UNA APROXIMACION CATEGORIAL A LA MODELIZACION CONCEPTUAL DE CONOCIMIENTO

LUIS E. MUNERA

Matemático de la Universidad del Valle.
Master y Doctor en Informática de la Universidad Politécnica de Madrid.
Ex profesor de la Facultad de Informática de la Universidad Politécnica de Madrid. Profesor del ICESI.

1. INTRODUCCION

Partimos del principio ontológico de que el mundo está compuesto de cosas y que éstas son de dos especies: cosas concretas y cosas conceptuales o abstractas. Las cosas son conocidas (u observadas) por nosotros a través de sus propiedades, lo cual nos permite representarlas. Wand(4)

POSTULADO 1. No existen dos cosas con exactamente las mismas propiedades.

Con base en nuestra percepción de la realidad, que realizamos teniendo en cuenta las propiedades de las cosas, elaboramos un modelo conceptual, en el que tanto las cosas como sus propiedades serán representadas a través de unos entes con contenido semántico, que llamaremos objetos.

Los objetos podrán ser simplemente cadenas de caracteres (strings) o estructuras más complejas como árboles, grafos, etc.

POSTULADO 2. Las cosas concretas o abstractas así como sus propiedades serán representadas en un modelo conceptual por un objeto específico.

Un modelo conceptual constituye un marco de referencia, un punto de vista de la realidad. El marco de referencia está constituido por dos clases básicas de objetos: una cuyos objetos representan las cosas del mundo que son de nuestro interés y otra que representa las propiedades relevantes para nosotros de las cosas representadas en la primera clase.

Los objetos que forman la primera clase no sólo representan cosas concretas de la realidad sino también cosas abstractas, o por ejemplo, valores específicos.

2 FORMALIZACION

DEFINICION 1: Denominamos marco de referencia, simbolizado por M, al par ordenado M=(ENTIDADES, ATRIBUTOS); en donde ENTIDADES es una clase formada por los objetos que representan a aquellas cosas que son de nuestro interés, y en donde ATRIBUTOS es la clase formada por los objetos que representan las propiedades de las cosas representadas en la clase ENTIDADES que son relevantes para nosotros.

La noción de clase empleada aquí, corresponde a la interpretación de Godel, es decir, la clase vista como una noción primitiva, no definida y que corresponde a la noción intuitiva de colección o agrupación de cosas.

La clase ATRIBUTOS está formada por objetos de dos especies: atributos propiamente dichos y restricciones.

En general, a cualquier objeto que forma parte de una clase se le denomina elemento o instancia de la clase.

A partir de los objetos básicos del marco de referencia podemos definir nuevos objetos:

DEF.2: Dado un marco de referencia M= (ENTIDADES, ATRIBUTOS), denominamos "entorno" de un atributo A, perteneciente a la clase ATRIBUTOS con respecto a M, a la clase de todos los objetos de ENTIDADES que poseen la propiedad representada por A. La simbolizamos con G(A).

DEF.3: Denominamos descriptor a cualquier subclase de ATRIBUTOS formada exclusivamente por atributos. El descriptor vacío lo simbolizamos por Ø.

DEF.4: Dado un descriptor "d" denominamos tipo respecto a "d" en M a la clase de todos los objetos que poseen todas las propiedades representadas por los atributos de d:

T(d,M)= {G(A)/A pertenece a "d"} ∩

Definimos T (Ø ,M)= ∩ {G(A)/A pertenece a Ø }=ENTIDADES

DEF.5: Denominamos DOMINIO con respecto a un atributo A, a una subclase de ENTIDADES formada por valores que puede tomar A. La simbolizamos por DOM(A).

De esta manera podemos considerar a todo atributo A como una función de la clase entorno de A, G(A), en su respectiva clase DOMINIO DE A, DOM(A).

DEF. 6: Dados dos atributos Ai y Aj, denominamos una restricción a cualquier función de DOM (Ai) en DOM (Aj).

