



Álgebra lineal. Período Académico 062. G-13. Primer parcial.

Septiembre 5 de 2006.

Nombre \_\_\_\_\_

Código \_\_\_\_\_

(10 puntos) Determine todos los valores de  $a$  para los que el sistema lineal resultante a) no tiene solución, b) tiene solución única (dé la solución), c) tiene infinitas soluciones (dé la solución general).

$$\begin{aligned} &+ y + 2z = 2 \\ 2x - y + 3z &= 2 \\ &y + az = 6 \end{aligned}$$

(8 puntos) Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Utilice las propiedades de las matrices para simplificar  $X = 6A^{-1}(AB^{-1}C + AC)(2B^{-1}C)^{-1}$  y luego calcule  $X$ .

3. (10 puntos) Un sistema de transporte colectivo entra en operación. Las autoridades de tránsito han realizado estudios que predicen el porcentaje de quienes utilizarán el sistema colectivo ( $M$ ) y el de las personas que seguirán manejando su auto ( $A$ ). Se ha obtenido la siguiente matriz de transición:

		Año actual	
		$M$	$A$
Año siguiente	$M$	0,7	0,2
	$A$	0,3	0,8

Suponga que la población del área permanece constante y que al principio 30% de la gente se traslada en el transporte colectivo y 70% en automóvil.

- a) ¿Qué porcentaje utilizará el sistema de transporte colectivo después de un año? ¿Después de dos años?
- b) En el largo plazo, ¿qué porcentaje empleará el sistema de transporte colectivo?
4. (10 puntos) a) Encuentre  $\det A$  por reducción a la forma triangular para

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- b) Determine las soluciones del sistema homogéneo  $Ax = 0$ .
5. (12 puntos) a) Sean  $A$  y  $B$  matrices de  $3 \times 3$  tales que  $|A| = 4$  y  $|B| = -5$ . Encuentre  $|2A^{-1}B^T|$
- b) Pruebe que si  $A$  es no singular y  $A^2 = A$ , entonces  $\det A = 1$ .
- c) Encuentre  $\text{adj } A$  para  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  y calcule  $A \text{adj } A$ .
- d) Sea  $A$  una matriz diagonal de  $n \times n$ . Dé condiciones sobre los elementos de la diagonal principal  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ , para que  $A$  sea no singular y escriba  $A^{-1}$ .