% de los estudiantes del grupo de control presentan argumentos débiles o poco coherentes para resolver el problema propuesto, mientras que en el grupo TIC el porcentaje es solo del 25%.



Fotografía 30. Evidencia 2 respuesta 1 – examen áreas sombreadas

Finalmente se observa una diferencia notoria en el porcentaje de estudiantes que no presentan respuesta en esta pregunta, mientras que en el grupo TIC el porcentaje es del 0%, en el grupo de control es del 5%, por lo que al parecer existe más confianza para responder en los estudiantes del grupo TIC en comparación con el grupo de control.

Los resultados obtenidos comparados con los obtenidos en la prueba diagnóstica permiten evidenciar avances significativos en cuanto al desarrollo de la competencia argumentativa, tanto en el grupo de control, como en el grupo TIC, en concordancia con el estudio realizado por (Rodríguez, 2019).

**PREGUNTA N° 2:**

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
	<b>Opción A:</b>	12	60%	14	70%

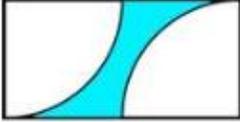
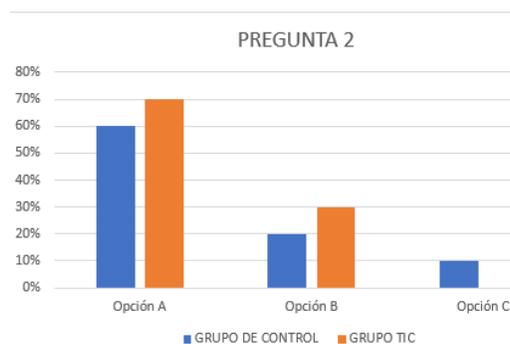
<p>En un examen de matemáticas se solicita a los estudiantes calcular el área de la siguiente región sombreada.</p>  <p>¿Cuál o cuáles estudiantes tienen la razón? Explique.</p>	<p>Ana afirma que no es posible calcular el área de la región sombreada, pues no hay medidas.</p>				
	<p><b>Opción B:</b> Sergio afirma que se podría unir los cuartos de la circunferencia para obtener la mitad de la circunferencia, y después teniendo las medidas, se puede encontrar el área del rectángulo y restarle la de la mitad de la circunferencia.</p>	4	20%	6	30%
	<p><b>Opción C:</b> Julián afirma que hay dos semicircunferencias, entonces teniendo las medidas, se puede encontrar el área de las dos semircunferencias, sumarlas y luego aplicar fórmulas para completar el procedimiento.</p>	4	20%	0	0%

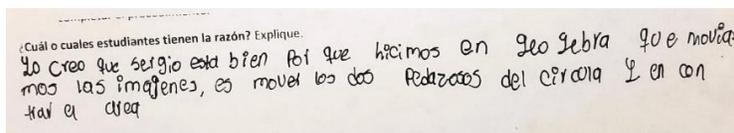
Tabla 22. Conteo y porcentaje pregunta 2 – examen áreas sombreadas



Gráfica 20. Gráfico de barras pregunta 2 – examen áreas sombreadas

Los resultados obtenidos en esta pregunta muestran que el 70% de los estudiantes del grupo TIC, seleccionaron la respuesta correcta, frente a un 60% del grupo de control. Estos resultados permiten decir que las actividades relacionadas con áreas sombreadas fueron efectivas y lograron fortalecer la capacidad de análisis, interpretación y argumentación de manera más significativa en el grupo en el cual se trabajó con herramientas tecnológicas, en comparación con aquel grupo en el que las actividades y metodología utilizada fue convencional. Numéricamente la diferencia en el

porcentaje entre los dos grupos fue del 20%. A continuación, se presenta un ejemplo del tipo de respuesta que escribe un estudiante ubicado en esta categoría.



Fotografía 31. Evidencia respuesta 2 – examen áreas de figuras sombreadas

Del mismo modo, los resultados muestran, mayor porcentaje de estudiantes cuya respuesta es incorrecta, débil o poco coherente en el grupo de control en comparación con el grupo TIC, por lo que nuevamente se reafirma lo expuesto anteriormente.

