ALGEBRA LINEAL.
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL.
Grupo 13

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ______________________________ CODIGO ______________

1. (26 ptos)

   (a) Encuentre las ecuaciones paramétricas de una recta paralela a la recta $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+4}{3}$ y que pase por el punto $(-1, 1, -1)$.

   (b) Considere las rectas paralelas

   $$\begin{aligned} x &= 3 - t \\ y &= 4 - 2t \\ z &= 5 + t \end{aligned} \qquad \text{y} \qquad \begin{aligned} x &= 1 - 2t \\ y &= -4t \\ z &= 1 + 2t. \end{aligned}$$

   Determine la ecuación del plano π que contiene a las rectas dadas.

2. (44 ptos) Considere la matriz

   $$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

   (a) Encuentre un conjunto de vectores que sean base para el espacio generado por las columnas de A y halle el $rango(A)$. Argumente por qué los vectores elegidos forman dicha base.

   (b) Encuentre un conjunto de vectores que formen una base del espacio nulo de la matriz A y halle la $nulidad(A)$. Argumente por qué los vectores elegidos forman dicha base.

3. (30 ptos) Determine para cada una de las siguientes afirmaciones su veracidad, argumentando en cada caso su respuesta:

   (a) Sean $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ vectores no nulos en $\mathbb{R}^3$. Si $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ son paralelos entonces $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = 0$.

   (b) Sea W un subconjunto de un espacio vectorial V. Si para $a, b \in \mathbb{R}$ se tiene que $a\boldsymbol{v} + b\boldsymbol{w} \in W$ para cualquier par de vectores $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in W$, entonces W es un subespacio de V.

   (c) Suponga que $\{\boldsymbol{v}_1, ..., \boldsymbol{v}_n\}$ es un conjunto linealmente independiente de vectores en $\mathbb{R}^n$ y sea A una matriz singular $n \times n$, entonces el conjunto $\{A\boldsymbol{v}_1, A\boldsymbol{v}_2, ..., A\boldsymbol{v}_n\}$ es linealmente independiente en $\mathbb{R}^n$.

   (d) Si A es una matriz 5×7 y $rango(A) = 5$ entonces las columnas de A son una base de $\mathbb{R}^5$.

   (e) Sea A es una matriz $m \times n$ con $m \neq n$, entonces las columnas de A son linealmente dependientes.

   (f) Cualquier conjunto de $n - 1$ vectores en un espacio vectorial V de dimension n puede generar a V.