



**CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES.**  
**EXAMEN FINAL.**     \_\_\_ de junio de 2006

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

1. (15 puntos)

- (a) Si  $u = f(x, y)$  donde  $x = se^t$  y  $y = \text{sen}(t^2)$ , calcule  $\frac{\partial^2 u}{\partial s \partial t}$ .
- (b) Un sólido está sobre el cono  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ , bajo la esfera  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$  y sobre el plano  $z = \sqrt{3}$ . Describa el sólido en términos de desigualdades que comprendan: i) coordenadas cilíndricas; ii) coordenadas esféricas.
- (c) Haciendo un **cambio adecuado de variables** evalúe la integral  $\iint_R \text{sen}(25x^2 + 36y^2) dA$ , donde  $R$  es la región plana acotada por la elipse  $25x^2 + 36y^2 = 1$ .

2. (15 puntos)

- (a) Evalúe la integral  $\int_0^2 \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$  (dibuje el dominio de integración).
- (b) Si la  $n$ -ésima suma parcial de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  es  $s_n = \frac{n-1}{n+1}$ , determine  $a_n$  y  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ .
- (c) Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$ .

3. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si la serie dada es: absolutamente convergente, convergente o divergente. Indique los criterios que utiliza.

i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-1}{n}}$      ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n!}$      iii)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

4. (10 puntos)

- (a) Encuentre el volumen de la caja rectangular más grande que esté en el primer octante y que tenga tres caras en los planos coordenados y un vértice en el plano  $x + 2y + 3z = 6$ .

(b) Determine los puntos sobre el hiperboloide  $x^2 - y^2 + 2z^2 = 1$ , donde la recta **normal** es paralela a la recta que une los puntos  $(3,-1,0)$  y  $(5,3,6)$ .

5. (16 puntos) Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando en cada caso su respuesta:

(a) En el punto  $(0,1,1)$  la función  $f(x,y,z) = z^2 e^{x/y}$  **decrece** más rápido en dirección hacia el punto  $(-1,1,-1)$ .

(b) Para la función  $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$  NO EXISTEN las derivadas parciales  $f_x(0,0)$  y  $f_y(0,0)$ .

(c) 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n+1}}{n!} = e^{x^3} - x^3 - 1.$$

(d) 
$$\int \frac{\arctan x}{x} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

**NOTA: se califica sobre 60 puntos.**