A partir de los resultados, se puede inferir que en el grupo TIC los estudiantes muestran mayor habilidad en cuanto a la interpretación de la situación problema, a diferencia de los estudiantes del grupo de control, en donde se puede inferir según la metodología convencional aplicada que “el estudiante sólo cultiva la capacidad de manipular representaciones visuales, dejando por fuera la visualización abstracta, la argumentación y la justificación formal, propias de la geometría como rama de las matemáticas” (Recalde & Murillo, 2016)

### PREGUNTA N° 3:

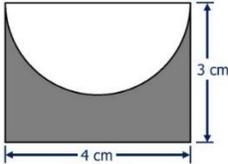
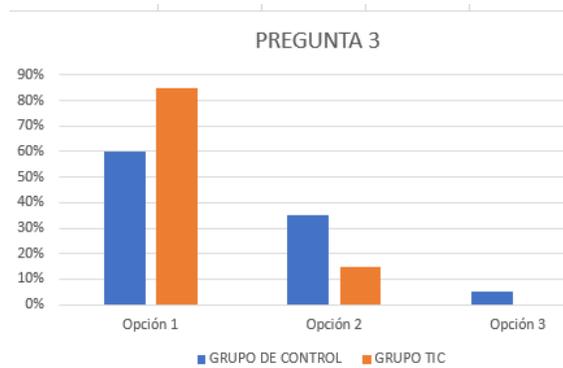
Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Encuentre el área de la región sombreada que se muestra a continuación. 	<b>Opción 1:</b> El área encontrada es correcta.	12	60%	17	85%
	<b>Opción 2:</b> El área encontrada es incorrecta.	7	35%	3	15%
	<b>Opción 3:</b> No responde	1	5%	0	0%

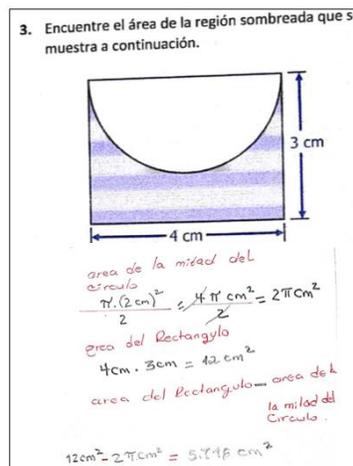
Tabla 23. Conteo y porcentaje pregunta 3 – examen áreas sombreadas



Gráfica 21. Gráfico de barras pregunta 3 – examen áreas sombreadas

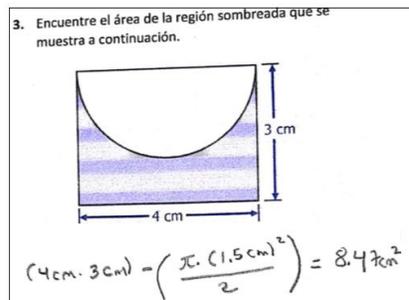
Se puede inferir de la representación gráfica de porcentaje que más del 50% del total de estudiantes, tanto en el grupo de control como en el grupo TIC, lograron encontrar el área sombreada de la figura geométrica, de manera correcta, haciendo uso de las medidas de longitud dadas en dicha figura. Sin embargo, hay una diferencia significativa entre el porcentaje de estudiantes que lograron responder de manera correcta la situación en el grupo TIC y en el grupo de control; de manera explícita la diferencia es del 25%, es decir los porcentajes obtenidos respectivamente en cada grupo fueron, 85% y 60%.

En el siguiente registro fotográfico, se puede observar que el estudiante identifica las dos figuras geométricas que componen la figura compuesta sombreada, un semicírculo y un rectángulo, luego calcula el área de cada una, a partir de los datos dados (medidas de longitud) y finalmente para encontrar el área sombreada de la figura, realiza una diferencia entre el área del rectángulo y el área del semicírculo.



