



CALCULO EN UNA VARIABLE  
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL  
Grupo 7

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE \_\_\_\_\_ CODIGO \_\_\_\_\_

1. (11 ptos)

- a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:  $h(x) = \sqrt{\frac{(1-x)^4(x-5)^3}{(x-3)^6}}$  y  $f(x) = (\ln x)^x$ .
- b) Suponga que para una función  $g$  se sabe que  $g(1) = -4$ ,  $g(2) = 3$  y  $g'(x) = \sqrt{x^2 + 8}$  para todo  $x$ . Estime el valor de  $g(0,95)$  y determine si su aproximación es una sobre o una subestimación.

2. (18 ptos) Considere la función  $f(x) = 4x^3 - x^4$ . Determine

- a) Intervalos de crecimiento de  $f$ .
- b) Máximos y mínimos de  $f$ , indicando si son de naturaleza local o absoluta.
- c) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión de  $f$ .
- d) Gráfica de la función  $f$ , indicando explícitamente los puntos críticos y de inflexión.

3. (14 ptos)

- a) Se está fugando agua de un tanque cónico invertido a razón de  $10 \text{ m}^3/\text{min}$ , al mismo tiempo que se bombea agua hacia el tanque con una razón constante. El tanque tiene  $6 \text{ m}$  de altura y el diámetro en la parte superior es de  $4 \text{ m}$ . Si el nivel del agua sube a razón de  $0.2 \text{ m/s}$  cuando la altura de dicho nivel es de  $2 \text{ m}$ , encuentre la razón a la que se bombea agua al tanque.
- b) Encuentre las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en círculo de radio  $R$ .

4. (12 ptos)

- a) Suponga que la gráfica de una función  $f$  pasa por el punto  $(1, 6)$  y que la pendiente de la recta tangente a  $f$  en algún punto  $x$  es  $2x + 1$ . Encuentre  $f(2)$ .
- b) Suponga que  $f(0) = 1$  y  $2 \leq f'(x) \leq 5$  para todo  $x$  en  $[0, 4]$ . Muestre que  $9 \leq f(4) \leq 21$ .
- c) Muestre que la ecuación  $x^{11} + x^5 + x = 1$  tiene exactamente una raíz real.

5. (Opcional 7 ptos) Halle el área bajo la curva  $y = x^3 + x^2$  sobre el intervalo  $[0, 2]$ , usando la definición de área como el límite cuando  $n \rightarrow \infty$  de la suma de las áreas de  $n$  rectángulos de aproximación.