Es nuestro interés construir con estos objetos unas estructuras más generales denominadas categorías:

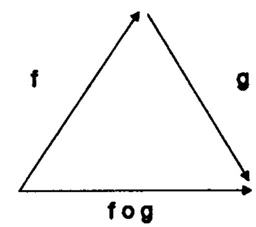
DEF.7: Una tupla C= (O, F; dm, cd, I,o) es llamada una categoría si y sólo sí satisface los siguientes postulados:

(1) La tupla (O,F; dm, cd,) es un grafo dirigido; O es la clase de vértices llamada los objetos de C, F es la clase de flechas o arcos llamada los morfismos de C y dm, Cd son funciones de F en O asignando a cada morfismo su origen y su destino respectivamente.

(2) I es una función de O en F que le asigna a cada objeto x su morfismo identidad denotado por idx.

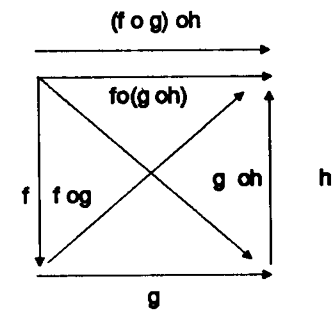
(3) "o" es una función, la operación de composición de morfismos, o: FXF → F que le asigna a cada par de morfismos (f,g) tales que Cd(f)= dm(g) el morfismo f o g con dm (fog)= dm(f) y cd(fog)= cd(g).

Gráficamente se expresa mediante el diagrama:



(4) La operación "o" es asociativa, es decir, fo (g o h) = (f o g) o h.

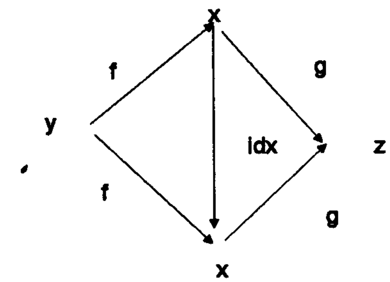
Gráficamente se expresaría diciendo que el siguiente diagrama es conmutativo:



Un diagrama es conmutativo cuando, para cada par de sus vértices N1 y N2, dos caminos cualesquiera de flechas igualmente dirigidas, que conduzcan desde N1 a N2, producen, por composición de etiquetas, flechas iguales de N1 a N2.

(5) Para cada objeto X existe el morfismo identidad idx, tal que dm (idx)= Cd (idx) = X, es decir, idx:X→X; tal que para cualquier par de morfismos de la forma f: y → x, g: x → Z, idx o f=f, goidx=g.

Gráficamente se expresaría diciendo que el siguiente diagrama es conmutativo:



La primera categoría que construiremos será con las entidades y para ello tenemos en cuenta lo siguiente: Una entidad perteneciente a la clase ENTIDADES, que puede ser descrita como una asociación o concatenación de otras entidades, es llamada una entidad compuesta. Una entidad que no es compuesta es llamada una entidad simple.

Formalmente:

POSTULADO 3: Existe una operación binaria * llamada asociación o concatenación tal que:

1) Si ei y ej son entidades, entonces ei*ej también es una entidad.

2) ek * ek =ek (propiedad de la idempotencia)

3) La operación * es asociativa y conmutativa

DEF. 8: Una entidad x es compuesta si y sólo si existen entidades y, z tales que x ≠y, x≠z, x=y*z. De lo contrario decimos que x es simple.

DEF.9: Sean x e y entidades tales que x*y = x, x≠y. Entonces decimos que y es parte de x, lo denotamos por y ≤ x

DEF. 10: x es una entidad simple si y sólo si y ≤ x implica y = x

DEF.11: La composición de una entidad es la clase formada por todas sus partes,

C(x) = {y/y ≤ x}

TEOREMA 1: La clase ENTIDADES está parcialmente ordenada bajo la relación ≤

D/: La relación ≤ es reflexiva, es decir ek ≤ ek para todo ek perteneciente a ENTIDADES, por la propiedad de la idempotencia ek*ek=ek. La relación ≤ es antisimétrica, es decir, si x ≤ y, y≤x entonces x*y=y, y*x=x y puesto que x*y = y* entonces x = y.

La relación ≤ es transitiva, es decir, si x≤y, y≤z entonces x*y=y, es decir, y*z=z, y por lo tanto x*z = x*(y*z) = y*z=z, es decir, x≤z.

DEF.12 Sea P una propiedad de una entidad x con composición c(x).

Entonces:

1) P es una propiedad hereditaria de x si y solo si existe un y perteneciente a C(X), Y≠x, tal que P es una propiedad de y.