Fotografía 32. Evidencia 1 respuesta 3 – examen áreas sombreadas

Continuando con el análisis, también podemos deducir que menos del 50% de los estudiantes de ambos grupos, no logró encontrar el área de la figura sombreada, evidenciándose mayor dificultad en el grupo de control. A continuación, se presenta una evidencia fotográfica, en donde podemos deducir que el estudiante en su intento de calcular el área solicitada, realiza una diferencia entre el área del rectángulo y el semicírculo, pero hace uso incorrecto de la medida del radio del círculo, lo que conlleva a que no logre calcular el área solicitada de manera correcta, aunque los pasos realizados sean correctos.



Fotografía 33. Evidencia 2 respuesta 3 – examen áreas sombreadas

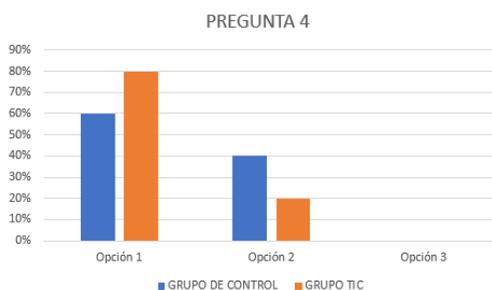
Del análisis de los resultados obtenidos por ambos grupos en la situación problema, se puede inferir que las actividades propuestas les permitieron a los estudiantes, apoyándonos en los autores (Peña & Escudero, 2008) “indagar acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados”

#### PREGUNTA N° 4:

Pregunta	Opciones de respuesta	Resultado grupo de control	Porcentaje grupo de control	Resultado grupo TIC	Porcentaje grupo TIC
Se quiere calcular el área de un terreno cuadrado de lado 4m, en cuyo centro hay una piscina de forma circular y diámetro 4m. Realice lo siguiente: <b>a.</b> Construya una gráfica del problema <b>b.</b> Escriba las medidas correspondientes en el problema	<b>Opción 1:</b> Resuelve de manera correcta la situación problema, siguiendo cada una de las indicaciones dadas.	12	60%	16	80%
	<b>Opción 2:</b> Resuelve de manera incorrecta la situación problema, puesto utiliza de manera incorrecta los datos dados.	8	40%	4	20%
	<b>Opción 3:</b>	0	0%	0	0%

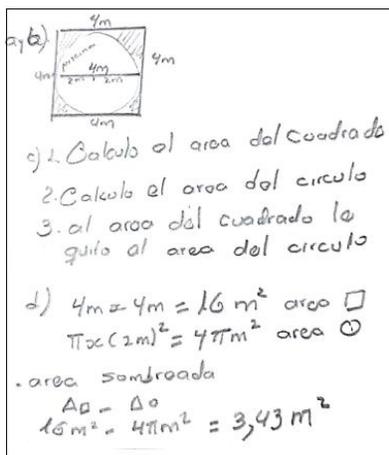
<p>c. Describa el procedimiento que seguirá para resolver el problema</p> <p>d. Resuelva el problema y escriba su respuesta.</p>	<p>No resuelve la situación problema</p>				
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------	--	--	--	--

Tabla 24. Conteo y porcentaje pregunta 4 – examen áreas sombreadas



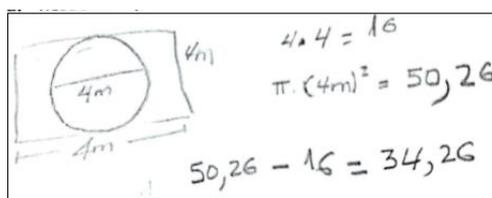
Gráfica 22. Gráfico de barras pregunta 4 – examen áreas sombreadas

A partir de los resultados obtenidos se puede inferir que, el total de estudiantes del grupo de control y del grupo TIC, resolvieron la situación problema, pero en el grupo en donde se evidencia mayor dificultad es en el grupo de control, puesto que el 40% de la totalidad de estudiantes, no logró resolver la situación planteada de manera correcta, ya que se evidencian falencias en el análisis e interpretación de la información y las indicaciones a seguir, mientras que en el grupo TIC, sólo el 20% de los estudiantes no resolvió de manera correcta dicha situación. A continuación, se muestra el registro fotográfico del procedimiento realizado por un estudiante, quien tiene en cuenta cada una de las indicaciones dadas para abordar la situación problema



