

PRIMER EXÁMEN PARCIAL DE CÁLCULO EN UNA VARIABLE

Profesor: Johann Suárez Motato

Febrero 20 de 2009

Nombres y apellidos: _____ Código: _____

1. (15 pts) Determine la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados:

a) Si

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \neq 0 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$$

entonces $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

b) Si $f(c) = L$, entonces $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$

c) La función $f(x) = x^2 + x - 1$ tiene una raíz real en el intervalo $[0, 5]$

d) La función $h(x) = |x - 2|$ es derivable en $x = 2$

e) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ tiene una discontinuidad evitable en $x = 0$

2. (9 pts) Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3+x} - \frac{1}{3}}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x \cos x}{2x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2}}{x}$

3. a) (3 pts) Calcule la derivada de $f(x) = x + \frac{4}{x}$ mediante el proceso del límite.

b) (3 pts) Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x \sin^2(3x)$ en el punto $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

c) (4 pts) Calcule $\frac{dy}{dx}$ dado que $y^3 + y^2 - 5y - x^2 = 4$.

d) (4 pts) Calcule $f'(x)$ si se sabe que $f(x) = \frac{-2x^3 \tan(2x)}{x^2 - 1}$

4. (10 pts) Esboce la grafica de una función con las siguientes características:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$ e) $f(0) = 1$ f) Pasa por los puntos $(4, 0)$ y $(-3, 0)$

5. (10 pts) Un controlador detecta que dos aviones que vuelan a la misma altura tienen trayectorias perpendiculares y convergen en un punto. Uno de ellos está a 150 millas de dicho punto y vuela a 450 millas por hora; el otro está a 200 millas de dicho punto y se desplaza a 600 millas por hora.

- a) A qué ritmo se reduce la distancia entre ellos?
- b) De cuánto tiempo dispone el controlador para modificar la ruta de alguno de ellos?