



CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES.
EXAMEN FINAL. ___ de junio de 2006

NOMBRE: _____ GRUPO: _____

1. (15 puntos)

- (a) Si $u = f(x, y)$ donde $x = se^t$ y $y = \text{sen}(t^2)$, calcule $\frac{\partial^2 u}{\partial s \partial t}$.
- (b) Un sólido está sobre el cono $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$, bajo la esfera $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$ y sobre el plano $z = \sqrt{3}$. Describa el sólido en términos de desigualdades que comprendan: i) coordenadas cilíndricas; ii) coordenadas esféricas.
- (c) Haciendo un **cambio adecuado de variables** evalúe la integral $\iint_R \text{sen}(25x^2 + 36y^2) dA$, donde R es la región plana acotada por la elipse $25x^2 + 36y^2 = 1$.

2. (15 puntos)

- (a) Evalúe la integral $\int_0^2 \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$ (dibuje el dominio de integración).
- (b) Si la n -ésima suma parcial de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es $s_n = \frac{n-1}{n+1}$, determine a_n y $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- (c) Determine el radio y el intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{\sqrt{n+1}}$.

3. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si la serie dada es: absolutamente convergente, convergente o divergente. Indique los criterios que utiliza.

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n-1}{n}}$ ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n!}$ iii) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$

4. (10 puntos)

- (a) Encuentre el volumen de la caja rectangular más grande que esté en el primer octante y que tenga tres caras en los planos coordenados y un vértice en el plano $x + 2y + 3z = 6$.

(b) Determine los puntos sobre el hiperboloide $x^2 - y^2 + 2z^2 = 1$, donde la recta **normal** es paralela a la recta que une los puntos $(3,-1,0)$ y $(5,3,6)$.

5. (16 puntos) Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes, justificando en cada caso su respuesta:

(a) En el punto $(0,1,1)$ la función $f(x, y, z) = z^2 e^{x/y}$ **decrece** más rápido en dirección hacia el punto $(-1,1,-1)$.

(b) Para la función $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$ NO EXISTEN las derivadas parciales $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$.

(c)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n+1}}{n!} = e^{x^3} - x^3 - 1.$$

(d)
$$\int \frac{\arctan x}{x} dx = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

NOTA: se califica sobre 60 puntos.