UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

PRIMER PARCIAL DE ALGEBRA LINEAL
PERIODO ACADÉMICO 072
GRUPO 1 (M – V)

PROFESOR: Luis Fernando Azcárate Mesa
Septiembre 12 de 2007

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ____**CÓDIGO:**____________________

1. (10 Puntos) Clasifique como falso o verdadero cada uno de los siguientes enunciados. Si es verdadero explique claramente por qué. Si es falso explique por qué o de un contraejemplo.

a. Los planos $\pi_1 : 2x-3y+3z=2$ y $\pi_2 : 2x-y-z=4$ son perpendiculares .... (   )

b. En R^3 , si el vector $\vec{u}$ es ortogonal a los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$, entonces $\vec{u}$ es ortogonal a $\vec{v}\times\vec{w}$ .... (   )

c. Si $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}$, entonces $A^2-5A+6I_2=O$ .... (   )

d. Su $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son soluciones del sistema homogéneo $Ax=0$, entonces $r\vec{u}+s\vec{v}$ también lo es..............................(   )

e. Si A y B son matrices simétricas, entonces AB es una matriz simétrica...(   )

2. (15 Puntos) Al escalonar la ***matriz aumentada*** de un sistema de ecuaciones lineales $Ax=b$ se obtuvo la matriz

$$E=\begin{bmatrix}3 & 5 & -1 & : & 5\\ 0 & -2 & 3 & : & 0\\ 0 & 0 & a^2-4 & : & a+2\\ 0 & 0 & 0 & : & a+2\end{bmatrix}$$

a. ¿Es posible que el sistema tenga solución única? Explique.
b. Determine los valores de a para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones. Escriba la solución general y una solución particular.
c. ¿Para qué valores del parámetro a el sistema homogéneo asociado tiene infinitas soluciones? Explique.

3. (15 Puntos) Considerando las rectas en R^3 $\ell_1 : \begin{cases} x=3+2t \\ y=4-3t \\ z=5+4t \end{cases}$ y $\ell_2 : \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-1}{-3}$

a. Determine la ecuación de un plano π que las contenga.
b. Halle la distancia del punto $Q(-1,2,-3)$ al plano π hallado en el literal anterior.
c. Determine las ecuaciones parametricas de una recta ℓ_3 que pase por el punto $P(-1,1,1)$ y sea ortogonal a las rectas ℓ_1 y ℓ_2.

4. (15 Puntos)

a. Demuestre que si A es una matriz de $n\times n$, entonces A se puede escribir de manera única como la suma de una matriz simétrica y una matriz antisimétrica. K .*(Para la unicidad suponga que existen otras $\overline{S}$ y $\overline{K}$ y pruebe que son iguales)*
b. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores no nulos y θ el ángulo entre ellos. Demuestre que si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos entonces $Cos\theta=\pm1$.

Tiempo 120 Minutos

PRIMER PARCIAL ALGEBRA LINEAL
PERIODO ACADÉMICO 072
GRUPO 9 (L – M)

PROFESOR: Luis Fernando Azcárate Mesa
Septiembre 12 de 2007

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________ **CÓDIGO:** ____________

1. (10 Puntos) Clasifique como falso o verdadero cada uno de los siguientes enunciados. Si es verdadero explique claramente por qué. Si es falso explique por qué o de un contraejemplo.

a. Los planos $\pi_1 : 2x-3y+3z=2$ y $\pi_2 : 2x-y-z=4$ son paralelos……… ……………………………..….. (   )

b. En R^3, si el vector $\vec{u}$ es ortogonal a los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$, entonces $\vec{u}$ es ortogonal a $\vec{v}\times\vec{w}$ ……………. (   )

c. Si $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, entonces $A^2+3A-6I_2$ es una matriz simétrica……………………………………...……… (   )

d. Su $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son soluciones del sistema homogéneo $Ax=0$, entonces $\vec{u}-\vec{v}$ también lo es…..…….…………………....(   )

e. Si A y B son matrices antisimétricas, entonces AB es una matriz antisimétrica……………………..…..……...…..(   )

2. (15 Puntos) Considerando las rectas en R^3 $\ell_1 : \begin{cases} x=3+2t \\ y=4-3t \\ z=5+4t \end{cases}$ y $\ell_2 : \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-1}{-3}$

a. Determine la ecuación de un plano π que las contenga.

b. Halle la distancia del punto $Q(2,-1,-3)$ al plano π hallado en el literal anterior.

c. Determine las ecuaciones paramétricas de una recta ℓ_3 que pase por el punto $P(-1,-1,-1)$ y sea ortogonal a las rectas ℓ_1 y ℓ_2.

3. (15 Puntos) Al escalonar la ***matriz aumentada*** de un sistema de ecuaciones lineales $Ax=b$ se obtuvo la matriz

$$E=\begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 & : & 5 \\ 0 & -2 & 3 & : & 0 \\ 0 & 0 & a^2-1 & : & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & : & a+1 \end{bmatrix}$$

a. ¿Es posible que el sistema tenga solución única? Explique.

b. Determine los valores de a para los cuales el sistema tiene infinitas soluciones. Escriba la solución general y una solución particular.

c. ¿Para qué valores del parámetro a el sistema homogéneo asociado tiene infinitas soluciones? Explique.

4. (15 Puntos)

a. Demuestre que si A es una matriz de $n\times n$, entonces A se puede escribir de manera única como la suma de una matriz simétrica S y una matriz antisimétrica K. *(Para la unicidad suponga que existen otras, $\overline{S}$ y $\overline{K}$ y pruebe que son iguales).*

b. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores no nulos y θ el ángulo entre ellos. Demuestre que si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son paralelos entonces $Cos\theta=\pm 1$

Tiempo 120 Minutos