2) P es una propiedad emergente de x si no existe un y perteneciente a c (x), x = x, tal que P es una propiedad de y.

Definimos la categoría ENT, cuyos objetos son los elementos de la clase ENTIDADES y cuyos morfismos son las aserciones de que x ≤ y. Es decir que existe un morfismo x → y si y solo si x≤y.

Definimos la composición por: (y → z) o (x → y)= x → z, la cual está garantizada por la propiedad de la transitividad de ≤. El morfismo identidad idx= x → x está garantizado por la reflexividad de ≤

Sean f, g, h tres morfismos tales que: f:z → w, g: y → z, h: x → y, entonces, fo (goh) = x → w = (fog) oh

Esto es equivalente a afirmar que: z≤w; (y≤z , x ≤ y)= x≤w=(z≤w, y≤z), x≤y

Si f: y → x, g: x → Z, idx: x → x entonces, idx of=(y → x) o (x → x)= y x= f, g o idx = (x → x) o (x → z) = x → z=g

Esto es equivalente a:

y≤x y x≤x = y≤x, x≤x y (x≤z) = x≤z

La segunda categoría que construiremos será con los tipos y para ello tendremos en cuenta lo siguiente:

DEF.13: Denominamos conjunto a una clase que es instancia de alguna otra clase.

LEMA 1: Sean d1, d2, dos descriptores. Entonces d1 es un subconjunto de d2 si y solo si T(d2, M) es un subconjunto de T (d1, M).

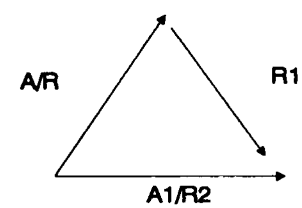
TEOREMA 2: Sea D el conjunto de todos los posibles descriptores formados con atributos de la clase ATRIBUTOS. Entonces el conjunto CL = {T(d,M)/"d" pertenece a D} es un lattice bajo la inclusión ⊆.

El lema 1 y el teorema 2 proveen las bases para las nociones de jerarquía de clases y herencia de propiedades. Para entender esto, consideremos dos conjuntos de atributos d_1 y d_2 tales que d1 C d2. Si denotamos por C1 el conjunto de todos los objetos que poseen las propiedades d1, entonces C2 CC1, ya que todo objeto que posee todas las propiedades en d2 también posee todas las propiedades en d1. También si consideramos cualquier subconjunto de C1, todos los objetos en este subconjunto tienen las propiedades de d1. Por lo tanto se puede decir que C2 es una subclase de C1 o, alternativamente que C1 es una superclase de C2, con lo que se crea una jerarquía de herencias.

Definimos pues una categoría TIP cuyos objetos son los tipos y cuyos morfismos son las aserciones de que T1⊆ T2. Es una categoría basada en la relación de orden parcial de inclusión de clases "⊆" y por lo tanto semejante a la relacion "≤" de la categoría ENT.

Ahora construimos una tercera categoría SKL (esqueleto) cuyos objetos son todos los tipos y dominios asociados a nuestro marco de referencia M y cuyos morfismos son los atributos y restricciones. Definimos el morfismo identidad por el atributo y restricción "IGUAL".

Definimos la composición de morfismos, asignando a cada par de morfismos tales que el destino de uno es el origen del otro (por lo tanto al menos uno de ellos es una restricción) un morfismo que puede ser atributo o restricción tal que el siguiente diagrama es conmutativo:

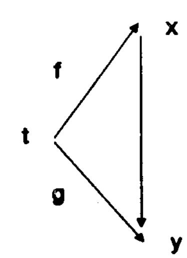


En donde A/R significa A o R

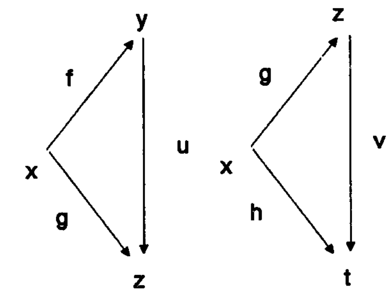
Escribimos A1 = AoR1 o R2 = RoR1

Ahora para cada objeto tipo t, de la categoría SKL, definimos una categoría ESQUEMA sobre t, denotada por ESQt de la siguiente manera. Los objetos de ESQt son los morfismos de SKL que tienen como origen a t, es decir, son flechas de la forma t → x.