Fotografía 34. Evidencia 1 respuesta 4 – examen áreas sombreadas

De manera general, se evidencia que los estudiantes del grupo de control presentan mayor grado de dificultad en cuanto a la habilidad de comunicación y argumentación, puesto que el 40% de la totalidad de estudiantes, solo resolvió la situación problema presentando resultados cuantitativos, omitiendo la descripción de los procedimientos a realizar. Mientras que, en el grupo TIC, sólo el 20% de los estudiantes no lograron resolver de manera acertada la situación planteada. Como evidencia fotográfica se muestra a continuación, el procedimiento realizado por un estudiante, quien sólo realiza calculo matemáticos, sin argumentar o explicar cada uno de los pasos ejecutados.



Fotografía 35. Evidencia 2 respuesta 4 – examen áreas sombreadas

En los resultados obtenidos, podemos evidenciar que hay avances significativos en cuanto al desarrollo de la competencia argumentativa e interpretativa de los estudiantes del grupo TIC, respecto al grupo de control, en concordancia con el estudio realizado por (Rodríguez, 2019).

## 6 Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

En primer lugar, es fundamental recordar que este trabajo implicó la participación de dos grupos de estudiantes pertenecientes al séptimo grado del Colegio Nuestra Señora de Fátima de la ciudad de Popayán. Estos dos grupos se dividen en un grupo de control y un grupo TIC. El grupo de control se sometió a un enfoque de enseñanza convencional, sin el uso de ninguna herramienta tecnológica, mientras que el grupo TIC se beneficia de la integración del software GeoGebra como herramienta mediadora en los procesos de enseñanza – aprendizaje. Ambos grupos se centran en el estudio de la temática relacionada con el cálculo del área de figuras compuestas y sombreadas.

El objetivo general que guio la planificación, organización y ejecución de las hojas de trabajo implementadas en ambos grupos era identificar las contribuciones de la incorporación del software GeoGebra como herramienta didáctica para fortalecer la competencia argumentativa de los estudiantes que participan en el estudio.

A continuación, se presentan las principales conclusiones:

- Se inicia con una prueba diagnóstica para ambos grupos, dicha prueba es la misma para todos los estudiantes y es aplicada en igualdad de condiciones, es decir todos los estudiantes participantes parten exactamente del mismo punto. Los resultados de la prueba diagnóstica dejan ver dificultades en la diferenciación de área y perímetro, en el planteamiento y solución de los ejercicios y problemas propuestos referentes al tema, y la identificación de elementos tales como base y altura de las figuras geométricas principales, también se evidenció omisión en las respuestas de algunos de los problemas planteados o dificultades al momento de presentar argumentos sólidos que validen sus respuestas. Esto permite concluir que inicialmente existían vacíos conceptuales en ambos grupos frente a la temática a trabajar y además dificultades en la competencia argumentativa de los estudiantes.
- La inclusión de herramientas tecnológicas en los procesos de enseñanza – aprendizaje, genera sin duda un impacto positivo en los estudiantes ya que, entre otras cosas, permiten generar ambientes de aprendizaje diferentes, creativos e innovadores, lo que despierta interés en los estudiantes quienes se muestran receptivos y participativos en clase. Este fenómeno se evidencia a lo largo de la investigación, en donde el estudiantado del grupo TIC, se muestra mucho más motivado en comparación con los integrantes del grupo de control.
- A lo largo de la investigación, se observó que el estudiantado del grupo TIC, gracias al uso de la herramienta GeoGebra, se muestra notablemente más motivado en comparación con los miembros del grupo de control. Esta motivación adicional se traduce en un mayor compromiso con la práctica y desarrollo de habilidades argumentativas clave en geometría, como la capacidad de razonar, justificar y comunicar sus ideas de manera efectiva. Estos elementos contribuyen a enriquecer la comprensión y aplicación de conceptos geométricos, potenciando así la formación integral de los estudiantes.
- La utilización de GeoGebra amplía las posibilidades del estudiante, permitiéndole ir más allá de la consigna enunciada. GeoGebra le brinda la capacidad de acceder a una mayor cantidad de ejemplos y explorar una variedad de casos, lo que facilita la visualización de objetos y representaciones desde múltiples perspectivas y la realización de variaciones significativas.

