

Álgebra lineal. Período Académico 062. G-13. Primer parcial. Septiembre 5 de 2006.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) Determine todos los valores de a para los que el sistema lineal resultante a) no tiene solución, b) tiene solución única (dé la solución), c) tiene infinitas soluciones (dé la solución general).

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 2 \\2x - y + 3z &= 2 \\5x - y + az &= 6\end{aligned}$$

2. (8 puntos) Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Utilice las propiedades de las matrices para simplificar $X = 6A^{-1}(AB^{-1}C + AC)(2B^{-1}C)^{-1}$ y luego calcule X .

3. (10 puntos) Un sistema de transporte colectivo entra en operación. Las autoridades de tránsito han realizado estudios que predicen el porcentaje de quienes utilizarán el sistema colectivo (M) y el de las personas que seguirán manejando su auto (A). Se ha obtenido la siguiente matriz de transición:

	Año actual	
	M	A
Año siguiente	M	$\begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 \end{bmatrix}$
	A	$\begin{bmatrix} 0,3 & 0,8 \end{bmatrix}$

Suponga que la población del área permanece constante y que al principio 30 % de la gente se traslada en el transporte colectivo y 70 % en automóvil.

- a) ¿Qué porcentaje utilizará el sistema de transporte colectivo después de un año?
¿Después de dos años?
- b) En el largo plazo, ¿qué porcentaje empleará el sistema de transporte colectivo?
4. (10 puntos) a) Encuentre $\det A$ por reducción a la forma triangular para

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 & 6 \\ 0 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- b) Determine las soluciones del sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

5. (12 puntos) a) Sean A y B matrices de 3×3 tales que $|A| = 4$ y $|B| = -5$. Encuentre $|2A^{-1}B^T|$.

- b) Pruebe que si A es no singular y $A^2 = A$, entonces $\det A = 1$.

- c) Encuentre $\text{adj } A$ para $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ y calcule $A \text{adj } A$.

- d) Sea A una matriz diagonal de $n \times n$. Dé condiciones sobre los elementos de la diagonal principal $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$, para que A sea no singular y escriba A^{-1} .