



CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 01

Profesor: Carlos A. Quintero

PRIMER EXAMEN PARCIAL 06 de septiembre de 2007

1. (10 puntos) Calcule los siguientes límites (si existen)

i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-16}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{7}}{x}$ iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$

iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x-1}{4x^2+1}$ v) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{|x-5|}{x-5}$

2. (10 puntos) Demuestre que la función $f(x) = \begin{cases} x^4 \cos(1/x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ es continua en $x = 0$.

3. (10 puntos) Encuentre la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pasa por el punto (0,1) y es tangente a la recta $y = x - 1$ en el punto (1,0).

4. (10 puntos)

- (a) Explique por qué la función $f(x) = x^2 - 2 - \cos x$ tiene un cero en el intervalo $[0, \pi]$
(b) Verifique que el teorema del valor intermedio es aplicable a f en el intervalo dado y encuentre un valor de c garantizado por el teorema: $f(x) = \frac{x^2+x}{x-1}$, $[5/2, 4]$, $f(c) = 6$

5. (10 puntos)

- (a) Determine los puntos en los que la gráfica de $-y^4 = x^2 - y^2$ tiene una recta tangente horizontal
(b) El ángulo entre los dos lados iguales, con longitud s , de un triángulo isóceles es θ . Si el área del triángulo se obtiene mediante la fórmula $A = \frac{1}{2}s^2 \sin \theta$ y θ está creciendo a razón de $1/2$ radian/minuto, encuentre el ritmo de cambio del área cuando $\theta = \pi/3$.