- El manejo de GeoGebra permite que el estudiante se sumerja de manera orgánica en conceptos geométricos, al mismo tiempo que utiliza conceptos y la manipulación de objetos para formular conjeturas, argumentar, interpretar y extraer conclusiones.
- Uno de los hallazgos significativos que surgieron durante el análisis de las áreas de figuras compuestas es la escasa diferencia porcentual entre los dos grupos en relación con la pregunta que abordaba el tangram. Este resultado nos lleva a la conclusión de que los materiales manipulables representan, asimismo, una eficaz estrategia de enseñanza en ciertos temas. Es plausible que, al combinar herramientas tecnológicas con este tipo de recursos físicos en el aula, podamos obtener resultados aún más satisfactorios en el proceso de aprendizaje.
- La investigación revela que ni la metodología convencional ni la que incluye herramientas TIC garantizan una efectividad del 100% en los procesos de aprendizaje, ya que en ambos grupos se encuentran estudiantes con dificultades para presentar argumentos sólidos que respalden sus respuestas a ejercicios o problemas. Lo que permite plantear que la metodología se debe complementar con actividades específicas para desarrollar habilidades argumentativas y exijan al estudiante a práctica constante de la argumentación; esto demanda una gestión del profesor muy consciente de lo que se quiere lograr en los estudiantes.
- La metodología del trabajo cooperativo se presenta como un valioso aliado o complemento en la incorporación de herramientas tecnológicas en el aula. Esta metodología, al fomentar el aprendizaje entre pares, no solo contribuye al desarrollo y fortalecimiento de habilidades comunicativas, sino que también refuerza la capacidad de trabajo en equipo, promueve la comunicación asertiva, fomenta la empatía y el respeto entre los estudiantes.

## **RECOMENDACIONES**

Finalmente se considera importante mencionar algunas recomendaciones para aquellas personas que estén interesadas en continuar o realizar estudios similares a los de esta investigación.

- En primer lugar, resulta fundamental evaluar que tanto los espacios locativos como los recursos tecnológicos con los que se cuenta en el establecimiento educativo, garanticen el buen desarrollo de la investigación, de las hojas de trabajo sin descuidar el aprendizaje significativo de los estudiantes.
- Las instrucciones dadas por el docente deben ser siempre claras, concisas y de fácil asimilación por parte de los estudiantes, esto garantiza que las actividades se desarrollen de con éxito en cada clase. De ahí la importancia de la planeación de cada una de las hojas de trabajo.
- Es importante que el docente sea organizado con sus hojas de trabajo y tiempo, de tal manera que las indicaciones dadas puedan ser llevadas a cabo por los estudiantes, garantizando en medida de lo posible que no se presenten interrupciones o rupturas en el proceso de aprendizaje y se pueda dar cumplimiento a los objetivos propuestos en cada sesión de clases.
- Se debe tener en cuenta que trabajar de manera convencional lleva mucho más tiempo que trabajar con mediación de herramientas tecnológicas. Lo anterior debido a que los estudiantes que trabajan de manera convencional seguramente necesitaran más tiempo para construir gráficas con elementos tales como regla y compás, escribir definiciones, fórmulas, etc. Por esta razón, es muy probable que no sea posible ir al mismo ritmo con ambos grupos.
- Los docentes deben tener un manejo por lo menos básico de la plataforma o herramienta tecnológica que pretenden incluir, por lo que es importante ser consciente de que, si se carece de este conocimiento, van a tener que emplear tiempo para capacitarse antes de dar a conocer la herramienta a los estudiantes, de lo contrario es probable que los objetivos que busca no se ven reflejados al final.
- Por último, si se pretende incluir una metodología cooperativa dentro de las estrategias de trabajo, es importante saber que los estudiantes deben estar por lo menos familiarizados con este tipo de trabajo, de lo contrario se requerirá de más tiempo para ver los resultados que se espera, ya que en primer lugar los estudiantes deben habituarse a trabajar en equipo y en

ocasiones esto resulta ser un obstáculo en estudiantes que están acostumbrados a una enseñanza meramente convencional.