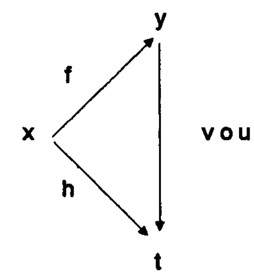
Sean f:t → x, g:t → y dos objetos de ESQt, un morfismo de f en g es un morfismo restricción de SKL, h: x → y tal que el siguiente diagrama conmuta:



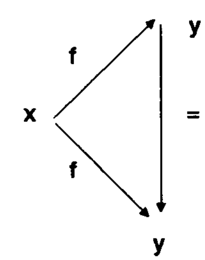
Se componen los triángulos de la siguiente manera: la composición de los dos triángulos.



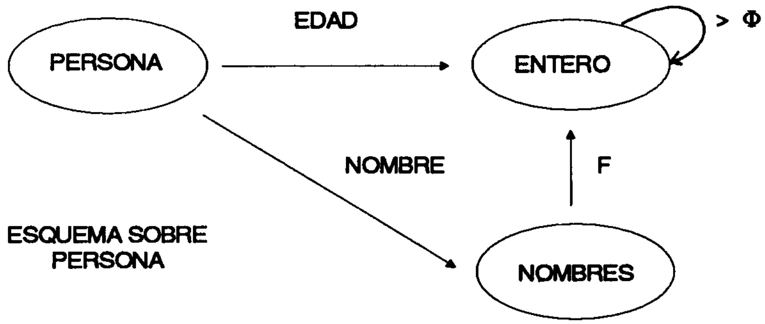
Es el triángulo



El morfismo identidad sería:



Ejemplo: Consideremos el conjunto de personas llamado PERSONA y consideremos únicamente dos atributos: NOMBRE Y EDAD cuyos dominios son NOMBRE Y ENTERO respectivamente. Consideremos dos restricciones: la edad debe ser mayor que cero, y a un valor de nombre sólo le puede corresponder un valor de EDAD.



Ahora consideramos una categoría de ESQUEMAS, denotada por ESQ, cuyos objetos son los esquemas sobre los tipos t y cuyos morfismos son relaciones conceptuales entre los tipos. Dichas relaciones son diferentes a los atributos y se representan por predicados.

Teniendo en cuenta los morfismos de las categorías ENT y TIP, vamos a contar entre los morfismos de ESQ tres relaciones conceptuales particulares que mantienen relaciones jerárquicas entre los tipos de los esquemas:

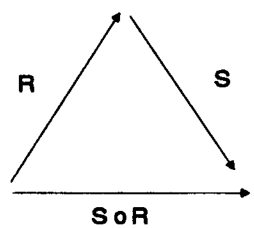
es-un (C,D.): cada elemento de C es un elemento de D.

Parte de (C,D): los elementos de D son agregados y tienen un componente con elementos de C. Elemento de (C,D): los elementos de D son conjuntos de elementos de C.

Esas tres relaciones conceptuales se conocen con los nombres de generalización, agregación, y agrupación, respectivamente.

La relación "es-un" es una relación reflexiva, por lo tanto estamos garantizando para cada objeto (esquema) un morfismo que lo conecta consigo mismo.

Dados dos morfismos (relaciones) R y S tales que dm(S) = cd(R), la composición será una relación composición, denotada por S o R.,



Estas relaciones no tienen por qué ser funcionales, es decir, en general, son relaciones 1 a n ($n \geq 1$). Cada relación conceptual vista por extensión es una clase de pares ordenados de valores específicos, de tal manera que existe una relación inversa obtenida simplemente cambiando el orden de las coordenadas de cada pareja.

La inversa de una relación R, la simbolizamos por R^{-1}

Se puede comprobar que la composición de relaciones es asociativa, es decir,

Ro (SoP) = (RoS) o P

También se puede comprobar la igualdad,

$(SoR)^{-1} = R^{-1} \text{ o } S^{-1}$

Teniendo en cuenta la categoría ESQ definiremos por intensión y extensión una base de conocimientos.

