

Primer Parcial de Álgebra Lineal

Septiembre 13 de 2007  
Profesor: Johann Suárez Motato

Grupo 15

Nombre \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

1. (30 pts) Demuestre los siguientes enunciados:

- Si  $A$  es una matriz de  $n \times n$ ,  $A - A^T$  es antisimétrica.
- Si  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son soluciones del sistema lineal  $Ax = b$ , entonces  $\vec{u} - \vec{v}$  es una solución para el sistema homogéneo asociado,  $Ax = 0$
- Si  $\vec{w}$  es ortogonal a  $\vec{u}$  y a  $\vec{v}$ , entonces  $\vec{w}$  es ortogonal a  $r\vec{u} + s\vec{v}$ , donde  $r$  y  $s$  son escalares.
- Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  en  $\mathbb{R}^n$ . Entonces,  $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2\|\vec{u}\|^2 + 2\|\vec{v}\|^2$ .

2. (15 pts)

- Determine las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por  $(1, 2, -3)$  y es perpendicular al plano formado por los puntos  $(1, 1, 1)$ ,  $(2, 3, 4)$  y  $(-5, 3, 2)$ .

3. (10 pts) Si

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule  $(AB - C)^T$

4. (15 pts) Determine todos los valores de  $t$  para los cuales el sistema lineal resultante:

- No tenga solución
- Tenga solución única
- Tenga infinitas soluciones

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 5 \\ 3x + 3y + (5t - t^2)z &= 8 - t \\ 2x + 2z &= 8 \end{aligned}$$

5. (20 pts) Un fabricante produce dos tipos de plásticos: *regular* y *especial*. La producción de cada tonelada de plástico *regular* requiere 2 horas en la planta A y 5 horas en la planta B. Para producir cada tonelada de plástico *especial* se necesitan 2 horas en la planta A y 3 horas en la planta B. Si la planta A está disponible 8 horas diarias y la planta B 15 horas al día. ¿Cuántas toneladas de cada tipo de plástico pueden producirse diariamente de modo que ambas plantas utilicen al máximo su capacidad?

6. (10 pts) Determine todas las soluciones del sistema lineal dado

$$x + y + 2z + 3w = 13$$

$$x - 2y + z + w = 8$$

$$3x + y + z - w = 1$$