

Profesor Michell A. Gómez L.

7 de Septiembre de 2007.

Cálculo de una variable. Período Académico 072. G-13. Primer parcial.

Nombre \_\_\_\_\_ Código \_\_\_\_\_

1. (10 puntos) Evalúe el límite, si existe.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 2x - \sqrt{4x^2 + 1} \right) + \frac{x}{\sqrt{x^2 - x}} \right] \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3+x} - \frac{1}{3}}{x}$$

2. (10 puntos) Encuentre la derivada de las siguientes funciones.

$$\text{a) } g(x) = \left( \frac{3x^2 - 2}{2x + 3} \right)^3 \quad \text{b) } y = \sin \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{\sin x}$$

3. (5 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $x^3 + y^3 = 4xy + 1$  en el punto (2,1).

4. (10 puntos) Un avión vuela a 5 millas de altitud y a una velocidad de 600 millas por hora, hacia un punto situado exactamente en la vertical de un observador. ¿A qué ritmo está cambiando el ángulo de elevación  $\theta$  cuando el ángulo es  $\theta = 30^\circ$ ?

5. (15 puntos) a) Verifique que el teorema del valor intermedio es aplicable a la función  $f(x) = x^2 + x - 1$  en el intervalo  $[0, 5]$  y encuentre el valor de  $c$  garantizado por el teorema tal que  $f(c) = 11$ .

b) Determine las asíntotas (si las hay) verticales y horizontales de la gráfica de

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

c) Halle (si existe) el valor de  $g'(0)$  para  $g(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

d) Demuestre que  $\frac{d}{dx}[\cot x] = -\csc^2 x$ .

e) Pruebe que la recta normal a cualquier punto de la circunferencia  $x^2 + y^2 = r^2$  pasa por el origen.