## 7 Bibliografía

- Alvarez, V. &. (2014). *El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática*. Obtenido de El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1990-86442019000500102#B1](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102#B1)
- Alzate, A., Castañeda, P., Gonzales, J., & otros. (2010). *Biblioteca digital Universidad de Antioquia*. Obtenido de Biblioteca Digital Universidad de Antioquia: [https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/23302/1/AlzateAlexandra\\_2010\\_AprendizajeGeometriaTIC.pdf](https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/23302/1/AlzateAlexandra_2010_AprendizajeGeometriaTIC.pdf)
- Andrade, C. A., Quijano, O. F., & Molina, R. C. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales, ReHuSo*, 20 - 31.
- Añasco, E. A., & Pérez, D. B. (2023). *Repositorio Universidad del Cauca*. Obtenido de Dificultades en las nociones de área y perímetro en la resolución de problemas de olimpiadas matemáticas: <http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/7618/Dificultades%20en%20las%20nociones%20de%20c3%a1rea%20y%20per%20c3%admetro%20en%20la%20resoluci%20c3%b3n%20de%20problemas%20de%20olimpiadas%20matem%20c3%a1ticas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Araya, R. G., & Alfaro, E. B. (15 de diciembre de 2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare*, 125 -142. Obtenido de La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes: <https://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>

- Beltrán, P. C. (18 de enero de 2017). *Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación*. Obtenido de Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación: <https://www.redalyc.org/pdf/356/35652744004.pdf>
- Cañizález, P. C., & Beltrán, J. K. (18 de enero de 2017). *Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación*. Obtenido de Tecnología educativa y su papel en el logro de los fines de la educación: <https://www.redalyc.org/pdf/356/35652744004.pdf>
- Castillo, S. (2008). PROPUESTA PEDAGÓGICA BASADA EN EL CONSTRUCTIVISMO PARA EL USO ÓPTIMO DE LAS TIC EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*.
- Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Electrónica Sinéctica*, 4.
- Crosetti, B. d., & Ibañez, J. M. (2016). La investigación basada en diseño en tecnología educativa. *Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa (RIITE)*, 44 -59.
- Díaz, J. J. (2020). *Repositorio Universidad de Santander*. Obtenido de Repositorio Universidad de Santander: <https://repositorio.udes.edu.co/entities/publication/e37fd411-1da7-4672-b832-84f7c3ffe66d>
- Domínguez, D. C. (2011). *Los retos de la era de las TICs: nativos digitales contra*. Obtenido de Los retos de la era de las TICs: nativos digitales contra: file:///C:/Users/Asus/Downloads/Dialnet-LosRetosDeLaEraDeLasTICs-5242884%20(2).pdf
- Duarte, J. D. (2003). AMBIENTES DE APRENDIZAJE UNA APROXIMACIÓN CONCEPTUAL. *Revista Iberoamericana de Educación*, 4.
- Fernandez, I. N., & Aranda, M. F. (2022). *Repositorio Universidad del Cauca*. Obtenido de Refuerzo de los conceptos de perímetro área y volumen por medio de la resolución de problemas y las matemáticas recreativas: <http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/7612/Refuerzo%20de%20los%20conceptos%20de%20per%20c3%a1metro%20c3%a1rea%20y%20volumen%20por%20medio%20de%20la%20resoluci%20c3%b3n%20de%20problemas.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Gamboa, G. d. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *SUMA* 64, 35-44.
- Godino, J. D., & Ruiz, F. (Febrero de 2002). *Universidad de Granada*. Obtenido de Universidad de Granada: [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4\\_Geometria.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf)
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1999). *ucm.es*. Obtenido de El aprendizaje cooperativo en el aula: <https://www.ucm.es/data/cont/docs/1626-2019-03-15-JOHNSON%20El%20aprendizaje%20cooperativo%20en%20el%20aula.pdf>
- López, M. B., & Esteves, M. A. (2008). *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas*. Obtenido de Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas: [https://www.researchgate.net/publication/350872360-Obstaculos\\_y\\_errores\\_en\\_la\\_ensenanza-aprendizaje\\_de\\_las\\_figuras\\_geometricas](https://www.researchgate.net/publication/350872360-Obstaculos_y_errores_en_la_ensenanza-aprendizaje_de_las_figuras_geometricas)
- MEN. (2006). *Ministerio de Educación Nacional*. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Muñoz, J. I. (2014). LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU IMPACTO EN PENSAMIENTO CRÍTICO DEL CIUDADANO. *REVISTA DE EDUCACIÓN, COOPERACIÓN Y BIENESTAR SOCIAL*, 81.
- Muñoz, S. A., & Torres, M. D. (2007). *Repositorio digital de documentos en educación matemática*. Obtenido de Dificultades en el uso de fórmulas de área y perímetro: <http://funes.uniandes.edu.co/16154/1/Luna2007Dificultades.pdf>
- NUSEFA, P. (2023). *Colegio Nuestra Señora de Fátima Popayán*. Obtenido de Colegio Nuestra Señora de Fátima Popayán : <https://drive.google.com/file/d/1hv3-SWIIvuNGwa9gqjpmFRoxFUVuQATR/view>
- Peña, S. G., & Escudero, O. L. (2008). La enseñanza de la Geometría. En S. G. Escudero, *Enseñanza de Geometría* (pág. 27). México.
- Pogorélov, A. (1974). *Geometría Elemental*. Moscú: Mir Moscú.

- Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas México.
- Ponce, E. K. (1 de julio de 2020). *Repositorio Universidad Icesi*. Obtenido de Repositorio Universidad Icesi: [https://repository.icesi.edu.co/biblioteca\\_digital/handle/10906/87684](https://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/handle/10906/87684)
- Q., M. S. (mayo de 2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Obtenido de Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Recalde, L. C., & Murillo, D. M. (2016). Los orígenes de la geometría: de la necesidad pragmática a la búsqueda apodíctica. 99.
- Restrepo, B. C., Sierra, L. M., & Villegas, C. (2015). *Geometría Euclidiana. Guías de clase para 45 lecciones*. Medellín: Departamento de Antioquia.
- Rodríguez, J. A. (2013). Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría. Obtenido de Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría.
- Rodriguez, O. P. (2019). *GeoGebra en la argumentación de situaciones de proporcionalidad directa en contexto*. Obtenido de Repositorio Universidad Autónoma de Manizales: [https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/881/1/Geogebra\\_argumentaci%C3%B3n\\_situaciones\\_proporcionalidad\\_directa\\_contexto.pdf](https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/881/1/Geogebra_argumentaci%C3%B3n_situaciones_proporcionalidad_directa_contexto.pdf)
- Ruiz, F. J., Tamayo, O. E., & Márquez, C. (septiembre de 2015). *Scielo.br*. Obtenido de La argumentación en clase de ciencias, un modelo para su enseñanza: <https://www.scielo.br/j/ep/a/ZK34JGBBXHN83SGJKmLpMyw/?format=pdf>
- Tumbajoy, D. L. (3 de Marzo de 2020). *Biblioteca digital Universidad Icesi*. Obtenido de Caracterización de ambientes de aprendizaje mediados por GeoGebra con la resolución de problemas para la construcción del concepto de área en el grado 7° - 2 de la Institución Educativa Rosa Zarate de Peña del municipio de Yumbo.: [http://repository.icesi.edu.co/biblioteca\\_digital/handle/10906/85544](http://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/handle/10906/85544)
- Vrancken, S., Engler, A., & Müller, D. (2018). *Repositorio digital de documentos en Educación Matemática - Universidad de los Andes*. Obtenido de La investigación basada en diseño como sustento de ambientes de aprendizaje para el aula de matemática: <http://funes.uniandes.edu.co/13601/1/Vrancken2018La.pdf>