Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

PARCIAL I DE ÁLGEBRA LINEAL Marzo de 2010

NOMBRE:

1. (5 puntos) Suponga que los puntos $(1,-5), (-1,1)\ y\ (2,7)$ están en la parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$. **Dé un sistema lineal de ecuaciones** que permita determinar la ecuación de la parábola.

2. (6 puntos) Dadas las matrices $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Resuelva la ecuación matricial $|C|X = \left[C^{-1}\left(BC^{-1}\right)^{-1} + \left(C^T\right)^{-1}B^T\right]^T - \left(B^{-1}\right)^T$.

3. (8 puntos) Un sistema lineal de la forma $Ax = b$, tiene una matriz aumentada cuya forma escalonada es la siguiente

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a^2 - 3a - 4 & a + 1 \end{bmatrix}$$

   a. Diga si es posible, para qué valores de a el sistema es consistente (solución única e infinitas soluciones) e inconsistente.
   b. Encuentre la solución del sistema solamente para los valores de a en que el sistema tiene infinitas soluciones.

4. (5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ Calcule $|A| = \det(A)$ por reducción a la forma triangular y utilizando propiedades.

5. Considere los vectores $u = (6,3)$, $v = (-2,3)$ y $w = (-1,7)$.

   a. (2 puntos) Calcule $\|2u - 3w\|$

   b. (2 puntos) Determine el ángulo formado entre los vectores *u* y *v*.

   c. (2 puntos) Halle un vector unitario en dirección contraria a w.

6. (20 puntos) Conteste falso (F) o verdadero (V), justificando claramente su repuesta.

   a. Si A es una matriz cuadrada, entonces la matriz $B = AA^T$ es simétrica.

   b. Si *A*, *B* y *C* son matrices 3x3 y $|A| = -2, |B| = 3\ y\ |C| = 4$ entonces $\left|3\,A^{-1}B^TC^T\right| = 18.$

   c. Sea $Ax = b$ un sistema lineal no homogéneo consistente. Si *u* es una solución particular del sistema $Ax = b$, y *v* es una solución para el sistema homogéneo asociado $Ax = 0$, entonces $(u + v)$ es solución para el sistema $Ax = b$.

   d. Si *u* y *v* vectores en $\Re^3$ y $u \bullet v = u \bullet w$ para todo *u*, entonces $v = w$.