UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES.

SUPLETORIO DEL EXAMEN FINAL. 03 de diciembre de 2005

NOMBRE:____ GRUPO:_____

1. (15 puntos)

   (a) Evalúe la integral $\iiint_E (x^2+y^2)^{3/2}\,dV$ donde E es la región del espacio acotada entre las superficies $z = x^2+y^2$, y $z = 2-x^2-y^2$.

   (b) Evalúe la integral $I = \displaystyle\int_1^2 \int_{x^{1/3}}^{x} e^{x/y}\,dy dx + \int_2^8 \int_{x^{1/3}}^{2} e^{x/y}\,dy dx$.

2. (8 puntos) Sea f continua en $[0, 1]$ y sea R la región triangular con vértices $(0,0)$, $(1,0)$ y $(0,1)$. Pruebe que $\displaystyle\iint_R f(x+y)\,dA = \int_0^1 u f(u)\,du.$

3. (16 puntos)

   (a) Determine todos los valores positivos de b para los cuales la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b^{\ln n}$ converge.

   (b) Para la función $f(x) = \dfrac{1+x}{(1-2x)^2}$ encuentre el valor de $f^{(10)}(0)$ (la décima derivada de f evaluada en cero).

4. (24 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si la serie dada es convergente o divergente. Si es posible calcule la suma de las series convergentes.

$$\text{(a)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-3n}{(n^{10}-4n^2)^{1/3}} \qquad \text{(b)}\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)} \qquad \text{(c)}\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{5n+1}$$

5. (13 puntos)

   (a) Determine los puntos sobre la esfera $x^2+y^2+z^2=4$, que están más cercanos y los que están más alejados del punto (3, 1, -1).

   (b) Si $z = f(x,y)$ tiene derivadas parciales de segundo orden continuas y $x = r^2+s^2$ y $y = 2rs$, determine $\dfrac{\partial^2 z}{\partial r^2}$

6. (24 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

(a) La recta tangente a la curva de intersección de las superficies $z = x^2 + y^2$ y $4x^2 + y^2 + z^2 = 9$, en el punto (-1, 1, 2) está dirigida por el vector $\vec{u} = (5, 8, 12)$.

(b) La función $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ es una solución de la ecuación $u_{xx} + u_{yy} = 0$.

(c) La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n}(2x-1)^n$ es convergente en el intervalo $(-3/2, 5/2]$.

(d) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{3n+1}}{n!} = e^x - x - 1$.