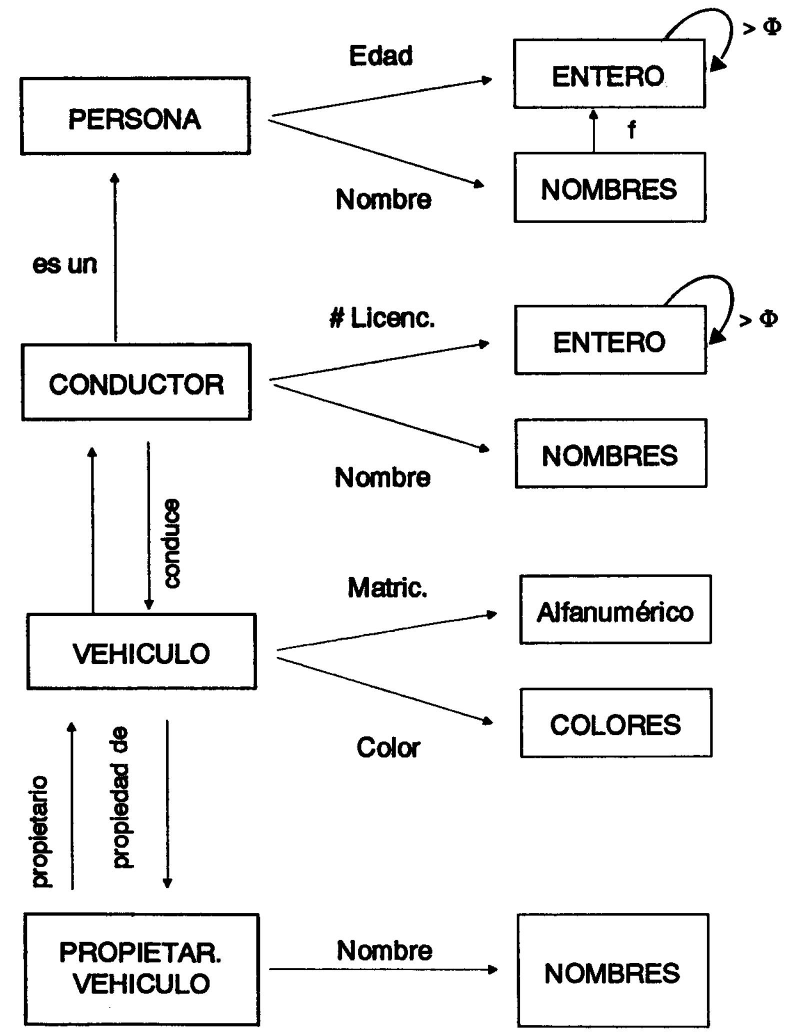
DEF.14: Denominamos esquema o nivel intensional de una Base de Conocimientos a cualquier subcategoría de la categoría ESQ.

DEF. 15: Denominamos Base de Conocimientos a cualquier realización válida de un esquema de Base de Conocimiento.

En otras palabras un esquema de una base de conocimientos es una red semántica, cuyos nodos son tipos y dominios y cuyos arcos son atributos, relaciones y restricciones.

La base de conocimientos es una extensión del esquema en la que se hacen explícitas las instancias de las clases y relaciones que satisfacen las restricciones.

Ejemplo:



Finalmente construiremos dos macro-categorías, una de ellas que llamaremos CONJUNTOS y que denotamos por CONJ, estará constituida por todas las clases que hemos definido hasta ahora: tipos, dominios, atributos, relaciones, restricciones, etc.

La categoría CONJ tiene como objeto todas las clases que al estar contenidas en su propia clase de objetos, son conjuntos; sin embargo la clase que contiene todas esas clases no es ella misma un conjunto, es decir no se contiene a sí misma, en otras palabras es una clase propia. Los morfismos en estas categorías serán las funciones entre clases.

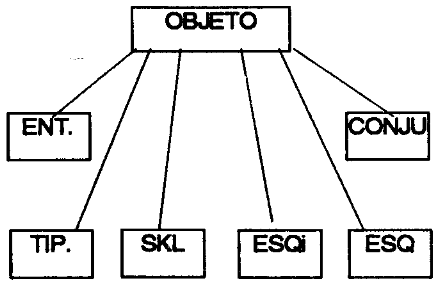
Finalmente construimos una categoría superior que contiene objetos que no contiene CONJ, como por ejemplo las entidades y la clase de los esquemas, sean objetos de CONJ. Así pues definimos una categoría de todos los objetos del modelo, que simbolizamos por OBJ, y que estará constituida por todos los objetos de todas las categorías definidas anteriormente y cuyos morfismos serán todos los morfismos asociados a dichas categorías, de tal manera que todas ellas son subcategorías de OBJ

POSTULADO 4 - Todo objeto pertenece al menos a una clase.

