

Examen Final de Teoría de Probabilidades
Cali, Mayo 18 de 2006

NO SE RESPONDERÁN PREGUNTAS DURANTE EL EXAMEN.

- Se tienen los dígitos 7, 3, 4 y 9, los cuáles se seleccionan al azar de uno en uno (sin sustitución) hasta formar un valor de cuatro cifras, por ejemplo, 3749 indica que el orden de selección fue 3, 7, 4 y 9 que formó el valor 3749.
 - ¿Qué tan probable es que el valor obtenido sea par?
 - ¿Qué tan probable es que el valor obtenido sea mayor a 3500?
- Un fabricante de aparatos de reproducción de videos digitalizados (DVD's) utiliza un componente electrónico en particular (microchip) llamado LS-24 que compra a tres proveedores: Hall Electronics, Schuller Sales y Crawford Components. 30% de los microchips se compran a Hall Electronics; 20% a Schuller Sales y 50% restante a Crawford Components. El fabricante de DVD's tiene registros de los tres proveedores del microchip y sabe que 3% de los microchips de Hall Electronics están defectuosos, 5% de los microchips de Schuller Sales tienen defectos y 4% de los microchips comprados a Crawford Components están defectuosos.
Cuando los microchips llegan al fabricante de DVD's, se colocan directamente en un depósito y no se inspeccionan ni se identifican de acuerdo con el proveedor. Uno de los técnicos, elige aleatoriamente un microchip para instalarlo en un DVD.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el microchip seleccionado sea defectuoso?
 - ¿Dado que el microchip elegido salió defectuoso, calcule las probabilidades de que provenga de cada uno de los proveedores.
- Los automóviles llegan a la salida de Elkhart de la autopista de Indiana en un promedio de 2 por minuto. La distribución de llegadas de automóviles a ese sitio se aproxima a una distribución de Poisson.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que ningún automóvil llegue en un minuto en particular?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que llegue por lo menos un automóvil en un minuto en particular?
- Sea la concentración de plomo en la gasolina, dada en g/Lt (gramos por litro), una variable aleatoria cuya función de densidad está dada por:
$$f(x) = 12.5x - 1.25 \quad \text{para } 0.1 \leq x \leq 0.5$$
 - Halle el valor esperado de la variable aleatoria.
 - Para un lote de gasolina particular, ¿Qué tan probable es que la concentración de plomo esté entre 0.25 y 0.4?
 - Calcule e interprete el percentil 75 para la variable aleatoria x .
- El volumen de transacciones diarias (en millones de acciones) en la Bolsa de New York es una variable aleatoria que se distribuye Normal con $\mu=950$ y $\sigma=85$; efectúe las siguientes estimaciones:
 - ¿Qué tan probable es que en un determinado día, el nivel de transacciones esté entre 900 y 1000?
 - ¿Cuál es el valor tal que el 80% de los días, el nivel de transacciones es superior a dicho valor?
 - Si se toma una muestra aleatoria de 300 días, ¿Qué tan probable es que entre 150 y 250 de éstos días, se cumpla que el volumen de transacciones sea inferior a 1000?

Cada punto tiene un valor del 20% de la nota total del examen

ANEXOS:

Fórmulas

Regla de Bayes:
$$P(B_i / A) = \frac{P(A / B_i)P(B_i)}{P(A / B_1)P(B_1) + P(A / B_2)P(B_2) + \dots + P(A / B_k)P(B_k)},$$

donde B_i es el ***i-ésimo*** de K eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos.

Distribución de la función de probabilidad Binomial:

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Distribución de la función de probabilidad de Poisson:

$$P(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Distribución de la función de probabilidad Hipergeométrica:

$$P(X) = \frac{\binom{r}{x} \binom{N-r}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \text{ donde } r \text{ es el \# de elementos de la población que tiene la}$$

característica X; n es el tamaño de la muestra.

Valor esperado de una variable aleatoria continua:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, \text{ donde } f(x) \text{ es una función de densidad de probabilidad de X.}$$

Aproximación de la Binomial mediante la normal

$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(\frac{a - 0.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq Z \leq \frac{b + 0.5 - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) \text{ con corrección de continuidad}$$

Aproximación de la Poisson mediante la normal

$$P(a \leq X \leq b) \approx P\left(\frac{a - 0.5 - \lambda}{\sqrt{\lambda}} \leq Z \leq \frac{b + 0.5 - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right) \text{ con corrección de continuidad}$$