UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

Febrero 28 de 2007.

Cálculo de varias variables. Período Académico 071. G-03. Primer parcial.

Nombre ______________________________ Código __________

1. (10 puntos) Determine las componentes tangencial $a_{\mathbf{T}}$ y normal $a_{\mathbf{N}}$ de la aceleración para la hélice dada por $\mathbf{r}(t) = b\cos t\mathbf{i} + b\,\mathrm{sen}\, t\mathbf{j} + ct\mathbf{k}$, $b > 0$. (*Sugerencia*: $a_{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{a}}{\|\mathbf{v}\|}$).

2. (10 puntos) Considere la función $f(x,y) = 3x^2 - 2y^2$.

   a) Identifique la superficie $z = f(x,y)$. Trace la curva de nivel para $c = 6$ y encuentre un vector normal a dicha curva en el punto $(\sqrt{2}, 0)$.

   b) Calcule la derivada direccional de f en $(-\frac{3}{4}, 0)$ en la dirección de $P(-\frac{3}{4}, 0)$ a $Q(0,1)$.

3. (8 puntos) Halle los valores de $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$, si existen, y determine si f es diferenciable en $(0,0)$, donde

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4. (10 puntos) Sea $w = xy + xz + yz$. Aplique la regla de la cadena apropiada para

   a) Hallar $\frac{dw}{dt}$ si $x = t - 1$, $y = t^2 - 1$, $z = t$.

   b) Hallar $\frac{\partial w}{\partial s}$ y $\frac{\partial w}{\partial t}$ si $x = s\cos t$, $y = s\,\mathrm{sen}\, t$, $z = t$.

5. (12 puntos) a) Encuentre las primeras derivadas parciales de z por derivación implícita para

$$x^2 + 2yz + z^2 = 1$$

   b) Sean $\mathbf{r}(t) = f_1(t)\mathbf{i} + g_1(t)\mathbf{j}$ y $\mathbf{u}(t) = f_2(t)\mathbf{i} + g_2(t)\mathbf{j}$ donde f_1, f_2, g_1 y g_2 son funciones derivables de t. Demuestre que $D_t[\mathbf{r}(t)\cdot\mathbf{u}(t)] = \mathbf{r}(t)\cdot\mathbf{u}'(t) + \mathbf{r}'(t)\cdot\mathbf{u}(t)$.

   c) ¿Si $D_{\mathbf{u}}f(x,y)$ existe, entonces $D_{-\mathbf{u}}f(x,y) = -D_{\mathbf{u}}f(x,y)$? Justifique su respuesta.