Es de observar que la clase de todos los objetos, no se contiene a sí misma, por lo que ella en sí misma no es un objeto del modelo.

Esto nos permite romper el principio de circularidad asociado al tratamiento homogéneo de los objetos, que considera que todas las clases y todas las relaciones entre ellas, también son objetos.

Consideramos que esto representa una solución equilibrada entre los dos extremos siguientes: uno que acepta la homogeneidad lo cual trae consigo el efecto no deseable de la circularidad y el otro extremo que no acepta los atributos relacionales, etc., como objetos con lo cual se sale a la circularidad y no pierde totalmente la homogeneidad al contar el modelo. Solamente con dos clases que no son objetos: la clase de todos los conjuntos del modelo y la clase de todos los objetos del modelo.



Antes de definir un álgebra de operaciones entre esquemas, es necesario hacer unas redefiniciones:

DEF. 14: Denominamos esquema conceptual a cualquier subcategoría de la categoría ESQ.

En otros términos un esquema conceptual es lo que antes denominamos esquema de una base de conocimientos. Un esquema visto como una categoría tiene como objetos uno o más esquemas sobre un tipo t y como morfismos las relaciones conceptuales.

DEF. 15: Denominamos esquema o nivel intensional de una base de conocimientos a cualquier conjunto de esquemas conceptuales.

DEF. 16: Denominamos Base de Conocimientos a cualquier realización válida de un esquema de base de conocimientos.

Ahora definimos una nueva categoría llamada Esquemas Conceptuales, denotada por ESQC, cuyos objetos son esquemas conceptuales, y cuyos morfismos son funciones F= (fo, f1, f2, f4) en donde fo es una función que envía Tipos en Tipos, f1 envía Dominios en Dominios, F2 envía atributos en Atributos, F3 envía Restricciones en Restricciones y F4 envía Relaciones en Relaciones. Tal vez sea mejor decir que F= (fo, f1) en donde fo envía esquemas sobre tipos en esquemas sobre tipos y f1 envía relaciones en relaciones.

3. ALGEBRA DE OPERACIONES

DEF.17: Sea {Ei} i∈I una familia de esquemas conceptuales de la categoría ESQC. Una suma o join de esta familia es la dada por un esquema conceptual E de ESQC y para cada i∈I por una flecha ini (inyección): Ei → E que cumple la siguiente propiedad universal: Cualesquiera que sean el esquema ei y las flechas fi: Ei → ei, existe una flecha única f: E → ei tal que el diagrama sea conmutativo para todo i,

$$\begin{tikzcd} Ei \arrow[r, "ini"] \arrow[dr, "fi"'] & E \arrow[d, "f"] \\ & ei \end{tikzcd}$$

Denotamos $\coprod_{i \in I} Ei = E$

El esquema E es una especialización común de los esquemas Ei. Es decir que para cada Ei existe un subesquema ei embebido en E que representa a Ei, y que se denomina restricción de Ei en E.

Esta operación es equivalente a la join en el Algebra Relacional (modelo relacional de datos, MAIER (2)).

$$\coprod_{i=1} Ei \cong \bowtie_{i=1}^{n} Ej$$

El caso particular en donde i=I y E=e, es equivalente a una selección aplicada sobre una relación en el Algebra relacional,

$$\coprod E1 = \sigma (E1)$$

DEF. 18: Sea {Ei}, i perteneciente a I, una familia de esquemas conceptuales de la categoría ESQC. El producto de esta familia es el dado por un esquema conceptual E de ESQC y para cada EI por una flecha Prj (proyección): E → Ei que cumple la siguiente propiedad universal: Cualesquiera que sean el esquema ei y las flechas fi: ei → Ei de ESQC, existe una única flecha f: ei → E tal que el diagrama sea conmutativo para todo i,

$$\begin{tikzcd} E \arrow[r, "Pri"] & Ei \\ ei \arrow[u, "f"] \arrow[ur, "fi"'] & \end{tikzcd}$$

lo denotamos por $\pi_{i \in I}$ Ei= E

El esquema E es una generalización común de los esquemas Ei. Es decir que para cada Ei existe un subesquema ei embebido en E que representa a Ei y que se denomina proyección de E en Ei.

