

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO EN UNA VARIABLE

1. Calcule los límites siguientes:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$, (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x)$,

(c) $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 h}{h^2}$, (d) Calcule $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta + \tan \theta}$.

2. Si $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < 0 \\ 3 - x & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ (x - 3)^2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$. Determine donde f es continua o

discontinua. (Justifique su respuesta).

3. Muestre que la ecuación $x^5 - x^2 + 2x + 3 = 0$ tiene al menos una raíz real.

4. Sea $f(x) = |\sin x|$. Determine: (i) si $f'(0)$ existe, (ii) si f es continua en $x = 0$. (justifique su respuesta).

5. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la curva

$$\sin(x + y) = y^2 \cos x \quad \text{en el punto} \quad \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right).$$

6. Derive las funciones siguientes:

(i) $f(x) = \sec^2(x^3) + x \tan\left(\frac{1}{x}\right)$, (ii) $g(y) = \left(\frac{y^3 + 1}{y^3 - 1}\right)^3 + ye^{y^2 \cos y}$.

