UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

ÁLGEBRA LINEAL. Grupo 03 Profesor: Hendel Yaker A.

QUIZ No. 2 01 de septiembre de 2006

1. (12 puntos) Al escalonar la **matriz aumentada** de un Sistema de Ecuaciones Lineales (S.E.L) $A\vec{x} = \vec{b}$

   se obtuvo la matriz: $E = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-4 & a-2 \end{array}\right]$

   (a) Determine los valores de a que hacen el S.E.L **inconsistente**

   (b) Determine los valores de a que hacen que el S.E.L tenga infinitas soluciones. Escriba la **solución general** y una solución **particular**

   (c) ¿Con la información que se tiene es posible determinar los valores de a para que el vector $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$ sea la **única** solución del sistema?

2. (8 Puntos)

   (a) Los vectores columna de una matriz invertible B_{3x3} son, en su orden, $\vec{c_1}$, $\vec{c_2}$ y $\vec{c_3}$ y la inversa de B es la matriz $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Determine los escalares k_1, k_2 y k_3 tales que $k_1\vec{c_1} + k_2\vec{c_2} + k_3\vec{c_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

   (b) Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 9 \\ 3 & 0 & 6 \\ -7 & 1 & -15 \end{bmatrix}$.

   i) Calcule $det\,A$ usando propiedades. ii) ¿De cuántas maneras se puede obtener el vector $\vec{0}$ como una **combinación lineal** de las columnas de A? iii) Si sabemos que $\vec{b} \neq \vec{0}$ y que el sistema $A\vec{x} = \vec{b}$ es **consistente**, ¿podemos determinar con esta información cuántas soluciones tiene este sistema? (Explique)

3. (10 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

   (a) Si el sistema $A\vec{x} = \vec{0}$ tiene infintas soluciones, entonces el sistema $A\vec{x} = \vec{b}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$, también tiene infinitas soluciones.

   (b) El sistema $A\vec{x} = \vec{b}$, donde $\vec{b}$ es una de las columnas de A, **siempre es consistente**.

   (c) Si A y B son matrices de dimensión $n \times n$, y $AB = 3I_n$, entonces A y B son **invertibles**.

   (d) Si A es una matriz invertible y **simétrica**, entonces A^{-1} es **simétrica**.

   (e) Si $detA \neq 0$ y $AB = AC$, entonces $B = C$.

4. (Opcional. 5 puntos) Demuestre que si n es **impar** y la matriza $A_{n\times n}$ es **antisimétrica**, entonces $det\,A = 0$.