Esta operación es equivalente al producto cartesiano en el álgebra racional,

$$\pi_{i=I} Ei = X_{i=I} Ei$$

El caso particular en donde i=I y E=e, es equivalente a una proyección aplicada sobre una relación en el álgebra relacional:

$$\pi EI = \pi (EI)$$

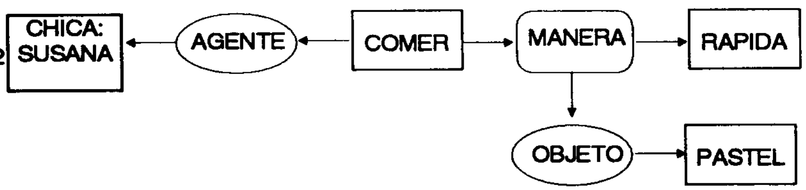
Ejemplo, SOWA (3): Sean,

E1:

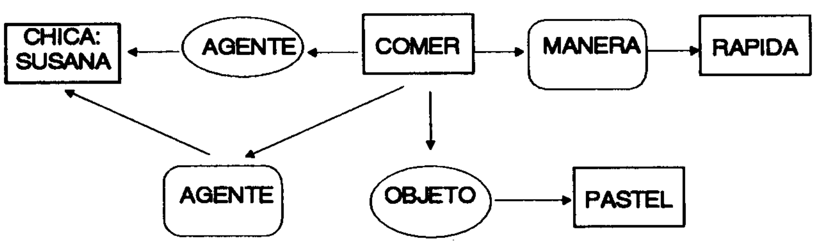

"Una chica está comiendo rápido"

E2:


"Una chica, Susana, está comiendo pastel"

E1 $\perp\!\!\perp$ E2


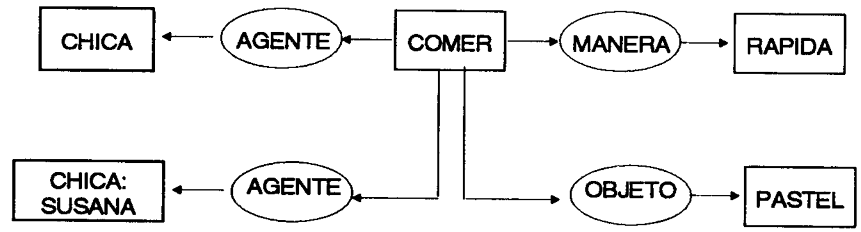
Para obtener E1 $\perp\!\!\perp$ E2 hemos aplicado una operación de simplificación ya que inicialmente E1 $\perp\!\!\perp$ E2 sería:



e1:


e2:


que inicialmente E1 π E2 sería:



EN DONDE e1 = E1 Y e2 = E2

DEF. 19: Sea {Ei} iEI una familia de esquemas conceptuales de la categoría ESQC, tales que poseen los mismos atributos y la misma cantidad de atributos. La unión de esta familia está dada por un esquema conceptual E de ESQC tal que consta de un solo tipo que es la unión de todos los tipos de los Ei y cuyas restricciones son la unión lógica (OR) de las restricciones de los Ei. Lo denotamos por

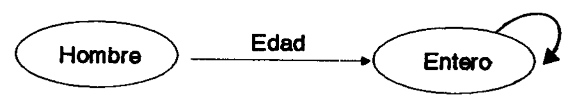
$$\bigcup_{i=1}^{n} E_i = E$$

Esta operación es equivalente a la unión de relaciones del álgebra relacional.

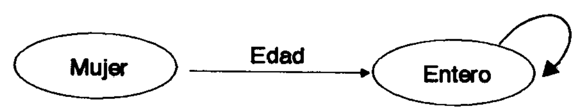
DEF.20: Sean E1 y E2 dos esquemas conceptuales de la categoría ESQC, tales que poseen los mismos atributos y la misma cantidad de atributos. La diferencia E1 - E2 está dada por un esquema conceptual E de ESQC que consta de un solo tipo que es la diferencia del tipo de El menos el tipo de E2, que posee los mismos atributos y dominios de E1 y E2 y cuyas restricciones son las mismas de E1.

Lo denotamos por E1 - E2 = E

Ejemplo :

E1:


>0<200

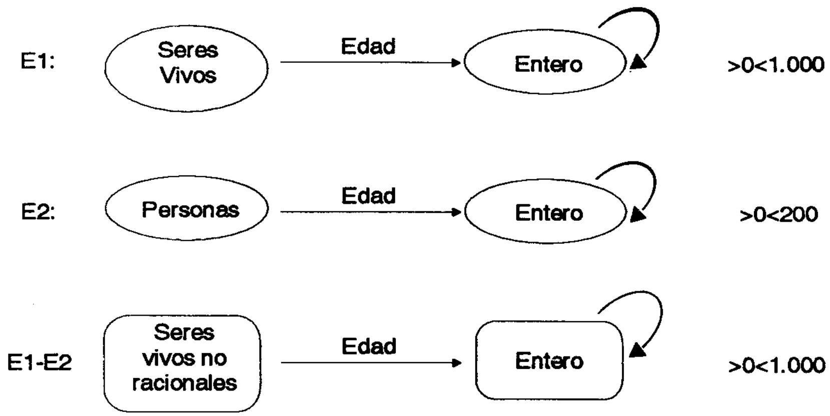
E2:


>0<200

E1U:E2


>0<200

Ejemplo:



Hemos obtenido así un álgebra de operadores equivalente al álgebra relacional. Podríamos pensar en los operadores derivados intersección (∩Ei), cociente (Ei ÷ Ej).

Sin embargo la unión natural (join) en nuestro sistema es un operador básico y no derivado.

REFERENCIAS

1 - BARR MICHAEL, WELLS CHARLES. "Category Theory for Computing Science", Prentice Hall, 1989.

2- MAIER DAVID. "The Theory of Relational Databases". Pitman 1983.

3- SOWA JOHN F. "Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine" A. Addison - Wesley. 1984.

4- WAND YAIR. "A proposal for a Formal Model of Objects" en Object oriented concepts, databases, and applications, Editado por Kim y Lochovsky, ACM Press, 1989.

REVOLCON LABORAL, FACULTAD PRESIDENCIAL LIMITADA POR EL REVOLCON LEGISLATIVO

DIEGO FERNANDO ANDRADE F.

Doctor en Derecho, Universidad del Cauca. Doctor en Ciencias Políticas y Sociales, Universidad del Cauca. Especialización en Laboral y Comercial. Profesor USABU-ICESI. Docente. Autor.

He venido comentando la importancia que ha tenido la Ley 50 del 28 de diciembre de 1990 respecto de la Reforma Laboral, y el revolcón legislativo que han producido esta Ley y la Nueva Constitución Política Colombiana, comentarios realizados en los números 39 y 40 de Publicaciones ICESI, que comprendían los meses abril a septiembre de 1991.

En el número 39, integrando la producción intelectual de Profesores ICESI, escribí un artículo sobre la Ley que a partir del 1º de enero de 1991 reformó sustancialmente el aspecto individual y colectivo de las relaciones de trabajo. En dicho artículo dije taxativamente que: "A partir del 1º de enero de 1991, empezó a regir en todo el país la Reforma Laboral, contenida en la Ley 50 de 1990. Esta Ley introduce importantes modificaciones al Código Sustantivo del Trabajo en sus partes individual y colectiva, conceptúa y reglamenta las Empresas de Servicios Temporales, *concede facultades al Presidente de la República para codificar la Legislación Sustantiva y modificar el Código Procesal del Trabajo.*"

En el número 40, también de Publicaciones ICESI, escribí sobre el revolcón laboral manifestado de urgencia por el Gobierno Nacional, haciendo concordancia con el revolcón legislativo puesto que en la actualidad se encuentran reformados los fundamentos legales refiriéndome a la base institucional como es la Nueva Constitución Política de Colombia que contiene importantes normas que indiscutiblemente han cambiado la infraestructura de nuestra legislación laboral, y además, las facultades concedidas al Presidente de la República por una Ley tan contemporánea como es la Ley 50 de 1990.

En ese escrito traté de sintetizar e informar sobre los cambios constitucionales con nuestra nueva carta.